

This document contains a post-print version of the paper

Mathematische Modellierung und Analyse eines DRT-VLF-Hochspannungsprüfgenerators

authored by **W. Kemmetmüller** and **A. Kugi**

and published in *e&i Elektrotechnik und Informationstechnik*.

The content of this post-print version is identical to the published paper but without the publisher's final layout or copy editing. Please, scroll down for the article.

Cite this article as:

W. Kemmetmüller and A. Kugi, "Mathematische Modellierung und Analyse eines drt-vlf-Hochspannungsprüfgenerators", *e&i Elektrotechnik und Informationstechnik*, vol. 129, no. 1, pp. 18–27, 2012. DOI: [10.1007/s00502-012-0073-5](https://doi.org/10.1007/s00502-012-0073-5)

BibTex entry:

```
% This file was created with JabRef 2.9.2.  
% Encoding: Cp1252
```

```
@ARTICLE{acinpaper,  
  author = {Kemmetmüller, W. and Kugi, A.},  
  title = {Mathematische {M}odellierung und {A}nalyse eines DRT-VLF-{H}ochspannungsprüfgenerators},  
  journal = {e&i Elektrotechnik und Informationstechnik},  
  year = {2012},  
  volume = {129},  
  pages = {18-27},  
  number = {1},  
  doi = {10.1007/s00502-012-0073-5},  
  url = {http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs00502-012-0073-5#}  
}
```

Link to original paper:

<http://dx.doi.org/10.1007/s00502-012-0073-5>
<http://link.springer.com/article/10.1007/s00502-012-0073-5#>

Read more ACIN papers or get this document:

<http://www.acin.tuwien.ac.at/literature>

Contact:

Automation and Control Institute (ACIN)
Vienna University of Technology
Gusshausstrasse 27-29/E376
1040 Vienna, Austria

Internet: www.acin.tuwien.ac.at
E-mail: office@acin.tuwien.ac.at
Phone: +43 1 58801 37601
Fax: +43 1 58801 37699

Copyright notice:

The final publication is available at <http://dx.doi.org/10.1007/s00502-012-0073-5>

Mathematische Modellierung und Analyse eines DRT-VLF-Hochspannungsprüfgenerators

W. Kemmettmüller, A. Kugi OVE, VDE, IEEE

Durch den forcierten Ausbau von regenerativen dezentralen Energieerzeugungssystemen werden in den letzten Jahren vermehrt Hoch- und Höchstspannungskabel eingesetzt, zu deren Qualitätskontrolle effiziente Prüfmöglichkeiten vor Ort erforderlich sind. Dazu werden vermehrt Prüfgeneratoren mit einer sehr niedrigen Frequenz (VLF) eingesetzt. Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der mathematischen Modellierung und der Analyse des dynamischen Verhaltens eines neuartigen VLF-Prüfgenerators. Dazu wird, basierend auf einem Referenzmodell, ein für die Analyse geeignetes Hüllkurvenmodell hergeleitet. Beide Modelle werden anhand von Messdaten validiert. Im letzten Teil des Beitrages werden wesentliche dynamische Eigenschaften des Prüfgenerators analysiert.

Schlüsselwörter: Hochspannungsprüfgenerator; mathematische Modellierung; Hüllkurvenmodell; Analyse

Mathematical modeling and analysis of a DRT-VLF high voltage test generator.

Due to the forced construction of regenerative decentralized power generation systems, high and ultra high voltage cables are frequently used, such that the demand on an efficient possibility for the on-site testing of the quality of the cables has increased in recent years. Therefore, test generators with very low frequencies (VLF) are frequently used. This paper deals with the mathematical modeling and the analysis of the dynamical system behavior of a novel VLF test generator. Based on a reference model, an envelope model is derived which is well suited for the analysis of the dynamical system behavior. Both models are validated by means of measurement results. The last part of this paper is concerned with the analysis of the important dynamical features of the test generator.

Keywords: high voltage test generator; mathematical modeling; envelope model; analysis

Eingegangen am 12. Oktober 2011, angenommen am 18. Jänner 2012
© Springer-Verlag 2012

1. Einleitung

In den letzten Jahren ist ein forciertes Ausbauen der Energieerzeugung mittels regenerativer Systeme, wie z. B. Windkraftanlagen (On- und Off-Shore), Photovoltaik, Biomasse, zu verzeichnen. Die Anbindung dieser dezentralen Anlagen an das Stromverteilungsnetz erfolgt in der Regel mit Hilfe von Hoch- und Höchstspannungskabeln (HV, UHV) mit Spannungen bis zu 500 kV, welche in der Erde oder im Meer verlegt werden. Zusätzlich werden vermehrt Oberleitungen durch unterirdisch verlegte Hochspannungskabel ersetzt. Dies führt dazu, dass der Anteil von Hochspannungskabel stark gestiegen ist und voraussichtlich auch noch weiter steigen wird, siehe, z. B. (*IEEE Power Engineering Society, 2004; Coors, Schierig, 2008; Muhr et al., 2001; Pietsch, Hausschild, 2005; Krüger et al., 1990; Cao et al., 2009*).

Zum Test der Qualität und zum Nachweis der Funktion dieser Hochspannungskabel sind geeignete Prüfmethode und -geräte notwendig. Eine besondere Herausforderung stellt die Prüfung von neu verlegten bzw. reparierten Hochspannungskabeln dar, da die dazu verwendeten Prüfgeräte mobil und daher kompakt und leicht aufgebaut sein müssen. Ursprünglich wurden Erd- und Seehochspannungskabel durch Anlegen einer Gleichspannung (HV-DC Test) geprüft, siehe (*IEEE Power Engineering Society, 2004; Oetjen, 2004*). Ein solcher Test ist jedoch bei den heutzutage meist verwendeten Kabeln mit Kunststoffisolation wie z. B. XLPE (cross-linked polyethylen), PE (polyethylen) oder EPR (ethylen propylen rubber) aus folgenden Gründen nicht sinnvoll: (i) Ein Test dieser Kabel mit Gleichspannung führt zur Akkumulation von Raum- und Restladun-

gen im Dielektrikum. Diese Raumladungen können vor allem in der Umgebung von kleinen, mit Wasser gefüllten Fehlern (water trees) der Isolation zu einer erhöhten elektrischen Beanspruchung führen. Im späteren Betrieb kann diese erhöhte Belastung des Kabels zu Fehlern führen, welche ohne den Test mit Gleichspannung nicht aufgetreten wären, vgl. (*IEEE Power Engineering Society, 2004; Mohaupt, 2008; Peschel, 2001; Xinlao et al., 1997*). In den früher verwendeten PILC (paper insulated lead sheathed cable) bzw. Öl-impregnierten Kabeln waren diese Raumladungen unproblematisch, da sie durch die höheren Leckageströme in der Isolierung schnell abgebaut wurden. (ii) HV-DC Tests erweisen sich als ineffizient zum Erkennen und Lokalisieren von Qualitätsproblemen von Hochspannungskabeln, (*IEEE Power Engineering Society, 2004; Coors, Schierig, 2008; Muhr et al., 2001; Pietsch, Hausschild, 2005; Krüger et al., 1990*).

Daher werden heutzutage bevorzugt Wechsellspannungsprüfungen zum Test von Hochspannungskabeln eingesetzt. Bei Tests mit netzfrequenter oder höherfrequenter Spannung sind aufgrund der hohen Kapazitäten der Kabel hohe Blindleistungen notwendig. Um diese Leistungen zur Verfügung zu stellen, sind sehr große und damit schwere Anlagen notwendig, welche sich nicht oder nur sehr eingeschränkt für eine Prüfung vor Ort eignen.

