

This document contains a post-print version of the paper

## Kombinierte Pfad- und Nachgiebigkeitsregelung für ein Portalsystem mit experimenteller Validierung

authored by S. Flixeder, T. Glück, M. Böck, R. Neumann, and A. Kugi

and published in *Tagungsband Mechatronik 2015*.

---

The content of this post-print version is identical to the published paper but without the publisher's final layout or copy editing. Please, scroll down for the article.

---

### Cite this article as:

S. Flixeder, T. Glück, M. Böck, R. Neumann, and A. Kugi, "Kombinierte Pfad- und Nachgiebigkeitsregelung für ein Portalsystem mit experimenteller Validierung", in *Tagungsband Mechatronik 2015*, Dortmund, Germany, Mar. 2015, pp. 37–42

---

### BibTex entry:

```
@INPROCEEDINGS{Flixeder15,  
  author = {Flixeder, S. and Gl\"uck, T. and B\"ock, M. and Neumann, R. and Kugi,  
    A.},  
  title = {Kombinierte {P}fad- und {N}achgiebigkeitsregelung für ein {P}ortalsystem  
    mit experimenteller {V}alidierung},  
  booktitle = {Tagungsband {M}echatronik 2015},  
  year = {2015},  
  pages = {37--42},  
  address = {Dortmund, Germany},  
  month = {03}  
}
```

---

### Link to original paper:

---

### Read more ACIN papers or get this document:

<http://www.acin.tuwien.ac.at/literature>

---

### Contact:

Automation and Control Institute (ACIN)  
Vienna University of Technology  
Gusshausstrasse 27-29/E376  
1040 Vienna, Austria

Internet: [www.acin.tuwien.ac.at](http://www.acin.tuwien.ac.at)  
E-mail: [office@acin.tuwien.ac.at](mailto:office@acin.tuwien.ac.at)  
Phone: +43 1 58801 37601  
Fax: +43 1 58801 37699

# Kombinierte Pfad- und Nachgiebigkeitsregelung für ein Portalsystem mit experimenteller Validierung

## Combined Path Following and Compliance Control with Experimental Validation on a Biaxial Gantry Robot

Stefan Flixeder<sup>1</sup>, Tobias Glück<sup>1</sup>, Martin Böck<sup>1</sup>, Rüdiger Neumann<sup>2</sup>, Andreas Kugi<sup>1</sup>, <sup>1</sup>Technische Universität Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, 1040 Wien, Österreich, {flixeder, glueck, boeck, kugi}@acin.tuwien.ac.at  
<sup>2</sup>Festo AG & Co. KG, 73734 Esslingen, Deutschland, nea@festo.de

### Kurzfassung

Dieser Beitrag zeigt ein Konzept zur gleichzeitigen und unabhängigen Regelung der tangentialen bzw. orthogonalen Nachgiebigkeit auf einem vorgegebenen Pfad. Mittels einer geeigneten Koordinatentransformation und einer exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung wird das Originalsystem in zwei lineare, entkoppelte Teilsysteme tangential bzw. orthogonal aufgespalten. Die überlagerte Nachgiebigkeitsregelung ermöglicht die unabhängige Zielimpedanzvorgabe in den entsprechenden Teilsystemen sowohl im Kontaktfall als auch im Nicht-Kontaktfall. Die Anwendbarkeit des Konzepts wird an einem zweidimensionalen Portalsystem gezeigt und anhand experimenteller Ergebnisse validiert.

### Abstract

This work presents an approach to simultaneously but independently control the compliance of a robotic system transversal and tangential to a given path. A subordinate path following controller transforms the nonlinear dynamics into a linear system with decoupled transversal and tangential dynamics via a coordinate transformation and an exact input-output linearization. The outer control loop utilizes admittance control to obtain the desired target compliance in the respective transformed coordinates in the non-contact case. In order to interact with a stiff environment, a parallel position and force controller is exploited. The proposed approach is applied to a biaxial gantry robot. Experimental results demonstrate the feasibility of the concept.

## 1 Einleitung

Im Zuge der Automatisierung komplexer industrieller Handhabungs- und Fertigungsprozesse kommen im Besonderen bei der Oberflächenbearbeitung (Schleifen, Polieren, Drapieren,...) zunehmend aktive Kraftregelungsstrategien zum Einsatz. Bisherige Regelungskonzepte verfolgen typischerweise zwei Ansätze [1]. Entweder folgt der Endeffektor einem adaptiven Pfad mit vorgegebenem Geschwindigkeitsprofil während kontinuierlich die Normalkraft zwischen Bearbeitungsfläche und Endeffektor geregelt wird, oder der Endeffektor folgt einer fix vorgegebenen Bahn während kontinuierlich die Tangentialkraft und damit der Vorschub geregelt wird.

In diesem Beitrag wird ein Konzept präsentiert, welches die gleichzeitige und unabhängige Vorgabe der Nachgiebigkeit bzw. der Kraft sowohl tangential als auch orthogonal zu einem Pfad ermöglicht. Zu diesem Zweck werden bekannte Strategien der Nachgiebigkeitsregelung [2–6] mit aktuellen Forschungsergebnissen der Pfadfolgeregelung [7–9] kombiniert. Im Unterschied zur Trajektorienfolgeregelung ist bei der Pfadfolgeregelung a priori nur der geometrische Verlauf ohne zeitliche Information definiert. Damit lassen sich in Erweiterung zu bisherigen Verfahren mit nur einem Regelgesetz folgende Aufgabenstellungen umsetzen:

- i.) Annäherung an den Pfad von einem Startpunkt außerhalb des Pfades,

- ii.) Regelung der Kraft orthogonal zum Pfad, während die Position entlang des Pfades vorgegeben wird,
- iii.) Regelung der Kraft/Position orthogonal zum Pfad, während die Position entlang des Pfades durch einen Benutzer geführt wird,
- iv.) Regelung der Vorschubkraft entlang des Pfades, während die Position orthogonal zum Pfad stabilisiert oder einem vorgegebenen Verlauf folgt,
- v.) sowie jede Kombination der zuvor genannten.

