

Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 12.07.2024

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	Σ
erreichbare Punkte	10	10	10.5	9.5	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.

10 P. |

a) Gegeben ist das System

6 P. |

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} u, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{0}, \quad (1a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \quad (1b)$$

i. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems (1) .

2 P. |

ii. Ist das System (1) BIBO-stabil? Ist die Übertragungsfunktion $G(s)$ realisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

1 P. |

iii. Berechnen Sie die Sprungantwort $h(t)$ und die Impulsantwort $g(t)$ des Systems (1).

3 P. |

b) Betrachten Sie die Zusammenschaltung der Übertragungsfunktionen

4 P. |

$$G_1(s) = \frac{1}{s-1}$$

$$G_2(s) = G_5(s) = \frac{1}{s}$$

$$G_3(z) = \frac{2T_a}{z-1}$$

$$G_4(s) = \frac{1}{s^2+1}$$

in Abbildung 1. Berechnen Sie die zeitdiskrete Gesamtübertragungsfunktion $G(z)$ vom Eingang u_k zum Ausgang y_k . Sie müssen den Ausdruck nicht weiter vereinfachen.

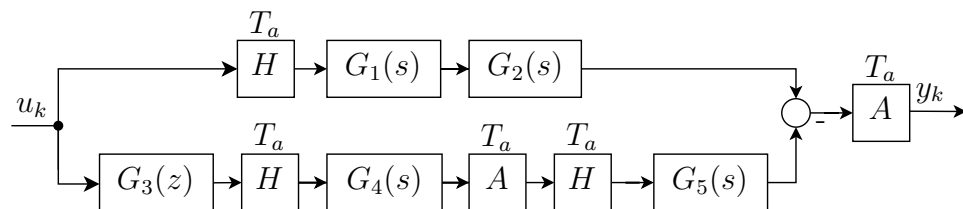


Abbildung 1: Blockschaltbild

2. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.

10 P. |

a) Gegeben ist die Differentialgleichung

4 P. |

$$a\ddot{y} + b\dot{y} - c \sin(y) = dy^2u \quad (2a)$$

$$\ddot{w} = u \quad (2b)$$

mit $a, b, c, d \neq 0$.

i. Geben Sie (2) als System von Differentialgleichungen 1. Ordnung in Zustandsform $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$ an.

1 P. |

ii. Berechnen Sie alle Ruhelagen des Systems (2).

1 P. |

iii. Linearisieren Sie das System (2) um eine allgemeine Ruhelage $(\mathbf{x}_R, u_R)$ und geben Sie die Zustandsraumdarstellung des linearisierten Systems an.

2 P. |

b) Gegeben ist das lineare, zeitinvariante, zeitkontinuierliche dynamische System

6 P. |

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (3a)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + u. \quad (3b)$$

i. Das System (3) soll mit Hilfe des expliziten Euler-Verfahrens

1 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + T_a(\mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}u_k) \quad (4)$$

mit der Abtastzeit $T_a = 1$ s diskretisiert werden. Geben Sie die Matrizen Φ und Γ sowie die Systemgleichungen des diskretisierten Systems im Zustandsraum an.

ii. Ist das diskretisierte System aus 2(b)i vollständig beobachtbar? Begründen Sie Ihre Antwort.

1 P. |

iii. Für das System soll ein vollständiger Luenberger Beobachter anhand des Systems aus 2(b)i entworfen werden. Wählen Sie die Beobacherverstärkung $\hat{\mathbf{k}}$ so, dass die Fehlerdynamikmatrix Eigenwerte bei $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ hat.

2.5 P. |

iv. Können durch die Wahl der Abtastzeit T_a Eigenschaften wie Stabilität, Erreichbarkeit und Beobachtbarkeit beeinflusst werden? Wenn ja, erklären Sie allgemein, wieso und wie man den eventuellen Verlust dieser Eigenschaften vermeiden kann.

1.5 P. |

Hinweis: Sie müssen keine detaillierten Beispiele nennen.

3. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10.5 P.**

a) Gegeben ist die Impulsantwort **4 P.**

$$g_k = (0, -1, 1, 0, 0, \dots)$$

eines zeitdiskreten LTI-Systems.

i. Beurteilen Sie die BIBO-Stabilität, Erreichbarkeit und Beobachtbarkeit des Systems, wenn dieses $n = 2$ Zustände besitzt. **1 P.**

ii. Mithilfe einer Eingangsfolge **3 P.**

$$u_k = (u_0, u_1, u_2, 0, 0, \dots)$$

soll die Ausgangsfolge

$$y_k = (0, 1, 2, 2, \delta, 0, 0, \dots)$$

erreicht werden. Berechnen Sie u_0 , u_1 und u_2 . Welchen Wert muss δ haben, damit $u_k = 0$ für alle $k > 2$ möglich ist?

b) Betrachten Sie die Übertragungsfunktion **6.5 P.**

$$G(s) = \frac{V}{1 + sT} e^{-sT_0}, \quad V, T, T_0 > 0.$$

i. Skizzieren Sie die Impulsantwort von $G(s)$ für $V = 3$, $T = 1$ und $T_0 = 2$ und zeichnen Sie V , T und T_0 ein. **2 P.**

ii. Es wird ein I-Regler $R(s) = V_I/s$ für die Strecke $G(s)$ mit allgemeinen V und T verwendet. Geben Sie einen analytischen Ausdruck für V_I so an, dass die Phasenreserve Φ beträgt. Vernachlässigen Sie hierfür zunächst T_0 . **3 P.**

iii. Nun wird der Ausdruck mit T_0 wieder eingefügt, wobei die restlichen Werte in $G(s)$ und $R(s)$ aus 3(b)ii gleich bleiben. Wie groß darf T_0 maximal sein, damit der geschlossene Regelkreis noch stabil ist? **1.5 P.**

4. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.

9.5 P. |

a) Für die Strecke

7 P. |

$$G(s) = \frac{1}{10} \frac{1+s}{\left(\frac{s}{30}\right)^2 + 2 \cdot 0.1 \frac{s}{30} + 1}$$

wird der Regler

$$R(s) = \frac{\left(\frac{s}{30}\right)^2 + 2 \cdot 0.1 \frac{s}{30} + 1}{s(1 + \frac{s}{10})^\gamma}$$

verwendet.

- i. Um welchen Regler handelt es sich bei $R(s)$? Geben Sie alle $\gamma \in \mathbb{Z}$ an, für die der Regler realisierbar ist. 1 P. |
 - ii. Setzen Sie von nun an $\gamma = 1$ und betrachten Sie die Nyquist-Ortskurve des offenen Regelkreises $L(s) = R(s)G(s)$ in Abbildung 2. Verwenden Sie das Nyquist-Kriterium, um die Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu untersuchen. 2 P. |
 - iii. Zeichnen Sie die Bode-Diagramme für $G(s)$ und $L(s)$ in Abbildung 3 ein. 4 P. |
- b) Gegeben ist ein LTI-System der Form 2.5 P. |

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \quad (5a)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x}, \quad (5b)$$

dessen Übertragungsfunktion $G(s)$ BIBO-stabil ist.

- i. Gilt damit für den Fall $u = 0$ immer, dass $\mathbf{x}(t) \rightarrow 0$ für $t \rightarrow \infty$ und beliebige $\mathbf{x}(0)$? Begründen Sie ausführlich Ihre Antwort. Wie nennt man diese Eigenschaft? 1.5 P. |
- ii. Wie müssen $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ und $\mathbf{c}$ aussehen, damit (5) einen Dreifach-Integrator beschreibt? 1 P. |

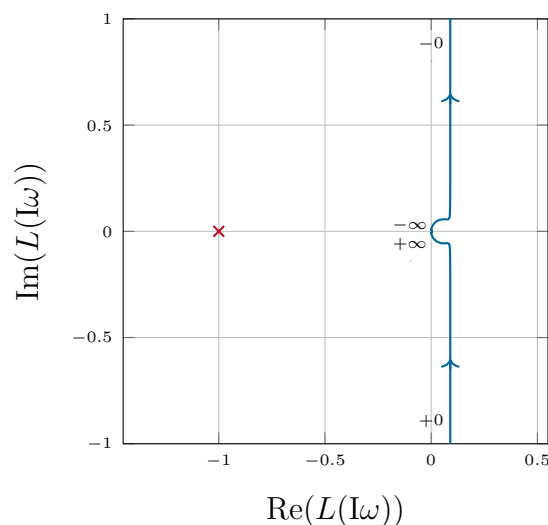


Abbildung 2: Nyquist-Ortskurve der Übertragungsfunktion $L(s)$.