Kemmettmüller, Wolfgang, Univ.-Ass. Dipl.-Ing. Dr.-Ing., Kugi, Andreas, Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr., Technische Universität Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, Gußhausstraße 27-29/E376, 1040 Wien, Österreich (E-Mail: kemmettmueller@acin.tuwien.ac.at)

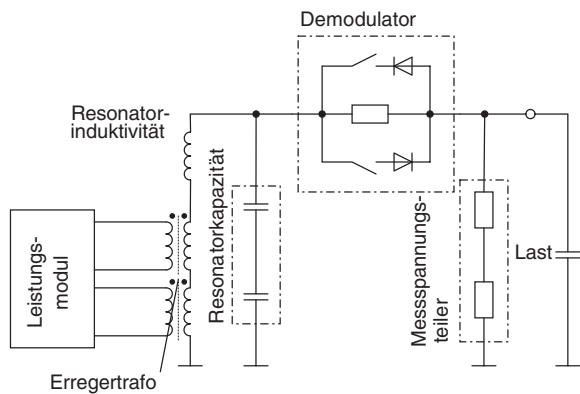


Abb. 1. Aufbau des DRT-VLF-Prüfgenerators

Aus diesem Grund wurden in den letzten Jahren vermehrt Prüfmethode mit Wechselspannungen sehr niedriger Frequenz (HV-VLF – high voltage, very low frequency) im Bereich von 0,1 Hz und weniger vorgeschlagen, siehe z. B. (*IEEE Power Engineering Society, 2004; Muhr et al., 2001; Cao et al., 2009; Mohaupt, 2008*). Durch die maßgebliche Verringerung der Frequenz im Vergleich zur Netzfrequenz ergibt sich eine drastische Verringerung der benötigten Blindleistung, weswegen die auf dieser Prüfmethode basierenden Prüfgeneratoren wesentlich kompakter und leichter gebaut werden können und damit auch für die Prüfung der Kabel vor Ort geeignet sind.

In diesem Beitrag wird der in Abb. 1 schematisch dargestellte Prototyp eines neuartigen, von der Firma Mohaupt High Voltage entwickelten Prüfgenerators zur Erzeugung von niederfrequenter Hochspannung betrachtet, siehe (*Mohaupt, 2008, 2009a,b*). Das Grundprinzip dieses DRT-VLF (difference resonance technique, very low frequency)-Prüfgenerators beruht auf einem Serienresonanzkreis bestehend aus einer Resonatorinduktivität und einer Resonatorkapazität, welcher durch ein Leistungsmodul über einen Erregertrafo durch die Überlagerung von zwei hochfrequenten Spannungen leicht unterschiedlicher Frequenz angeregt wird. Die hohe Güte des Resonanzkreises führt zu einer maßgeblichen Erhöhung der Spannung an der Resonatorkapazität im Vergleich zu den Spannungen des Leistungsmoduls. Weiterhin resultiert aus der Überlagerung der beiden Spannungen des Leistungsmoduls eine niederfrequente (sinusförmige) Modulation der Amplitude der hochfrequenten Spannung an der Resonatorkapazität. Durch Demodulation der Hüllkurve dieser Zwischenkreisspannung kann an der (kapazitiven) Last (d. h. am Kabel) die gewünschte niederfrequente Hochspannung erzeugt werden.

Der Prüfgenerator zeichnet sich durch einen sehr einfachen mechanischen und elektrischen Aufbau aus und besitzt das Potenzial zur Erzeugung von Höchstspannungen bis zu 800 kV. Damit werden neue, bis jetzt nicht abgedeckte Einsatzgebiete in der Kabelprüfung erschlossen. So werden heutzutage kurze Hochspannungskabel (bis zu einigen 100 m Länge) für 110 kV – 220 kV normalerweise nicht getestet, da die Tests mit den vorhandenen Systemen zu aufwändig und zu teuer sind. Auch die Prüfung von besonders langen (See-)Kabeln, wie sie z. B. in Off-Shore-Windparks verwendet werden, wird bis jetzt nicht durch am Markt verfügbare Prüfgeneratoren abgedeckt.

Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der mathematischen Modellierung und der Analyse der wesentlichen Eigenschaften des Prüfgenerators. Dazu wird im zweiten Abschnitt ein so genanntes Referenzmodell hergeleitet, dessen Güte anhand von Messergebnissen nachgewiesen wird. Anschließend wird im Abschnitt 3 ein zur

Analyse und für einen späteren Reglerentwurf besser geeignetes Hüllkurvenmodell entwickelt. Im Abschnitt 4 werden wesentliche dynamische Eigenschaften analysiert und Fragestellungen für eine spätere Regelung des Prüfgenerators beantwortet. Der Beitrag schließt mit einem Ausblick auf weitere Arbeiten.

2. Mathematisches Modell

In diesem Abschnitt wird eine mathematische Beschreibung des Hochspannungsprüfgenerators hergeleitet. Dieses mathematische Modell soll in weiterer Folge im Wesentlichen für zwei Aufgabenstellungen verwendet werden: (i) Das mathematische Modell bildet die Grundlage für die Analyse des dynamischen Verhaltens des Hochspannungsprüfgenerators. Insbesondere kann anhand des Modells der Einfluss der unterschiedlichen Systemparameter quantifiziert werden, und mögliche Änderungen oder andere Baugrößen des Systems können bereits vorab simulativ untersucht werden. (ii) Um die hohen Anforderungen an die Qualität der Prüfspannung z. B. im Hinblick auf den Klirrfaktor (siehe z. B. IEC 60060-1 und IEC 60060-3) einhalten zu können, ist eine Regelung des Prüfgenerators notwendig. Das mathematische Modell des Systems bildet dabei die Grundlage für den Entwurf einer nichtlinearen Regelungsstrategie und kann weiterhin zur Evaluierung der Regelgüte anhand von Simulationsstudien verwendet werden.

Der Ausgangspunkt der Modellierung ist das in Abb. 2 dargestellte elektrische Ersatzschaltbild des Hochspannungsprüfgenerators. Der als veränderlicher Widerstand R_{dm} dargestellte Demodulator ist in Form einer Reihenschaltung von mehreren Demodulatormodulen konstruiert. Der prinzipielle Aufbau eines solchen Demodulatormoduls ist in Abb. 3 dargestellt. Ein Modul besteht jeweils aus vier Thyristoren für die positive Halbwelle, vier Thyristoren für die negative Halbwelle sowie vier so genannten Entladewiderständen. Die Thyristoren für die negative und die positive Halbwelle können getrennt angesteuert werden. Weiterhin ist es möglich, jedes Modul direkt anzusteuern, womit eine gezielte Vorgabe des Widerstands R_{dm} des Demodulators möglich ist.

Die Ströme i_{p1} und i_{p2} der Primärseite des Erregertrafos sowie der Resonatorstrom i_r können durch folgende Differentialgleichungen beschrieben werden

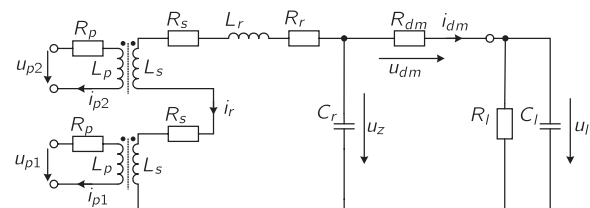


Abb. 2. Elektrisches Ersatzschaltbild des DRT-VLF-Prüfgenerators

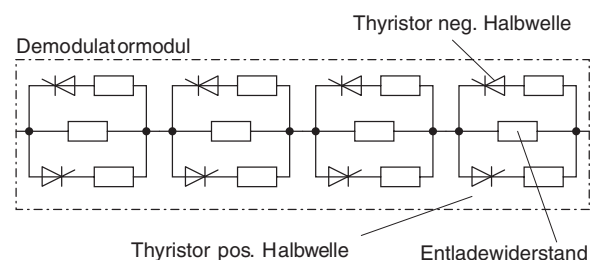


Abb. 3. Prinzipieller Aufbau eines Demodulatormoduls

$$\mathbf{L} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{p1} \\ i_{p2} \\ i_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_p i_{p1} + u_{p1} \\ -R_p i_{p2} + u_{p2} \\ -(2R_s + R_r) i_r + u_z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

wobei R_p bzw. R_s die Widerstände des Erregertrafos auf der Primär- bzw. Sekundärseite bezeichnen, R_r ist der Widerstand des Resonators, u_{p1} bzw. u_{p2} sind die veränderbaren Spannungen des Leistungsmoduls, u_z ist die Zwischenkreisspannung, und die Induktivitätsmatrix \mathbf{L} ist durch

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_p & 0 & L_{ps} \\ 0 & L_p & L_{ps} \\ L_{ps} & L_{ps} & 2L_s + L_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

gegeben. Darin bezeichnen L_p bzw. L_s die Induktivität der Primär- bzw. Sekundärseite des Erregertrafos, $L_{ps} = k\sqrt{L_p L_s}$ die Koppelinduktivität (mit dem Kopplungsfaktor $k < 1$) und L_r die Resonatorinduktivität.