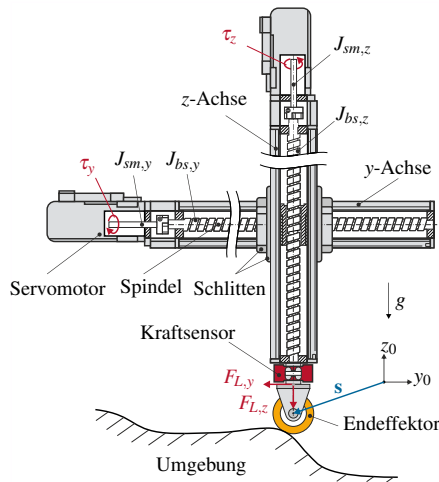
Der Beitrag gliedert sich wie folgt: In Kapitel 2 wird der Versuchsaufbau eines zweidimensionalen Portalsystems vorgestellt und ein mathematisches Modell erstellt. Anschließend werden in Kapitel 3 und 4 die verwendeten Konzepte der Pfadfolge- und Nachgiebigkeitsregelung eingeführt, miteinander kombiniert und am Versuchsaufbau implementiert. Kapitel 5 weist auf einige Besonderheiten der praktischen Implementierung hin und zeigt experimentelle Messergebnisse.

## 2 Versuchsaufbau und mathematisches Modell

**Bild 1** zeigt eine schematische Skizze des zweidimensionalen Portalsystems. Der Aufbau setzt sich im Wesentlichen aus zwei Linearantrieben zusammen, wobei jeder Linearantrieb aus einem Servomotor und einer Spindelachse besteht. Die Antriebe wurden für hochgenaue Positionierungsaufgaben konzipiert, d. h. die Kopplungen zwischen Mo-

tor, Spindelachse, Schlitten und die mechanische Verbindungen der  $y$ - und  $z$ -Achse können als starr und spielfrei betrachtet werden. Konstruktionsbedingt weisen alle Achsen ein ausgeprägtes Reibverhalten auf. Eine unterlagerte Stromregelung stellt sicher, dass die jeweiligen Motor Momente  $\tau_i$ ,  $i \in \{y, z\}$  als Stelleingänge verwendet werden können. Externe Lastkräfte  $F_{L,i}$  am Endeffektor werden über einen Mehrachskraftsensor gemessen.

Entsprechend **Bild 1** ist  $\mathbf{s}^T = [s_y \ s_z]$  die Position des Endeffektors in Bezug auf ein Inertialkoordinatensystem  $(y_0, z_0)$ ,  $m_{t,i}$  die bewegte Masse,  $k_i$  die Spindelsteigung und  $m_{J,i} = (J_{sm,i} + J_{bs,i})/k_i^2$  die äquivalenten bewegten Massen der Trägheitsmomente des Motors  $J_{sm,i}$  und der Spindelachse  $J_{bs,i}$ .



**Bild 1** Schematischer Aufbau des Portalsystems.

Unter diesen Annahmen folgen die Bewegungsgleichungen des Systems zu  $(m_{t,i} + m_{J,i})\ddot{s}_i = F_{M,i} - F_{R,i} - F_{G,i} - F_{L,i}$ , mit den Motor Kräften  $F_{M,i} = \tau_i/k_i$ , den Gewichtskräften  $F_{G,y} = 0$  bzw.  $F_{G,z} = gm_{t,z}$  und  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Das Reibverhalten der Linearantriebe ist in der Form  $F_{R,i}(\dot{s}_i) = F_{c,i} \tanh(\dot{s}_i/w) + c_{v,i}\dot{s}_i$ , mit  $w \ll 1$  und den Koeffizienten  $c_{v,i} > 0$  bzw.  $F_{c,i} > 0$  der viskosen und Coulombschen Reibung charakterisiert.

Mit der Einführung des Zustandsvektors  $\mathbf{x}^T = [\mathbf{x}_c^T \ \mathbf{x}_v^T] \in \mathbb{R}^4$  mit  $\mathbf{x}_c^T = [s_y \ s_z]$  und  $\mathbf{x}_v^T = [\dot{s}_y \ \dot{s}_z]$ , der Eingangsvektoren  $\mathbf{u}^T = [F_{M,y} \ F_{M,z}] \in \mathbb{R}^2$ ,  $\mathbf{d}^T = [F_{L,y} \ F_{L,z}] \in \mathbb{R}^2$  können die Bewegungsgleichungen in eingangsaffiner Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_v \\ \mathbf{f}_v(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_v(\mathbf{x}_c) \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{G}_v(\mathbf{x}_c) \end{bmatrix} \mathbf{d} \quad (1)$$

mit

$$\mathbf{f}_v(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{-F_{F,y}(\dot{s}_y)}{m_{t,y} + m_{J,y}} \\ \frac{-F_{F,z}(\dot{s}_z) - gm_{t,z}}{m_{t,z} + m_{J,z}} \end{bmatrix}, \mathbf{G}_v(\mathbf{x}_c) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_{t,y} + m_{J,y}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{t,z} + m_{J,z}} \end{bmatrix}$$

dargestellt werden. Ausgang des Systems sei die Endeffektorposition

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) = \mathbf{x}_c. \quad (2)$$

<sup>1</sup>Im Folgenden sei mit  $\|\cdot\|$  die euklidische Norm bezeichnet.

<sup>2</sup>Für offene Pfade gilt entsprechend  $\theta_0 = 0$ .

Bereits an dieser Stelle sei erwähnt, dass das im Folgenden gezeigte Konzept der Pfadfolgeregelung auf allgemeine Kinematiken übertragbar ist, d. h. auf Systeme, welche sich in Anlehnung an (1)-(2) mit  $\mathbf{f}_v : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{G}_v : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$  und  $\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) \in \mathbb{R}^p$  darstellen lassen und für die  $m \geq p - 1$  gilt, vgl. [9].