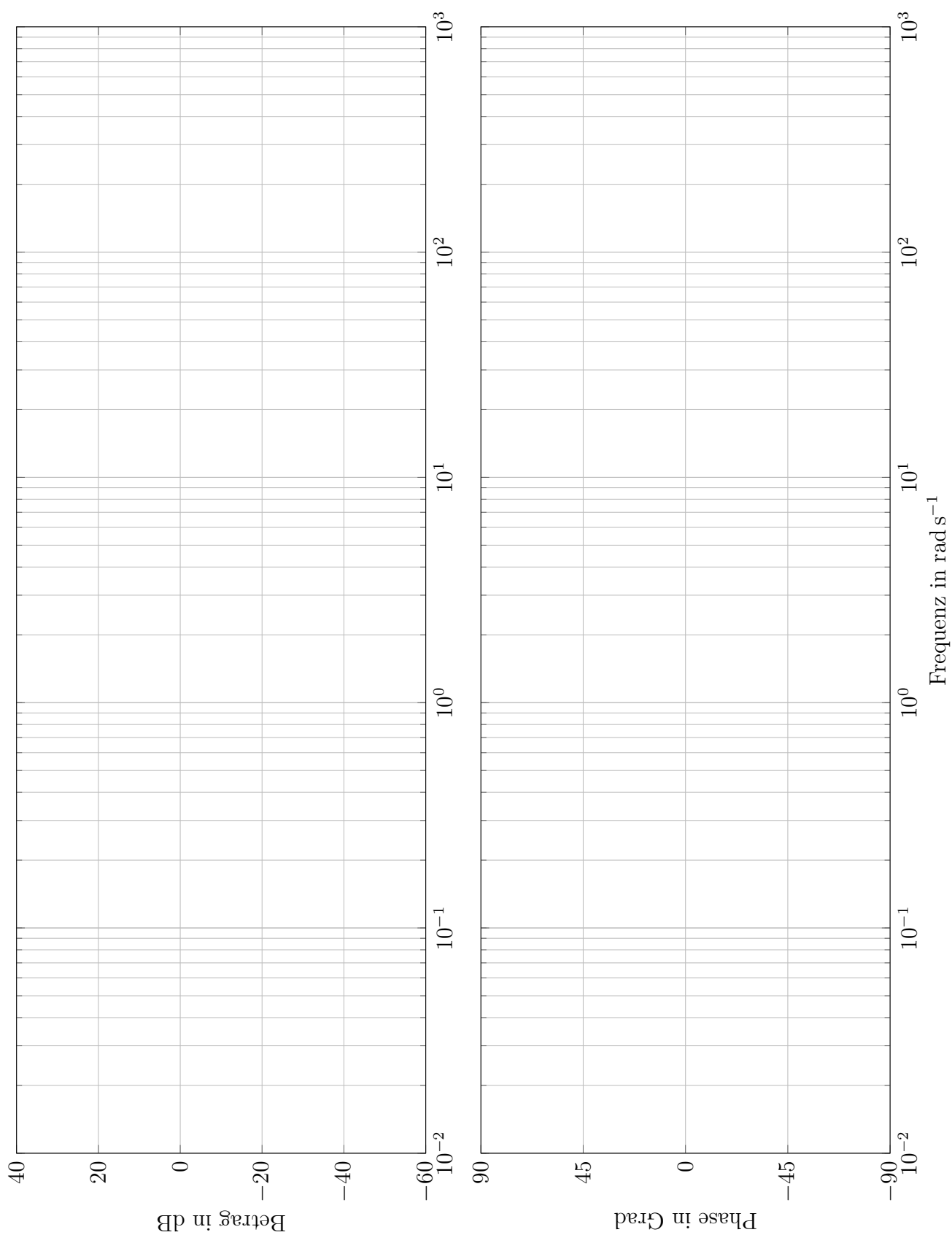


Abbildung 3: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 4aiii