Die Dynamik der Zwischenkreisspannung u_z ist durch

$$\frac{d}{dt} u_z = \frac{1}{C_r} (-i_r - i_{dm}) \quad (3)$$

mit der Resonatorkapazität C_r sowie dem Demodulatorstrom i_{dm} , gegeben. Schließlich ergibt sich die Spannung u_l an der Last (d. h. die Prüfspannung am Kabel) zu

$$\frac{d}{dt} u_l = \frac{1}{C_l} \left(-\frac{u_l}{R_l} + i_{dm} \right), \quad (4)$$

wobei C_l die Kapazität und R_l den Widerstand des Kabels bezeichnen.

Der Demodulator wird, wie bereits beschrieben, durch einen veränderbaren Widerstand R_{dm} modelliert. Abhängig vom Vorzeichen der Demodulatorspannung $u_{dm} = u_z - u_l$ errechnet sich der Strom i_{dm} in der Form

$$i_{dm} = \begin{cases} \frac{u_{dm}}{R_{dm}^+} & \text{für } u_{dm} \geq 0 \\ \frac{u_{dm}}{R_{dm}^-} & \text{für } u_{dm} < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

wobei R_{dm}^+ und R_{dm}^- die effektiven veränderbaren Widerstände des Demodulators für positive bzw. negative Demodulatorspannungen bezeichnen. Die effektiven Widerstände des Demodulators können (in diskreten Schritten) vom Benutzer im Bereich von $R_{on} \leq R_{dm}^\pm \leq R_{off}$, mit dem minimalen Widerstand R_{on} (alle Thyristoren sind durchgeschaltet) und dem maximalen Widerstand R_{off} (alle Thyristoren sind gesperrt), vorgegeben werden. Der Widerstand

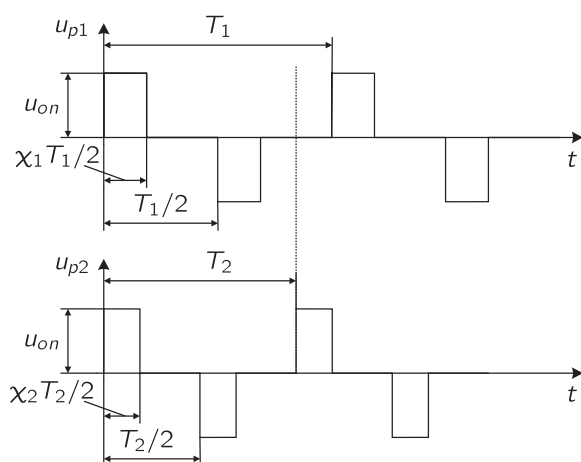


Abb. 4. Form der Ansteuerung der Primärseite

R_{off} entspricht dabei dem effektiven Entladewiderstand des Demodulators.

Die Anregung des Prüfgenerators mit den Primärspannungen u_{p1} und u_{p2} ist ein zentrales Element, um die geforderte niederfrequente Prüfspannung an der Last zu erhalten. Dazu werden, wie bereits beschrieben, zwei hochfrequente Spannungen mit leicht unterschiedlicher Frequenz, $f_r - \Delta f$ für die Spannung u_{p1} und $f_r + \Delta f$ für die Spannung u_{p2} , verwendet, wobei $f_r \approx 1 \text{ kHz}$ der Resonanzfrequenz des Serienschwingkreises entspricht und $\Delta f \approx 0,1 \text{ Hz}$ die gewünschte niedrige Frequenz darstellt. Das Leistungsmodul realisiert diese Spannungen mit Hilfe von pulsweitenmodulierten rechteckförmigen Spannungen, wie sie in Abb. 4 dargestellt sind. Dabei ist die Amplitude u_{on} fixiert, und die Tastverhältnisse χ_1 und χ_2 sowie die Periodendauern

$$T_1 = \frac{1}{f_r - \Delta f} \quad \text{und} \quad T_2 = \frac{1}{f_r + \Delta f} \quad (6)$$

können vorgegeben werden.

2.1 Messergebnisse

Um die Qualität des mathematischen Modells zu untersuchen, wurden Messungen an einem Prototyp des Hochspannungsprüfgenerators bei der Firma Mohaupt High Voltage durchgeführt. Dabei wurde eine sehr einfache Ansteuerung des Demodulators in der Form

$$i_{dm} = \begin{cases} \frac{u_{dm}}{R_{on}} & \text{für } u_{dm} \geq 0 \\ \frac{u_{dm}}{R_{off}} & \text{für } u_{dm} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

für die positive Halbwelle der Lastspannung u_l und

$$i_{dm} = \begin{cases} \frac{u_{dm}}{R_{off}} & \text{für } u_{dm} \geq 0 \\ \frac{u_{dm}}{R_{on}} & \text{für } u_{dm} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

für die negative Halbwelle verwendet, vgl. (5).

Um den Einfluss des (nichtlinearen) Verhaltens des Demodulators zu umgehen, wurde im ersten Schritt der Prüfgenerator ohne Last (d. h. für $i_{dm} = 0$) untersucht. In Abb. 5 ist ein Vergleich der Messergebnisse mit Simulationsergebnissen der Zwischenkreisspannung für ein Tastverhältnis $\chi_1 = \chi_2 = 12,5 \%$ dargestellt. Darin wurde jeweils nur die Einhüllende \hat{u}_z der Zwischenkreisspannung dargestellt, die real gemessene und simulierte Spannung weist natürlich eine (sinusförmige) hochfrequente Schwingung (im vorliegenden Fall $f_r = 877 \text{ Hz}$) innerhalb dieser Einhüllenden auf. Wie man aus

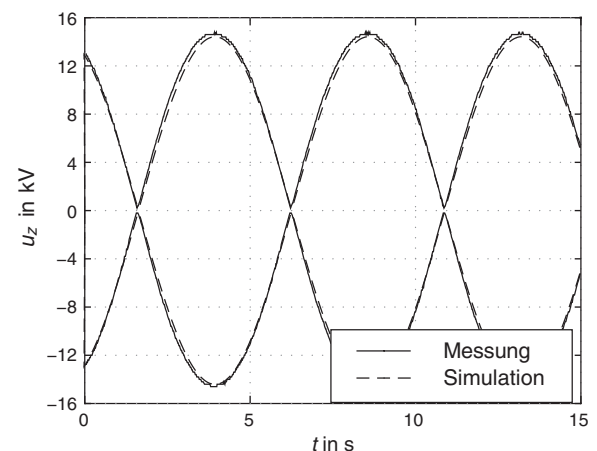


Abb. 5. Vergleich der Simulationsergebnisse mit Messergebnissen ohne Last für $\chi_1 = \chi_2 = 12,5 \%$

diesem Vergleich erkennen kann, wird die Messung mit dem mathematischen Modell sehr gut nachgebildet. Weiterhin erkennt man den erwähnten Effekt der Überlagerung der zwei Spannungen mit leicht unterschiedlicher Frequenz, was eine Modulation der Amplitude der hochfrequenten Schwingung mit der gewünschten niedrigen Frequenz (im vorliegenden Fall $\Delta f = 0,11$ Hz) zur Folge hat.