### 3 Pfadfolgeregelung

Die Pfadfolgeregelung verfolgt das Ziel, ein Regelgesetz so zu entwerfen, dass sich der Systemausgang einem vorgegebenen Pfad nähert bzw. sich entlang diesem bewegt, ohne dabei eine explizite Zeitparametrierung vorzugeben. Die folgenden Ausführungen orientieren sich an den Arbeiten [7–9].

#### 3.1 Pfadannahmen

Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen ist eine glatte, parametrisierte Darstellung des Pfades

$$\sigma(\theta) : \mathcal{T} \rightarrow \mathbb{R}^p. \quad (3)$$

Der Pfadparameter  $\theta$  sei Element einer Menge  $\mathcal{T}$ , welche sowohl einen offenen Pfad (bspw.  $\mathcal{T} = [\theta_0, \theta_1]$ ) als auch einen geschlossenen Pfad (bspw.  $\mathcal{T} = \mathbb{R}$ ) beschreiben kann. Damit ist der Pfad  $\gamma$  in der Form  $\gamma = \{\mathbf{y}^* \in \mathbb{R}^p \mid \mathbf{y}^* = \sigma(\theta^*), \theta^* \in \mathcal{T}\}$  definiert. Es wird des Weiteren vorausgesetzt, dass  $\sigma'(\theta^*) = \partial\sigma(\theta^*)/\partial\theta \neq \mathbf{0}$  für alle  $\theta^* \in \mathcal{T}$  gilt, d. h. der Pfad  $\gamma$  gemäß [10] eine reguläre Kurve ist. Man beachte, dass der Tangentialvektor  $\sigma'(\theta^*)$  zu dieser Parametrierung nicht notwendigerweise auf Eins normiert ( $\|\sigma'(\theta^*)\| \neq 1$ )<sup>1</sup> sein muss.

#### 3.2 Koordinatentransformation

In einem ersten Schritt wird eine Koordinatentransformation  $\mathbf{T} : \mathbf{x} \mapsto (\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$  gesucht, welche das System (1)-(2) in Bezug auf den Pfad  $\gamma$  in ein  $\boldsymbol{\eta}$ -Teilsystem tangential sowie ein  $\boldsymbol{\xi}$ -Teilsystem orthogonal zum Pfad aufteilt. Dazu wird ein Projektionsoperator  $\varpi$  eingeführt. Dessen Aufgabe besteht darin, jedem Ausgang  $\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_c)$  in einer tubularen Umgebung des Pfades  $\gamma$  einen Pfadparameter  $\theta^*$  zuzuordnen, sodass der Abstand zwischen dem Ausgang  $\mathbf{y}$  und  $\mathbf{y}^* = \sigma(\theta^*)$  im Sinne einer speziellen Metrik minimal ist. Dazu gilt es, die Minimierungsaufgabe

$$\theta^* = \varpi(\mathbf{y}) := \arg \min_{\theta \in \mathcal{T}} \|\mathbf{y} - \sigma(\theta)\| \quad (4)$$

zu lösen, vgl. [8]. Damit kann die dem Pfadparameter  $\theta^*$  zugeordnete Kurvenlänge  $g$  über das Linienintegral gemäß

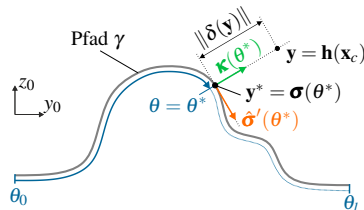
$$g(\mathbf{y}) = \left( \int_{\theta_0}^{\theta^*} \|\sigma'(\tau)\| d\tau \right) \Big|_{\theta^* = \varpi(\mathbf{y})} \quad (5)$$

berechnet werden<sup>2</sup>. Diese Kurvenlänge wird als erster tangentialer Zustand  $\eta_1 = g \circ \mathbf{h}(\mathbf{x}_c)$  gewählt. Der dem Pfadparameter  $\theta^*$  zugehörige Tangenteneinheitsvektor  $\hat{\sigma}'(\theta^*)$  berechnet sich zu  $\hat{\sigma}'(\theta^*) = \sigma'(\theta^*)/\|\sigma'(\theta^*)\|$ . Der Hauptnormaleinheitsvektor  $\boldsymbol{\kappa}(\theta^*)$  folgt mit Hilfe eines Rotationsoperators  $\mathbf{R}_{\pi/2}$  durch Drehung von  $\hat{\sigma}'(\theta^*)$  um  $\pi/2$  ge-

gen den Uhrzeigersinn, d. h.  $\boldsymbol{\kappa}(\theta^*) = \mathbf{R}_{\pi/2} \hat{\boldsymbol{\sigma}}'(\theta^*)$ . Projiziert man den Abstand  $\mathbf{y} - \mathbf{y}^*$  auf den Hauptnormal-einheitsvektor  $\boldsymbol{\kappa}(\theta^*)$ , so erhält man direkt eine implizite Parametrierung des Pfades, d. h.

$$\delta(\mathbf{y}) = \boldsymbol{\kappa}^T(\theta^*)(\mathbf{y} - \boldsymbol{\sigma}(\theta^*)) \Big|_{\theta^* = \varpi(\mathbf{y})} \quad (6)$$

Man beachte, dass die Länge von  $\delta$  exakt dem Abstand zwischen dem Systemausgang  $\mathbf{y}$  und dem korrespondierenden Punkt  $\mathbf{y}^*$  auf dem Pfad  $\gamma$  entspricht. Dementsprechend wird  $\xi_1 = \delta \circ \mathbf{h}(\mathbf{x}_c)$  als erster orthogonaler Zustand festgelegt. Eine graphische Darstellung der Sachverhalte zeigt **Bild 2**.



