

Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik
 Übung 6
 VU Automatisierung - WS12/13

Beispiel 27: Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -6 \\ 0 & -4 & 1 \\ 2 & 2 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (1a)$$

$$y = [0 \quad -1 \quad 1] \mathbf{x}. \quad (1b)$$

Weisen Sie die vollständige Erreichbarkeit und Beobachtbarkeit des Systems mit Hilfe des **PBH-Eigenvektortests** nach. Bestätigen Sie das Ergebnis durch die Analyse der entsprechenden **Hankelmatrix**.

Beispiel 28: Gegeben sind die linearen zeitinvarianten Systeme der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 4 & \frac{1}{2} & -\frac{9}{2} \\ 1 & -\frac{3}{2} & -\frac{3}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2a)$$

$$y = [0 \quad 1 \quad 1] \mathbf{x}. \quad (2b)$$

und

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3a)$$

$$y = [0 \quad 1 \quad 1] \mathbf{x}. \quad (3b)$$

Testen Sie diese Systeme auf vollständige Erreichbarkeit bzw. vollständige Beobachtbarkeit. Verwenden Sie dazu die **Erreichbarkeits-** bzw. **Beobachtbarkeitsmatrix**. Welche Aussagen können Sie bezüglich der Ordnung der zugehörigen Übertragungsfunktionen treffen? Berechnen Sie zur Kontrolle die zugehörigen Übertragungsfunktionen.

Beispiel 29: Gegeben ist das lineare zeitdiskrete System der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -5 & -\frac{1}{2} & 8 & 5 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ -5 & -\frac{1}{2} & 6 & 5 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k. \quad (4)$$

Zeigen Sie mit Hilfe der Erreichbarkeitsmatrix, dass das System nicht vollständig erreichbar ist. Geben Sie eine Parametrierung des **erreichbaren** Unterraums \mathcal{V}_r und des darauf orthogonal stehenden **nicht erreichbaren** Unterraums \mathcal{V}_{nr} in der Form

$$\mathcal{V}_r = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid \mathbf{x} = \lambda_1 \mathbf{v}_1 + \lambda_2 \mathbf{v}_2 \}, \quad \lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}, \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \in \mathbb{R}^4 \quad (5a)$$

$$\mathcal{V}_{nr} = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 \mid \mathbf{x} = \lambda_3 \mathbf{v}_3 + \lambda_4 \mathbf{v}_4 \}, \quad \lambda_3, \lambda_4 \in \mathbb{R}, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4 \in \mathbb{R}^4 \quad (5b)$$

an. Berechnen Sie schließlich eine Steuerfolge (u_k) , $k = 0, 1$, welche das System ausgehend von einem beliebigen Anfangszustand $\mathbf{x}_0^T = [x_{0,1}, x_{0,2}, x_{0,3}, x_{0,4}]$ innerhalb von 2 Abtastschritten in den Ursprung $\mathbf{x}_2 = \mathbf{0}$ überführt. Welche Aussage können Sie damit über die vollständige Steuerbarkeit des Systems treffen?

Beispiel 30: Gegeben ist das lineare zeitkontinuierliche System der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (6a)$$

$$y = [1 \ 0 \ 1] \mathbf{x}. \quad (6b)$$

Entwerfen Sie für dieses System einen Zustandsregler der Form $u = \mathbf{k}^T \mathbf{x} + gr$ so, dass die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = -2$ und $\lambda_3 = -3$ liegen. Ermitteln sie weiterhin den Vorfaktor g in der Form, dass für sprunghörmige Führungsgrößen r stationäre Genauigkeit (d.h. $\lim_{t \rightarrow \infty} (y - r) = 0$) erreicht wird.

Simulieren Sie das Führungsverhalten sowie das Verhalten auf Anfangsauslenkungen des geschlossenen Kreises mit Hilfe von MATLAB/SIMULINK.