Im zweiten Schritt wird eine Last (kapazitive Last $C_l = 0,89 \mu\text{F}$, $R_l = 14,2 \text{ M}\Omega$) an den Prüfgenerator angeschlossen und die in den Gleichungen (7) und (8) dargestellte Demodulationsstrategie verwendet. Die Tastverhältnisse χ_1 und χ_2 wurden auf 22,5 % erhöht, um die Belastung des Zwischenkreises durch die Last näherungsweise zu kompensieren. In Abb. 6 ist ein Vergleich zwischen den Simulations- und den Messergebnissen der Lastspannung dargestellt. Wie man erkennt, wird durch die Demodulation der Zwischenkreisspannung mit der Demodulationsstrategie nach (7) und (8) die gewünschte sinusförmige niederfrequente Spannung an der Last erzeugt. Im Bereich der Nulldurchgänge ist jedoch eine sprungförmige Änderung der Lastspannung und somit eine maßgebliche Abweichung vom sinusförmigen Verlauf zu erkennen. Die Ursache für diese Sprünge liegt darin, dass die Last mit Hilfe der einfachen Demodulationsstrategie nicht schnell genug entladen werden kann und somit beim Umschalten des Demodulators noch eine maßgebliche Restspannung an der Last anliegt. In Abschnitt 4 wird diese so genannte Abregelgrenze genauer untersucht, und die Einflussfaktoren werden auf deren Größe analysiert. Neben einer Belastung des Demodulators durch kurzzeitige hohe Ausgleichsströme führen diese Spannungssprünge zu einer wesentlichen Erhöhung des Klirrfaktors der Lastspannung, so dass die Anforderungen an die Güte der Prüfspannung nach IEC 60060-1 bzw. IEC 60060-3 nicht erfüllt werden. Aus diesem Grund ist eine aktive Regelung der Lastspannung mit Hilfe der Demodulatorwiderstände R_{dm}^{\pm} und den Primärspannungen u_{p1} und u_{p2} erforderlich. Das in diesem Beitrag beschriebene mathematische Modell und das darauf aufbauende, im folgenden Abschnitt beschriebene Hüllkurvenmodell bieten dazu die entsprechenden Grundlagen.

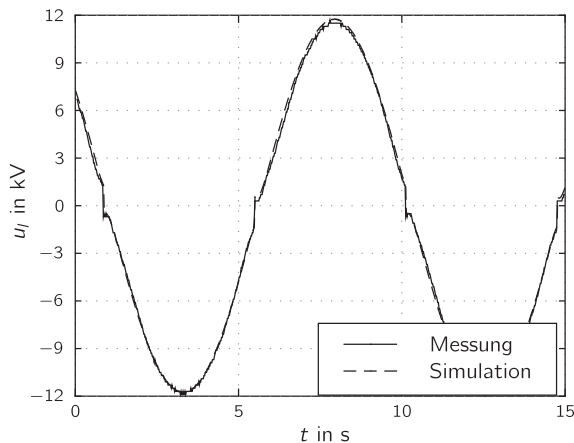


Abb. 6. Vergleich der Simulationsergebnisse mit Messergebnissen mit Last für $\chi_1 = \chi_2 = 22,5\%$

3. Hüllkurvenmodell

Betrachtet man die Gleichungen des Systems (1)–(5) sowie die Eingangsspannungen nach Abb. 4, so erkennt man, dass sich alle im System vorkommenden Ströme und Spannungen im Wesentlichen als Summe eines langsam veränderlichen Mittelwerts und eines hochfrequenten Anteils mit langsam veränderlicher Amplitude dar-

stellen lassen. Für eine Analyse des dynamischen Verhaltens sowie für einen Reglerentwurf ist es daher sinnvoll, nur das zeitliche Verhalten der Hüllkurven, d. h. den zeitlichen Verlauf des Mittelwerts sowie der Amplitude der hochfrequenten Schwingung, zu beschreiben, siehe z. B. (Sanders, Verhulst, 1985; Caliskan et al., 1996; Egretzberger, Kugi, 2010).

Bevor mit der Herleitung dieses Hüllkurvenmodells begonnen wird, werden die Ströme i_{p1} , i_{p2} sowie i_r nochmals genauer betrachtet. Verwendet man die reguläre Zustandstransformation $[i_{p1}, i_{p2}, i_r] \rightarrow [i_{\Sigma}, i_r, i_{\Delta}]$, mit dem Summenstrom $i_{\Sigma} = i_{p1} + i_{p2}$ und dem Differenzstrom $i_{\Delta} = i_{p1} - i_{p2}$, so kann eine vereinfachte Darstellung von (1) in der Form

$$\underbrace{\begin{bmatrix} L_p & 2L_{ps} \\ L_{ps} & 2L_s + L_r \end{bmatrix}}_{L_{\Sigma,r}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\Sigma} \\ i_r \end{bmatrix} = - \underbrace{\begin{bmatrix} R_p & 0 \\ 0 & 2R_s + R_r \end{bmatrix}}_{R_{\Sigma,r}} \begin{bmatrix} i_{\Sigma} \\ i_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{\Sigma} \\ u_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

und

$$L_p \frac{d}{dt} i_{\Delta} = -R_p i_{\Delta} + u_{\Delta} \quad (10)$$

gefunden werden. Darin bezeichnet $u_{\Sigma} = u_{p1} + u_{p2}$ die Summenspannung und $u_{\Delta} = u_{p1} - u_{p2}$ die Differenzspannung. Man erkennt, dass in dieser Darstellung der Differenzstrom i_{Δ} vom restlichen System entkoppelt ist.

Zur Herleitung des Hüllkurvenmodells nimmt man vorerst an, dass die Eingangsspannungen u_{p1} und u_{p2} in der Form

$$u_{p1} = u_p \cos((\omega_r - \Delta\omega)t) \quad (11a)$$

$$u_{p2} = u_p \cos((\omega_r + \Delta\omega)t + \pi) \quad (11b)$$

vorgegeben werden¹. Dann folgt unmittelbar

$$u_{\Sigma} = 2u_p \sin(\Delta\omega t) \sin(\omega_r t) \quad (12a)$$

$$u_{\Delta} = 2u_p \cos(\Delta\omega t) \cos(\omega_r t). \quad (12b)$$

Da wie bereits dargestellt die Resonanzfrequenz $\omega_r = 2\pi f_r$ wesentlich höher als die Frequenz $\Delta\omega = 2\pi\Delta f$ ist, können die transformierten Eingangsspannungen als Produkt einer langsam veränderlichen Amplitude und einer schnellen Schwingung dargestellt werden.

Um diese grundlegende Beobachtung zu verallgemeinern, nimmt man an, dass jede Systemgröße $x(t)$ sich als Summe eines langsam veränderlichen Mittelwerts $X_0(t)$, eines Kosinus-Anteils $X_C(t) \cos(\omega_r t)$ und eines Sinus-Anteils $X_S(t) \sin(\omega_r t)$ schreiben lässt, d. h.

$$x(t) = X_0(t) + X_C(t) \cos(\omega_r t) + X_S(t) \sin(\omega_r t). \quad (13)$$

Diese Gleichung kann in der kompakten Schreibweise

$$x = \mathbf{X} \mathbf{w} \quad (14)$$

mit

$$\mathbf{X} = [X_0(t) \quad X_C(t) \quad X_S(t)], \quad \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(\omega_r t) \\ \sin(\omega_r t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

dargestellt werden. Die zeitliche Ableitung $\dot{x}(t)$ kann damit in der Form

$$\dot{x} = \dot{\mathbf{X}} \mathbf{w} + \mathbf{X} \dot{\mathbf{w}} \quad (16)$$

angegeben werden, wobei eine kurze Rechnung zeigt, dass

¹ Der reale rechteckförmige Verlauf der Eingangsspannungen wird später untersucht.

$$\dot{\mathbf{w}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_r \\ 0 & \omega_r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(\omega_r t) \\ \sin(\omega_r t) \end{bmatrix} = \Omega \mathbf{w} \quad (17)$$

gilt.