**Bild 2** Graphische Darstellung der Transformation.

Um die Koordinatentransformation zu komplettieren, werden die zeitlichen Ableitungen der transformierten Zustände benötigt. Obwohl  $\eta_1$  und  $\xi_1$  aufgrund von (4) und (5) i.A. nur numerisch zu bestimmen sind, können für deren zeitlichen Ableitungen  $\eta_2 = \dot{\eta}_1$  bzw.  $\xi_2 = \dot{\xi}_1$  analytische Ausdrücke gefunden werden, vgl. [8, 11]. Damit nimmt die Koordinatentransformation  $\mathbf{T} : \mathbf{x} \mapsto (\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})$  die Form

$$\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi(\mathbf{x}_c) \\ d\pi \mathbf{x}_v \\ \lambda(\mathbf{x}_c) \\ d\lambda \mathbf{x}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g \circ \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) \\ dg \, d\mathbf{h} \, \mathbf{x}_v \\ \delta \circ \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) \\ d\delta \, d\mathbf{h} \, \mathbf{x}_v \end{bmatrix} \quad (7)$$

mit der Jacobimatrix  $d\mathbf{h} = \partial \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) / \partial \mathbf{x}_c$  und den Gradienten  $dg = \partial g(\mathbf{y}) / \partial \mathbf{y}$  bzw.  $d\delta = \partial \delta(\mathbf{y}) / \partial \mathbf{y} = \boldsymbol{\kappa}^T$  an. Für die genauen analytischen Zusammenhänge sei auf [11] verwiesen. Man beachte, dass aufgrund der Wahl der tangentialen und orthogonalen Koordinaten  $\|dg\| = \|\delta\| = 1$  für alle  $\mathbf{y}$  auf dem Pfad gilt. Folglich ist die Transformation der zeitlichen Ableitung des Systemausgangs  $\mathbf{y}$  in das tangentiale und orthogonale Teilsystem unabhängig von der Position entlang des Pfades sowie von der Pfadparametrierung (3) selbst.

### 3.3 Zustandsrückführung

Für die Berechnung der Zustandsrückführung wird in Anlehnung an [9]

$$\tilde{\mathbf{y}}^T = [\lambda(\mathbf{x}_c) \quad \pi(\mathbf{x}_c)] = [\delta \circ \mathbf{h}(\mathbf{x}_c) \quad g \circ \mathbf{h}(\mathbf{x}_c)] \quad (8)$$

als neuer, virtueller Ausgang von (1) gewählt. Die zeitlichen Ableitungen von (8) lassen sich analytisch zu

$$\dot{\tilde{\mathbf{y}}} = \begin{bmatrix} d\lambda \mathbf{x}_v \\ d\pi \mathbf{x}_v \end{bmatrix}, \ddot{\tilde{\mathbf{y}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} d\dot{\lambda} \mathbf{x}_v + d\dot{\lambda} \mathbf{f}_v \\ d\dot{\pi} \mathbf{x}_v + d\dot{\pi} \mathbf{f}_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}(\mathbf{x})} + \underbrace{\begin{bmatrix} d\dot{\lambda} \mathbf{G}_v \\ d\dot{\pi} \mathbf{G}_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_u(\mathbf{x})} \mathbf{u} - \underbrace{\begin{bmatrix} d\dot{\lambda} \mathbf{G}_v \\ d\dot{\pi} \mathbf{G}_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}_d(\mathbf{x})} \mathbf{d}$$

berechnen.

Mit dem neuen, virtuellen Eingang  $\mathbf{v}^T = [v_{\xi_1} \quad v_{\eta_1}] = \ddot{\tilde{\mathbf{y}}}$  kann eine Zustandsrückführung auf Basis der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung, siehe z. B. [12], der Form

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}_u^{-1}(\mathbf{x}) (-\mathbf{b}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}_d(\mathbf{x})\mathbf{d} + \mathbf{v}) \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{T}^{-1}(\boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\xi})} \quad (9)$$

gefunden werden. Die Regularität der Entkopplungsmatrix  $\mathbf{D}_u(\mathbf{x})$  wird mit den getroffenen System- und Pfadannahmen durch Theorem 3.2 von [9] sichergestellt. Einsetzen der Zustandsrückführung (9) mit (7) in (1) resultiert in ein entkoppeltes lineares Systemverhalten

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2, \quad \dot{\xi}_2 = v_{\xi_1}, \quad \dot{\eta}_1 = \eta_2, \quad \dot{\eta}_2 = v_{\eta_1}. \quad (10)$$

Anzumerken ist, dass die Dynamik des transformierten Systems linear in Bezug auf einen nichtlinearen Pfad  $\gamma$  ist und die neuen, virtuellen Eingänge zur gezielten Stabilisierung, Bewegungssteuerung und Nachgiebigkeitsregelung orthogonal bzw. tangential zum Pfad eingesetzt werden können.

## 4 Nachgiebigkeitsregelung

Die grundlegende Idee der aktiven Nachgiebigkeitsregelung besteht darin, einen Regler so zu entwerfen, dass sich ein dynamischer Zusammenhang zwischen einer externen Kraft  $F_\chi$  und einer Zustandsabweichungen  $e_\chi$  sowie deren zeitlicher Ableitung einstellt. Typischerweise wird ein derartiger Zusammenhang in linearer Form<sup>3</sup>

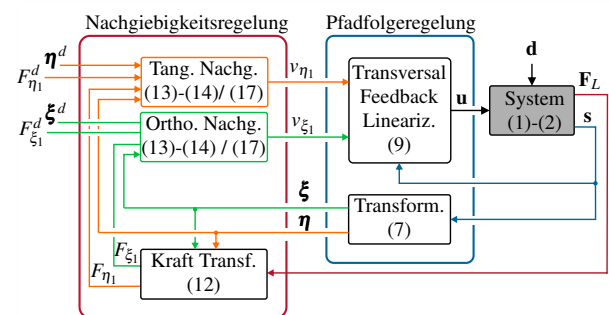
$$F_\chi = m_\chi^d \ddot{e}_\chi + d_\chi^d \dot{e}_\chi + k_\chi^d e_\chi, \quad (11)$$

mit den konstanten Parametern  $m_\chi^d > 0$ ,  $d_\chi^d > 0$  und  $k_\chi^d > 0$  spezifiziert.

Übertragen auf das tangentiale bzw. orthogonale Teilsystem mit den Koordinaten  $\chi \in \{\eta_1, \xi_1\}$  entspricht  $e_\chi = \chi - \chi^d$  der Zustandsabweichung mit der Sollposition  $\chi^d$  und  $F_\chi$  der tangentialen bzw. orthogonalen Kraft, die sich aus der gemessenen, externen Kraft  $F_L$  wie folgt berechnen lässt

$$\begin{bmatrix} F_{\eta_1} \\ F_{\xi_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\sigma}}^T(\theta^*) \\ \boldsymbol{\kappa}^T(\theta^*) \end{bmatrix} \mathbf{F}_L. \quad (12)$$

Im Folgenden werden zwei unterschiedliche Strategien der Nachgiebigkeitsregelung vorgestellt und mit der Pfadfolgeregelung kombiniert, siehe **Bild 3**.



**Bild 3** Kombinierte Pfadfolge- und Nachgiebigkeitsregelung.

<sup>3</sup>Es kann natürlich auch ein geeigneter nichtlinearer Zusammenhang gefordert werden.

## 4.1 Admittanzregelung

Eine verbreitetes Konzept zur Umsetzung eines Impedanzverhaltens gemäß (11), welche sich speziell bei Handhabungssystemen mit hoher und/oder unbekannter Reibung als zielführend erwiesen hat, ist die Admittanzregelung [4]. Die Idee besteht darin, dass ein unterlagerter Positionsregler einer Solltrajektorie  $\chi^p$  folgt, welche von der überlagerten Nachgiebigkeitsregelung gemäß dem gewünschten Impedanzverhalten vorgegeben wird. Entsprechend wird das Positionsregelgesetz

$$v_\chi = \dot{\chi}^p - a_{\chi,2} \dot{e}_\chi^p - a_{\chi,1} e_\chi^p - a_{\chi,0} \int_0^t e_\chi^p d\tau \quad (13)$$

mit geeignet gewählten Koeffizienten  $a_{\chi,k} > 0$  für  $\chi \in \{\eta_1, \xi_1\}$ ,  $k = 0, 1, 2$  und  $e_\chi^p = \chi - \chi^p$  und die überlagerte Admittanzregelung

$$\begin{aligned} \ddot{\chi}^p &= \ddot{\chi}^d + \frac{F_\chi}{m_\chi^d} - \frac{d_\chi^d}{m_\chi^d} \dot{e}_\chi^{pd} - \frac{k_\chi^d}{m_\chi^d} e_\chi^{pd}, \\ \dot{\chi}^p &= \int_0^t \ddot{\chi}^p d\tau, \quad \chi^p = \int_0^t \dot{\chi}^p d\tau \end{aligned} \quad (14)$$

mit  $e_\chi^{pd} = \chi^p - \chi^d$  verwendet, um die gemäß (11) spezifizierte Nachgiebigkeit einzustellen, vgl. [11].

Infolge der Transformationseigenschaft  $\|dg\| = \|d\delta\| = 1$  für  $y \in \gamma$  ist dieses Verhalten unabhängig von der tangentialen Pfadposition und von der Pfadparametrierung (3) und kann damit z. B. auch direkt auf stückweise definierte Pfade (z. B. Splines) übertragen werden.

Zu beachten ist, dass diese Strategie im Speziellen bei einer Interaktion mit einer steifen Umgebung zur Kontaktstabilität neigt bzw. zur Gewährleistung der Stabilität die Wahl der gewünschten Impedanzparameter stark einzuschränken ist. Eine Bedingung zur Festlegung der Impedanzparameter liefert z. B. das Kriterium zur geometrischen Kontaktstabilität [4]. Demnach muss für eine stabile Kontaktannahme die tatsächliche Endeffektorposition  $\chi$  stets zwischen der Position der Umgebung und der nominell geforderten Position  $\chi^d$  liegen. Unter der Voraussetzung einer maximal destabilisierenden Umgebung [2]  $F_\chi = -k_\chi \chi$  mit der Steifigkeit  $k_\chi > 0$  schränkt dieses Kriterium die Wahl der Zielparameter wie folgt

$$\zeta_\chi^d = d_\chi^d / (2\sqrt{m_\chi^d k_\chi^d}) \geq \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + 2\frac{k_\chi}{k_\chi^d}} - 1 \right) \quad (15)$$

mit dem Dämpfungsgrad  $\zeta_\chi^d$  ein.

## 4.2 Parallele Positions- und Kraftregelung

Wie zahlreiche Arbeiten zeigen, ist das Konzept der Impedanzregelung im Kontaktfall hinsichtlich der Wahl der Parameter weniger limitierend [5]. Für das gegebene System mit hoher Haftreibung kommt es bei Anwendung der Impedanzregelung allerdings zu einer stationären Regelabweichung bezüglich einer gewünschten Sollposition  $\chi^d$  bzw. Kontaktkraft  $F_\chi^d$ ,  $\chi \in \{\eta_1, \xi_1\}$ . Eine naheliegende Strategie, welche in der Literatur auch als parallele Positions- und Kraftregelung [3] bezeichnet wird, besteht

in der Erweiterung der Zielimpedanz (11) um einen integralen Kraftfehleranteil.