Mit diesen Vorbetrachtungen können die Differentialgleichungen für die Ströme i_r , i_s und i_Δ wie folgt formuliert werden

$$\mathbf{L}_{\Sigma,r} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\Sigma \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} = -\mathbf{L}_{\Sigma,r} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\Sigma \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \Omega - \mathbf{R}_{\Sigma,r} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\Sigma \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{U}_\Sigma \\ \mathbf{U}_z \end{bmatrix} \quad (18)$$

und

$$L_p \frac{d}{dt} \mathbf{I}_\Delta = -L_p \mathbf{I}_\Delta \Omega - R_p \mathbf{I}_\Delta + \mathbf{U}_\Delta. \quad (19)$$

Darin fassen die Vektoren \mathbf{U}_Σ , \mathbf{U}_Δ , \mathbf{U}_z , \mathbf{I}_Σ , \mathbf{I}_Δ bzw. \mathbf{I}_r die jeweiligen Komponenten der Hüllkurvenbeschreibung zusammen, vgl. (15).

Auf analoge Art und Weise können die transformierten Differentialgleichungen für die Zwischenkreisspannung u_z sowie die Lastspannung u_l in der Form (siehe (3), (4))

$$\frac{d}{dt} \mathbf{U}_z = -\mathbf{U}_z \Omega + \frac{1}{C_r} (-\mathbf{I}_r - \mathbf{I}_{dm}) \quad (20a)$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{U}_l = -\mathbf{U}_l \Omega + \frac{1}{C_l} \left(-\frac{1}{R_l} \mathbf{U}_l + \mathbf{I}_{dm} \right), \quad (20b)$$

mit den Vektoren \mathbf{U}_z , \mathbf{U}_l und \mathbf{I}_{dm} der Komponenten der Hüllkurvenbeschreibung, dargestellt werden.

Die Bestimmung der Komponenten des Vektors \mathbf{I}_{dm} erweist sich aufgrund der nichtlinearen Eigenschaften des Demodulators als wesentlich schwieriger. Für eine beliebige Demodulationsstrategie kann der Strom i_{dm} durch

$$i_{dm} = \frac{1}{R_{off}} u_{dm} + \left(\frac{1}{R_{dm}^+} - \frac{1}{R_{off}} \right) g^+ + \left(\frac{1}{R_{dm}^-} - \frac{1}{R_{off}} \right) g^-, \quad (21)$$

mit

$$g^+ = \begin{cases} u_{dm} & \text{für } u_{dm} \geq 0 \\ 0 & \text{für } u_{dm} < 0 \end{cases} \quad (22)$$

und

$$g^- = \begin{cases} 0 & \text{für } u_{dm} \geq 0 \\ u_{dm} & \text{für } u_{dm} < 0 \end{cases} \quad (23)$$

beschrieben werden, vgl. (5). Die Widerstände R_{dm}^+ und R_{dm}^- beschreiben dabei den effektiven Widerstand des positiven bzw. negativen Zweigs des Demodulators, welche durch gezieltes Schalten der Thyristoren im Bereich $R_{dm}^\pm \in [R_{on}, R_{off}]$ vorgegeben werden können. Die Funktionen g^+ und g^- berücksichtigen, dass die jeweiligen Thyristoren natürlich nur in Durchlassrichtung geöffnet werden können.

Da der erste Term in (21) linear in u_{dm} ist, kann er direkt in der Form

$$\frac{1}{R_{off}} u_{dm} = \frac{1}{R_{off}} \mathbf{U}_{dm} \mathbf{w} \quad (24)$$

dargestellt werden. Zur Berechnung der Hüllkurvendarstellung von g^\pm müssen die entsprechenden Fourier-Koeffizienten

$$G_0^\pm = \frac{\omega_r}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_r}} g^\pm dt \quad (25a)$$

$$G_C^\pm = \frac{\omega_r}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_r}} g^\pm \cos(\omega_r t) dt \quad (25b)$$

$$G_S^\pm = \frac{\omega_r}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega_r}} g^\pm \sin(\omega_r t) dt \quad (25c)$$

ermittelt werden. Um diese Integrale auszuwerten, ist eine Formulierung der Bedingungen $u_{dm} \geq 0$ bzw. $u_{dm} < 0$ sowie der Gleichungen des Demodulators als Funktion der Hüllkurvenkomponenten $U_{dm,0}$, $U_{dm,C}$ und $U_{dm,S}$ notwendig. Dazu beachte man, dass die Spannung u_{dm}

$$u_{dm} = U_{dm,0} + U_{dm,C} \cos(\omega_r t) + U_{dm,S} \sin(\omega_r t) \quad (26)$$

in der äquivalenten Form

$$u_{dm} = U_{dm,0} + \underbrace{\sqrt{U_{dm,C}^2 + U_{dm,S}^2}}_{\hat{U}_{dm}} \cos\left(\omega_r t - \arctan\left(\frac{U_{dm,S}}{U_{dm,C}}\right)\right) \quad (27)$$

geschrieben werden kann. Gesucht sind nun jene Zeitpunkte, für die die Bedingung $u_{dm}(t) = 0$ gilt, was der Forderung

$$U_{dm,0} + \hat{U}_{dm} \cos\left(\omega_r t - \arctan\left(\frac{U_{dm,S}}{U_{dm,C}}\right)\right) = 0 \quad (28)$$

entspricht. Für $-\hat{U}_{dm} \leq U_{dm,0} \leq \hat{U}_{dm}$ besitzt (28) die folgenden zwei Lösungen

$$t_{dm,1} = \frac{1}{\omega_r} \left(\arctan\left(\frac{U_{dm,S}}{U_{dm,C}}\right) + \arccos\left(\frac{U_{dm,0}}{\hat{U}_{dm}}\right) - \pi \right) \quad (29a)$$

$$t_{dm,2} = \frac{1}{\omega_r} \left(\arctan\left(\frac{U_{dm,S}}{U_{dm,C}}\right) - \arccos\left(\frac{U_{dm,0}}{\hat{U}_{dm}}\right) + \pi \right). \quad (29b)$$

Gilt jedoch $U_{dm,0} > \hat{U}_{dm}$, dann besitzt (28) keine Lösung, und es folgt $g^+ = u_{dm}$ und $g^- = 0$. Umgekehrt gilt für $U_{dm,0} < -\hat{U}_{dm}$, dass $g^+ = 0$ und $g^- = u_{dm}$.

Im Folgenden wird nur die Berechnung der Terme G_0^+ und G_0^- für $-\hat{U}_{dm} \leq U_{dm,0} \leq \hat{U}_{dm}$ dargestellt. Alle anderen Terme berechnen sich auf analoge Art, und es werden nur die Endergebnisse zusammengefasst. Verwendet man die Zeitgrenzen (29) sowie die Gleichungen des Demodulators (22) und (23), so können die Fourier-Integrale in der Form

$$G_0^+ = \frac{\omega_r}{2\pi} \int_{t_{dm,1}}^{t_{dm,2}} U_{dm,0} + U_{dm,C} \cos(\omega_r t) + U_{dm,S} \sin(\omega_r t) dt \quad (30a)$$

$$G_0^- = \frac{\omega_r}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{\omega_r}}^{t_{dm,1}} U_{dm,0} + U_{dm,C} \cos(\omega_r t) + U_{dm,S} \sin(\omega_r t) dt + \quad (30b)$$

$$\frac{\omega_r}{2\pi} \int_{t_{dm,2}}^{\frac{\pi}{\omega_r}} U_{dm,0} + U_{dm,C} \cos(\omega_r t) + U_{dm,S} \sin(\omega_r t) dt$$

angegeben werden. Bei der Integration wird nun angenommen, dass die Größen $U_{dm,0}(t)$, $U_{dm,C}(t)$ und $U_{dm,S}(t)$ während einer Integrationsperiode konstant sind. Für G_0^- kann damit folgender Ausdruck gefunden werden

$$G_0^- = \frac{\arccos\left(\frac{U_{dm,0}}{\hat{U}_{dm}}\right)}{\pi} U_{dm,0} - \frac{\sqrt{\hat{U}_{dm}^2 - U_{dm,0}^2}}{\pi} \quad (31)$$

und für G_0^+ gilt

$$G_0^+ = U_{dm,0} - G_0^-. \quad (32)$$

Auf analoge Art und Weise errechnen sich G_C^- und G_S^- zu

$$G_C^- = \frac{\arccos\left(\frac{U_{dm,0}}{\hat{U}_{dm}}\right)}{\pi} U_{dm,C} - \frac{\sqrt{\hat{U}_{dm}^2 - U_{dm,0}^2}}{\pi} \frac{U_{dm,0} U_{dm,C}}{\hat{U}_{dm}^2} \quad (33a)$$