Das spezifizierte Zielimpedanzverhalten in Interaktionsrichtung sei damit in der Form

$$e_{F,\chi} + k_\chi^I \int_0^t e_{F,\chi} d\tau = m_\chi^d \ddot{e}_\chi + d_\chi^d \dot{e}_\chi + k_\chi^d e_\chi, \quad (16)$$

mit  $e_{F,\chi} = F_\chi - F_\chi^d$  und der Konstanten  $k_\chi^I > 0$  gegeben. Das entsprechende Zustandsregelgesetz der parallelen Positions- und Kraftregelung folgt in der Form

$$v_\chi = \underbrace{\frac{-d_\chi^d \dot{e}_\chi - k_\chi^d e_\chi}{m_\chi^d}}_{v_{\chi, \text{Pos.}}} + \underbrace{\ddot{\chi}^d + \frac{e_{F,\chi} + k_\chi^I \int_0^t e_{F,\chi} d\tau}{m_\chi^d}}_{v_{\chi, \text{Kraft}}}. \quad (17)$$

Unter Annahme einer maximal destabilisierenden Umgebung  $F_\chi = -k_\chi \chi$  ist damit die Fehlerdynamik

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\chi \\ \dot{e}_\chi \\ \ddot{e}_\chi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_\chi^I k_\chi}{m_\chi^d} & -\frac{k_\chi^d + k_\chi}{m_\chi^d} & -\frac{d_\chi^d}{m_\chi^d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\chi \\ \dot{e}_\chi \\ \ddot{e}_\chi \end{bmatrix} \quad (18)$$

asymptotisch stabil sofern

$$m_\chi^d > 0, \quad d_\chi^d > 0, \quad k_\chi^I k_\chi > 0, \quad \left( k_\chi^d + k_\chi \right) d_\chi^d - k_\chi^I k_\chi m_\chi^d > 0 \quad (19)$$

erfüllt ist. Man beachte, dass im Nicht-Kontaktfall  $k_\chi = 0$  die Integration in (17) zu stoppen ist und damit das Impedanzverhalten durch die Terme  $k_\chi^d$  und  $d_\chi^d$  festgelegt wird. Wie am Impedanzverhalten (16) zu erkennen ist, ist für den stationären Fall  $F_\chi = F_\chi^d \neq 0$  die Zustandsabweichung  $e_\chi$  i.A. ungleich Null und muss daher vom integralen Kraftfehleranteil exakt kompensiert werden. Um dem entgegenzuwirken, wird eine Sollgrößentransformation

$$\chi^d = \hat{\chi}^d - \frac{F_\chi^d}{\bar{k}_\chi} \quad (20)$$

mit der zu erwartenden Umgebungssteifigkeit  $\bar{k}_\chi$  durchgeführt. Damit folgt  $e_\chi = 0$  für  $F_\chi = F_\chi^d \neq 0$ ,  $\hat{\chi}^d = 0$  und  $k_\chi \approx \bar{k}_\chi$ . Selbstverständlich behalten die Stabilitätsaussagen von (18)-(19) mit Einführung der Transformation (20) ihre Gültigkeit.

## 5 Implementierung und experimentelle Ergebnisse

Die in den Kapiteln 3 und 4 vorgestellten Konzepte wurden auf dem in Kapitel 2 beschriebenen Portalsystem und einem DSPACE Echtzeitsystem mit einer Abtastzeit von 1 ms implementiert. Eine Auswahl an Komponenten und Parametern sind in den **Tabellen 1** und **2** zusammengefasst. Hinsichtlich der Konstruktion des Endeffektors seien an dieser Stelle einige Entwurfsaspekte angeführt. Wie anhand von (15) und (19) gezeigt, ist im Kontaktfall die Steifigkeit der Umgebung limitierend für die Wahl der Impedanzparameter und damit auch der realisierbaren Zieldynamik. Deshalb ist es zielführend, den Endeffektor so zu

<sup>4</sup>Die Einführung dieser Transformation lässt sich z. B. auch anhand der Definition der geometrischen Kontaktstabilität [4] motivieren.

entwerfen, dass dessen Steifigkeit  $k_E$  um zumindest eine Größenordnung kleiner als jene der Umgebung  $k_U$  ist und damit für die Gesamtsteifigkeit in Interaktionsrichtung  $k_\chi = k_E k_U / (k_E + k_U) \approx k_E$  gilt. Um etwaige dynamische Einflüsse auf die Kraftmessung klein zu halten, sollte der Kraftsensor so platziert sein, dass die bewegte Masse des Endeffektors möglichst gering ist. Entscheidend ist, dass der Frequenzbereich der ersten Eigenmode wesentlich höher liegt als jene der Zieldynamik.

**Tabelle 1** Komponenten des Portalsystems.

Komponente	Hersteller	Type
y-Spindelachse	FESTO	EGC-80-BS-KF-1200
z-Spindelachse	FESTO	EGC-70-BS-KF-800
Servomotor	FESTO	AS-55-M
Kraftsensor	ME-MESSSYSTEME	K3D60

**Tabelle 2** Parameter des Portalsystems.

$i$ -Achse	$m_{t,i}$	$m_{J,i}$	$F_{c,i}$	$c_{v,i}$
y-Achse	11,97 kg	29,26 kg	65,42 N	175,93 Ns/m
z-Achse	8,13 kg	16,79 kg	37,69 N	62,83 Ns/m

Exemplarisch sei im Folgenden der Pfad  $\gamma$  in Form eines stückweise definierten,  $C^2$ -stetigen, kubischen Splines in parametrierter Darstellung

$$\sigma(\theta) = \left[ \sum_{j=0}^3 a_{j,s} (\theta - \theta_s)^j \right] \quad (21)$$