$$G_S^- = \frac{\arccos\left(\frac{U_{dm,0}}{\hat{U}_{dm}}\right)}{\pi} U_{dm,S} - \frac{\sqrt{\hat{U}_{dm}^2 - U_{dm,0}^2}}{\pi} \frac{U_{dm,0} U_{dm,S}}{\hat{U}_{dm}^2} \quad (33b)$$

und

W. Kemmetmüller, A. Kugi **DRT-VLF-Hochspannungsprüfgenerator**

$$G_C^+ = U_{dm,C} - G_C^- \quad (34a)$$

$$G_S^+ = U_{dm,S} - G_S^- \quad (34b)$$

Wie bereits erwähnt, gelten die obigen Ausdrücke (31)–(34) nur im Intervall $-\hat{U}_{dm} \leq U_{dm,0} \leq \hat{U}_{dm}$. Für $U_{dm,0} > \hat{U}_{dm}$ gilt

$$G_0^+ = U_{dm,0}, \quad G_C^+ = U_{dm,C}, \quad G_S^+ = U_{dm,S} \quad (35a)$$

$$G_0^- = 0, \quad G_C^- = 0, \quad G_S^- = 0 \quad (35b)$$

und für $U_{dm,0} < -\hat{U}_{dm}$ folgt

$$G_0^+ = 0, \quad G_C^+ = 0, \quad G_S^+ = 0 \quad (36a)$$

$$G_0^- = U_{dm,0}, \quad G_C^- = U_{dm,C}, \quad G_S^- = U_{dm,S} \quad (36b)$$

Im letzten Schritt wird die in (11) getroffene Annahme von sinusförmigen Eingangsspannungen verworfen, und es werden die realen rechteckförmigen Eingangsspannungen betrachtet. Dazu wird angenommen, dass weiterhin $\chi_1 = \chi_2 = \chi$ gilt, womit sich die Koeffizienten der Hüllkurvenformulierung der (transformierten) Eingangsspannungen zu

$$U_{\Sigma,0} = 0 \quad (37a)$$

$$U_{\Sigma,C} = \frac{4}{\pi} u_{on} \sin(\chi\pi) \cos(\Delta\omega t) \quad (37b)$$

$$U_{\Sigma,S} = \frac{4}{\pi} u_{on} (1 - \cos(\chi\pi)) \cos(\Delta\omega t) \quad (37c)$$

und

$$U_{\Delta,0} = 0 \quad (38a)$$

$$U_{\Delta,C} = -\frac{4}{\pi} u_{on} (1 - \cos(\chi\pi)) \sin(\Delta\omega t) \quad (38b)$$

$$U_{\Delta,S} = \frac{4}{\pi} u_{on} \sin(\chi\pi) \sin(\Delta\omega t) \quad (38c)$$

errechnen.

3.1 Validierung des Hüllkurvenmodells

Zur Überprüfung der Gültigkeit des in diesem Abschnitt formulierten Hüllkurvenmodells wird ein Vergleich mit dem (anhand von Messdaten validierten) Modell aus Abschnitt 2 (im Weiteren als Referenzmodell bezeichnet) vorgenommen. Dazu wird, wie bereits in Abschnitt 2.1, im ersten Schritt der Prüfgenerator ohne Last betrieben. In Abb. 7 ist ein Vergleich der Einhüllenden \hat{u}_z der Zwischenkreisspannung u_z des Referenzmodells mit dem Hüllkurvenmodell gezeigt. Für das Hüllkurvenmodell errechnet sich die Einhüllende in der Form $\hat{U}_z = \sqrt{U_{z,C}^2 + U_{z,S}^2}$, da die Nullkomponente $U_{z,0}$ vernachlässigt werden kann. In dieser und den nachfolgenden Abbildungen wird jeweils nur der positive Teil der Einhüllenden dargestellt. Wie auch die Einhüllenden des Resonatorstroms i_r und des Summenstroms i_Σ in den Abb. 8 und 9 zeigen, stimmen die Ergebnisse des Referenzmodells exakt mit jenen des Hüllkurvenmodells überein. Dies war natürlich zu erwarten, da für lineare dynamische Systeme (der Prüfgenerator ohne Last und Demodulator ist linear) die Hüllkurventransformation exakt ist.

Im zweiten Schritt wird das Verhalten des Hüllkurvenmodells mit jenem des Referenzmodells für den Fall einer kapazitiven Last ($C_l = 0,89 \mu\text{F}$, $R_l = 14,2 \text{ M}\Omega$) verglichen. In Abb. 10 sind die entsprechenden Simulationsergebnisse für die Lastspannung u_l , die Zwischenkreisspannung u_z , den Resonatorstrom i_r sowie den Summenstrom i_Σ dargestellt. Im Gegensatz zum Fall ohne Last und Demodulator treten in diesen Simulationen nun Unterschiede zwischen den Ergebnissen des Hüllkurvenmodells und des Referenzmodells auf. Die Ursache für diese Unterschiede liegt in der

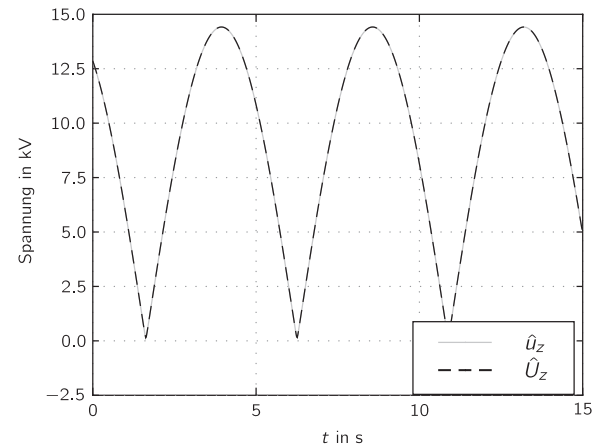


Abb. 7. Vergleich der Einhüllenden \hat{u}_z der Zwischenkreisspannung des Referenzmodells mit \hat{U}_z des Hüllkurvenmodells für $\chi_1 = \chi_2 = 12,5\%$ ohne Last

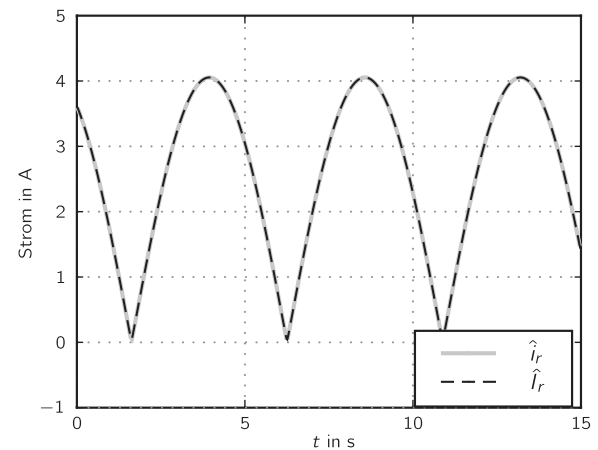


Abb. 8. Vergleich der Einhüllenden \hat{i}_r des Resonatorstroms des Referenzmodells mit \hat{I}_r des Hüllkurvenmodells für $\chi_1 = \chi_2 = 12,5\%$ ohne Last

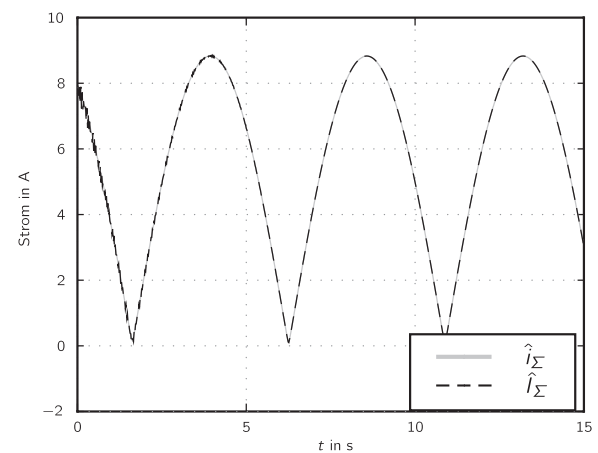


Abb. 9. Vergleich der Einhüllenden \hat{i}_Σ des Summenstroms des Referenzmodells mit \hat{I}_Σ des Hüllkurvenmodells für $\chi_1 = \chi_2 = 12,5\%$ ohne Last

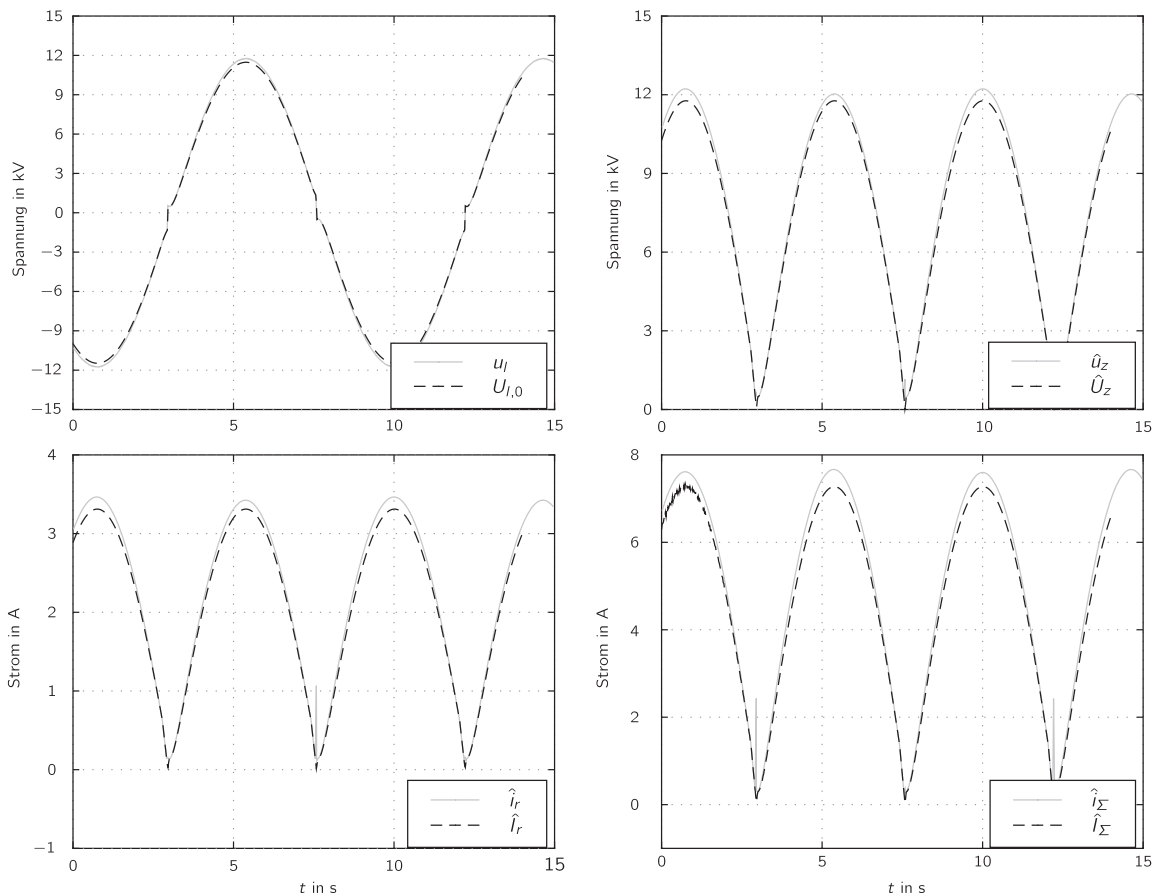


Abb. 10. Vergleich der Einhüllenden des Referenzmodells mit jenen des Hüllkurvenmodells für $\chi_1 = \chi_2 = 22,5\%$ mit Last

Nichtlinearität des Demodulators, wodurch keine exakt sinusförmigen Spannungs- und Stromverläufe im Zwischenkreis und Primärkreis resultieren. Da diese Spannungs- und Stromverläufe mit den Komponenten des Hüllkurvenmodells approximiert werden müssen, resultieren die entsprechenden Abweichungen. Diese Abweichungen sind jedoch für eine Analyse und für einen späteren Reglerentwurf tolerierbar, insbesondere, da die Abweichungen in der Lastspannung u_l sehr gering ausfallen.

4. Analyse des Systems

Im Rahmen der Analyse des dynamischen Verhaltens des Systems sollen für den Fall einer Demodulationsstrategie nach (7) und (8) folgende Fragestellungen geklärt werden:

1. Wie muss die Zwischenkreisspannung u_z bzw. die Amplitude \hat{u}_z vorgegeben werden, damit die Lastspannung u_l einem gewünschten Verlauf $u_l^*(t)$ bestmöglich folgt. Im Rahmen dieser Frage wird auch untersucht, ob eine solche Lösung für jeden Zeitpunkt t existiert.
2. Wie groß sind die zu erwartenden Abweichungen vom idealen Verlauf u_l^* bzw. wie groß ist die Amplitude der Welligkeit der Ausgangsspannung?

Die Untersuchung dieser Fragestellungen erfolgt mit Hilfe des Hüllkurvenmodells aus Abschnitt 3. Es wird dabei angenommen, dass die gewünschte Lastspannung die Form

$$u_l(t) = A \sin(\Delta\omega t) \tag{39}$$

mit der Amplitude A aufweist. Formuliert man diese Anforderung im Hüllkurvenmodell, so folgt

$$U_{l,0} = A \sin(\Delta\omega t) \tag{40}$$

sowie $U_{l,C} = U_{l,S} = 0$.

Die Nullkomponente $U_{l,0}$ der Lastspannung wird nach (20) durch die Differentialgleichung

$$\frac{d}{dt} U_{l,0} = \frac{1}{C_l} \left(-\frac{1}{R_l} U_{l,0} + I_{dm,0} \right) \tag{41}$$

beschrieben. Um dem gewünschten Verlauf der Lastspannung nach (40) zu folgen, muss daher der Strom $I_{dm,0}$ über den Demodulator wie folgt vorgegeben werden

$$I_{dm,0} = C_l \frac{d}{dt} U_{l,0} + \frac{1}{R_l} U_{l,0}. \tag{42}$$

Zur Rückrechnung vom Strom $I_{dm,0}$ mit Hilfe von (21) und (30)–(37) auf die Komponenten $U_{z,0}$, $U_{z,C}$ und $U_{z,S}$ der Zwischenkreisspannung sei Folgendes angemerkt:

- Die Simulationen des Hüllkurvenmodells zeigen, dass die Nullkomponente $U_{z,0}$ der Zwischenkreisspannung sehr gering und daher vernachlässigbar ist, d. h. $U_{z,0} = 0$.
- Aus einer Analyse der Gleichungen (30)–(37) folgt, dass der Strom über den Demodulator nur von der Amplitude $\hat{U}_{dm} = \sqrt{U_{dm,C}^2 + U_{dm,S}^2}$, jedoch nicht direkt von den einzelnen Komponenten $U_{dm,C}$ und $U_{dm,S}$ abhängt. Daher kann aus der

Gleichung (42) nur \hat{U}_{dm} berechnet werden. Verwendet man noch $U_{I,C} = U_{I,S} = 0$ und $U_{z,0} = 0$, so folgt

$$\hat{U}_{dm} = \hat{U}_z = \sqrt{U_{z,C}^2 + U_{z,S}^2} \quad (43)$$

und $U_{dm,0} = -U_{I,0}$.