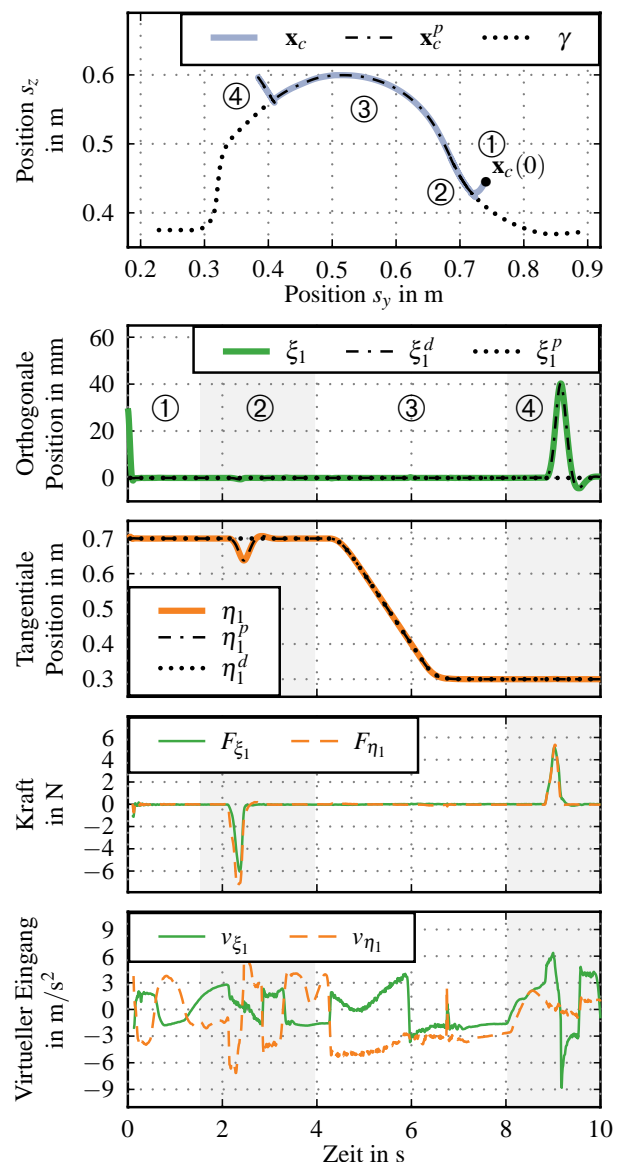
mit  $\theta \in [\theta_s, \theta_{s+1}]$ ,  $s = 0, \dots, l-1$  und  $l$  Stützstellen gegeben. Die Koeffizienten  $a_{j,s}$  und  $b_{j,s}$  und Stützstellen  $\theta_s$  von (21) wurden so festgelegt, dass damit die Kontur eines Formwerkzeugs approximiert wird.

### 5.1 Admittanzregelung

In einem ersten Experiment wird die Kombination aus Pfadfolge- und Admittanzregelung im Nicht-Kontaktfall untersucht. Die Solltrajektorien  $\eta_1^p$  und  $\xi_1^p$  der unterlagerten Positionsregelung (13) werden von der äußeren Admittanzregelung (14) gemäß dem spezifizierten Impedanzverhalten (11) vorgegeben. Die Koeffizienten des Positionsreglers  $a_{\chi,k} > 0$  für  $\chi \in \{\eta_1, \xi_1\}$ ,  $k = 0, 1, 2$  wurden mittels Polvorgabe für die Pole  $p_{\chi,k} = -60/s$  bestimmt. Die Zielimpedanzparameter aus (11) wurden, falls nicht anders angegeben, zu  $m_\chi^d = 0,8 \text{ kg}$ ,  $\zeta_\chi^d = 0,6$  (siehe (15)) und  $k_{\eta_1}^d = 100 \text{ N/m}$  bzw.  $k_{\xi_1}^d = 10000 \text{ N/m}$  gewählt.

**Bild 4** zeigt die Position des Endeffektors  $\mathbf{x}_c$  und die zugehörigen transformierten Zustände  $\eta_1$  und  $\xi_1$ . Ausgehend von einer Startposition wird die Endeffektorposition auf den Pfad hin geregelt. Im zweiten Teil des Experiments verursacht eine externe Störkraft  $\mathbf{F}_L$  eine Bewegung des Endeffektors entlang des Pfades gemäß dem spezifizierten Impedanzverhalten, während die orthogonale Position  $\xi_1$  aufgrund der entsprechend höher gewählten Steifigkeit  $k_{\xi_1}^d$  gehalten wird. Anschließend wird die Steifigkeit zu  $k_{\eta_1}^d = 10000 \text{ N/m}$  gesetzt und ein Positionswechsel entlang des Pfades mittels  $\eta_1^d$  vorgegeben. Im letzten

Teil des Experiments wird die orthogonale Steifigkeit zu  $k_{\xi_1}^d = 100 \text{ N/m}$  gewählt und abermals eine externe Störkraft aufgebracht. Dabei kommt es gemäß dem spezifizierten Impedanzverhalten zu einer orthogonalen Abweichung vom Pfad.



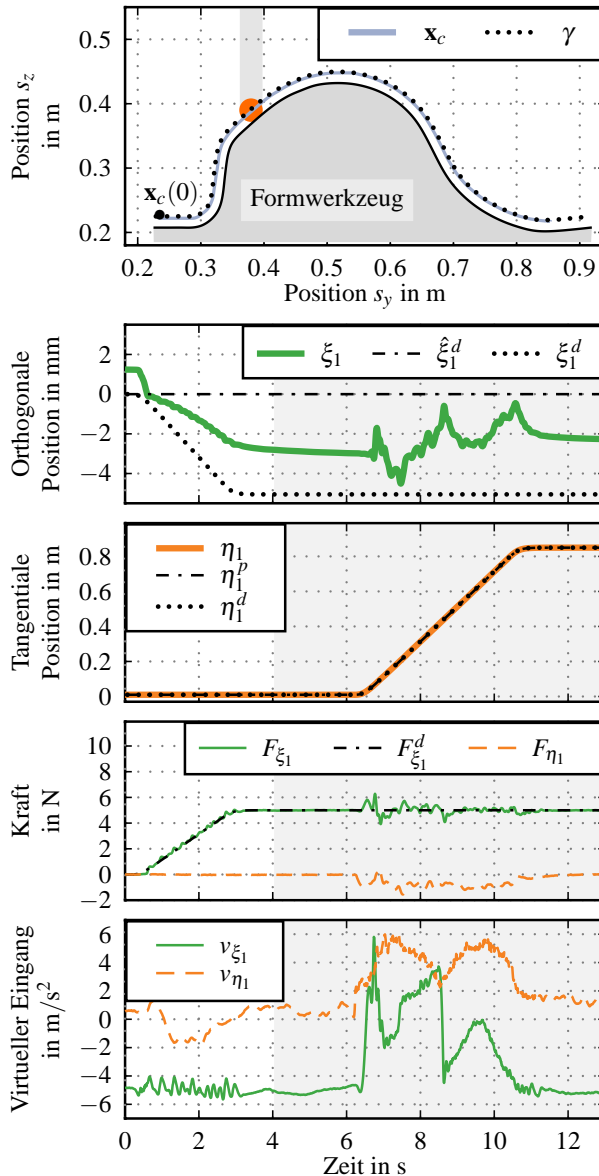
**Bild 4** Experiment 1: Admittanzregelung.

### 5.2 Parallele Positions- und Kraftregelung

Im zweiten Experiment wird die Interaktion mit einem steifen Formwerkzeug untersucht. In tangentialer Richtung wird weiterhin die Admittanzregelung eingesetzt, während für die orthogonale Interaktionsrichtung die parallele Positions- und Kraftregelung (17) mit den Parametern  $m_{\xi_1}^d = 0,3 \text{ kg}$ ,  $k_{\xi_1}^d = 1000 \text{ N/m}$ ,  $\zeta_{\xi_1}^d = 0,8$  (siehe (15)) und  $k_{\xi_1}^l = 15$  verwendet wird.

Ausgehend von einer Startposition  $\mathbf{x}_c(0)$  nimmt der Endeffektor Kontakt an und übt eine orthogonale Kraft von  $F_{\xi_1}^d = 5 \text{ N}$  auf das Formwerkzeug aus, siehe **Bild 5**. Im

zweiten Teil des Experiments wird ein Positionswechsel entlang des Pfades bei einer Geschwindigkeit von 0,2m/s vorgegeben, während die spezifizizierte Kontaktkraft bei einem maximalen Fehler von  $e_{F,\xi_1} = 1\text{N}$  eingehalten wird. Wie man erkennt, stellt die eingeführte Sollgrößentransformation  $\xi_1^d = \hat{\xi}_1^d - F_{\xi_1}^d / \bar{k}_{\xi_1}$  die Einhaltung der geometrischen Kontaktstabilität sicher.



**Bild 5** Experiment 2: Parallele Positions- und Kraftregelung.

## 6 Zusammenfassung

Dieser Beitrag zeigt den Entwurf einer kombinierten Pfadfolge- und Nachgiebigkeitsregelung am Beispiel eines zweidimensionalen Portalsystems. Obwohl das Konzept anhand eines vergleichsweise einfachen Handhabungssystems präsentiert wurde, ist die vorgestellte Methodik auf komplexere mechanische Systeme bei Erfüllungen der Annahmen gemäß [9] direkt übertragbar. Zukünftige Erweiterungen

sollen die Umsetzung der genannten Strategien auf mehrdimensionale Pfade und Mannigfaltigkeiten (Raumkurven, Oberflächen) behandeln.

Diese Arbeit wurde unterstützt und finanziell gefördert von der Firma FESTO AG & CO. KG.

## 7 Literatur

- [1] Z. Pan and H. Zhang, “Robotic machining from programming to process control,” in *Proc. 7th World Congress on Intelligent Control and Automation*, Chongqing, China, Jun. 2008, pp. 553–558.
- [2] J. E. Colgate and N. Hogan, “Robust control of dynamically interacting systems,” *International Journal of Control*, vol. 48, no. 1, pp. 65–88, 1988.
- [3] S. Chiaverini, B. Siciliano, and L. Villani, “A stable force/position controller for robot manipulators,” in *Proc. of the 31st IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 2, Tucson, AZ, USA, Dec. 1992, pp. 1869–1874.
- [4] D. Šurdilović, “Contact stability issues in position based impedance control: Theory and experiments,” in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 2, Minneapolis, MN, USA, Apr. 1996, pp. 1675–1680.
- [5] T. Valency and M. Zacksenhouse, “Accuracy/robustness dilemma in impedance control,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 125, no. 3, pp. 310–319, 2003.
- [6] C. Ott, A. Kugi, and G. Hirzinger, “On the passivity-based impedance control of flexible joint robots,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 24, no. 2, pp. 416–429, 2008.
- [7] C. Nielsen, C. Fulford, and M. Maggiore, “Path following using transverse feedback linearization: Application to a maglev positioning system,” in *Proc. American Control Conference*, St. Louis, MO, USA, Jun. 2009, pp. 3045–3050.
- [8] L. Consolini, M. Maggiore, C. Nielsen, and M. Tosques, “Path following for the PVTOL aircraft,” *Automatica*, vol. 46, no. 8, pp. 1284–1296, 2010.
- [9] A. Hladio, C. Nielsen, and D. Wang, “Path following controller design for a class of mechanical systems,” in *Proc. 18th IFAC World Congress*, Milano, Italy, Aug./Sep. 2011, pp. 10 331–10 336.
- [10] V. A. Toponogov, *Differential geometry of curves and surfaces-A concise guide*. Boston: Birkhäuser, 2006.
- [11] S. Flixeder, T. Glück, M. Böck, and A. Kugi, “Combined path following and compliance control with application to a biaxial gantry robot,” in *Proc. of the IEEE Conference on Control Applications*, Antibes, France, Okt. 2014, pp. 796–801.
- [12] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 3rd ed. London: Springer, 1995.