In den folgenden Schritten wird nur die positive Halbwelle der gewünschten Lastspannung betrachtet ($R_{dm}^+ = R_{on}$ und $R_{dm}^- = R_{off}$), da die Ergebnisse für die negative Halbwelle auf analoge Art ermittelt werden können. Für die Nullkomponente $I_{dm,0}$ des Demodulatorstroms gilt für die positive Halbwelle

$$I_{dm,0} = -\frac{1}{R_{off}} U_{I,0} + \left(\frac{1}{R_{on}} - \frac{1}{R_{off}} \right) G_0^+ \quad (44)$$

Setzt man (44) in (42) ein und löst nach G_0^+ , so erhält man

$$G_0^+ = \frac{C_I \hat{U}_{I,0} + \left(\frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{off}} \right) U_{I,0}}{\left(\frac{1}{R_{on}} - \frac{1}{R_{off}} \right)} \quad (45)$$

Verwendet man die Definition von G_0^+ gemäß (32), (35a) und (36a), so kann diese Gleichung numerisch nach \hat{U}_z gelöst werden, solange die rechte Seite größer 0 ist. In Abb. 11 sind die Verläufe der Lastspannung u_I nach (40) für $A = 2$ kV sowie die dazu notwendige Amplitude \hat{U}_z der Zwischenkreisspannung für eine Lastkapazität $C_I = 0,89 \mu\text{F}$ und einen Lastwiderstand $R_I = 14,2 \text{ M}\Omega$ dargestellt. Wie man erkennt, muss die Zwischenkreisspannung entsprechend höher vorgegeben werden, um den Spannungsabfall über den Demodulator zu kompensieren und damit den gewünschten Verlauf der Lastspannung zu erreichen. Es zeigt sich jedoch, dass ab dem Zeitpunkt $t \approx 4,3$ s eine Lösung der Gleichung (45) nicht mehr möglich ist, weswegen eine Steuerung der Lastspannung mit Hilfe der Zwischenkreisspannung ab diesem Zeitpunkt nicht mehr erfolgen kann.

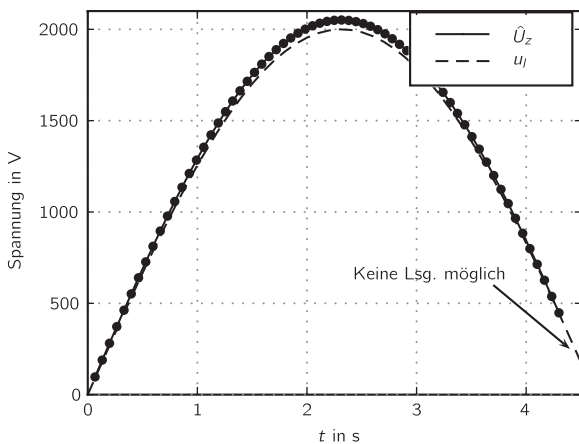


Abb. 11. Verläufe der Amplitude \hat{U}_z der Zwischenkreisspannung für eine Lastspannung $u_I(t) = A \sin(\Delta\omega t)$

Um eine analytische Abschätzung für die minimale Lastspannung $u_{I,min}$, bis zu welcher eine Steuerung mit Hilfe der Zwischenkreisspannung möglich ist, zu erhalten, löst man (45) für $G_0^+ = 0$ nach der Zeit t und setzt diese in (40) ein. Man erhält dann für die so genannte Abregelgrenze $u_{I,min}$ den Ausdruck

$$u_{I,min} = A \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_I} + \frac{1}{R_{off}} \right)^2 + \left(\frac{1}{C_I \Delta\omega} \right)^2}} \quad (46)$$

Für den in diesem Artikel betrachteten Prüfgenerator ergibt sich für eine Spannung $A = 2$ kV eine Abregelgrenze $u_{I,min} \approx 390$ V. Unterhalb dieser Spannung kann beim Entladen der Last in der positiven Halbwelle der Sollspannung $u_I^*(t)$ nicht mehr gefolgt werden. Mit Hilfe dieser Analyse sind auch die in den Abbildungen 6 und 10 sowohl in den Messungen als auch in den Simulationen beobachteten Sprünge der Lastspannung beim Umschalten von der positiven in die negative Halbwelle zu erklären. Da diese Sprünge abhängig von der Lastkapazität mehr als 20 % der Amplitude betragen können, muss für einen praktischen Betrieb des Prüfgenerators eine geänderte Demodulationsstrategie entwickelt werden. Es kann gezeigt werden, dass durch die Verwendung der veränderlichen Demodulatorwiderstände R_{dm}^\pm ein gezieltes Entladen der Last in diesem Bereich möglich ist, womit eine wesentliche Verbesserung der Güte der Ausgangsspannung möglich ist. Dazu wurden bereits erste Strategien entwickelt, deren Vorstellung und Diskussion jedoch den Rahmen dieses Beitrages überschreiten würden.

Im zweiten Schritt der Analyse soll eine Abschätzung der Welligkeiten der Ausgangsspannung zufolge der Demodulation der hochfrequenten Zwischenkreisspannung angegeben werden. Dabei wird wiederum die einfache Demodulationsstrategie nach (7) und (8) zugrunde gelegt, womit eine Analyse natürlich nur in jenem Bereich sinnvoll ist, in dem eine Steuerung mit Hilfe der Zwischenkreisspannung möglich ist. Die Welligkeit der Lastspannung wird im Hüllkurvenmodell durch die beiden Koeffizienten $U_{I,C}$ und $U_{I,S}$ abgebildet, welche für die positive Halbwelle durch die Differentialgleichungen

$$\frac{d}{dt} U_{I,C} = \omega_r U_{I,S} - \frac{1}{R_I C_I} U_{I,C} + \frac{1}{C_I} \left[\left(\frac{1}{R_{on}} - \frac{1}{R_{off}} \right) G_0^+ + \frac{1}{R_{off}} U_{dm,C} \right] \quad (47a)$$

$$\frac{d}{dt} U_{I,S} = -\omega_r U_{I,C} - \frac{1}{R_I C_I} U_{I,S} + \frac{1}{C_I} \left[\left(\frac{1}{R_{on}} - \frac{1}{R_{off}} \right) G_0^+ + \frac{1}{R_{off}} U_{dm,S} \right] \quad (47b)$$

beschrieben werden. Diese beiden Größen können äquivalent durch die Amplitude \hat{U}_I und die Phasenlage φ_I in der Form

$$U_{I,C} = \hat{U}_I \cos(\varphi_I) \quad (48a)$$

$$U_{I,S} = \hat{U}_I \sin(\varphi_I) \quad (48b)$$

dargestellt werden. Verwendet man zusätzlich die folgende Formulierung der Komponenten der Demodulatorspannung

$$U_{dm,C} = \hat{U}_{dm} \cos(\varphi_I + \varphi_{dm}) \quad (49a)$$

$$U_{dm,S} = \hat{U}_{dm} \sin(\varphi_I + \varphi_{dm}), \quad (49b)$$

mit der relativen Phasenlage φ_{dm} der Demodulatorspannung zur Lastspannung, so erhält man

$$\frac{d}{dt} \hat{U}_I = \frac{1}{C_I} \left[\left(\frac{1}{R_{on}} - \frac{1}{R_{off}} \right) \hat{G}^+ + \frac{1}{R_{off}} \hat{U}_{dm} \right] \cos(\varphi_{dm}) - \frac{1}{R_I C_I} \hat{U}_I \quad (50)$$

Darin errechnet sich \hat{G}^+ in der Form

$$\hat{G}^+ = \hat{U}_{dm} \quad (51)$$

für $U_{dm,0} > \hat{U}_{dm}$,

$$\hat{G}^+ = \left[1 - \frac{1}{\pi} \arccos \left(\frac{U_{dm,0}}{\hat{U}_{dm}} \right) \right] \hat{U}_{dm} + \frac{1}{\pi} \sqrt{\hat{U}_{dm}^2 - U_{dm,0}^2} \frac{U_{dm,0}}{\hat{U}_{dm}} \quad (52)$$

für $-\hat{U}_{dm} \leq U_{dm,0} \leq \hat{U}_{dm}$ und

$$\hat{G}^+ = 0 \quad (53)$$

für $U_{dm,0} < -\hat{U}_{dm}$. Auf analoge Weise kann die Differentialgleichung für den Winkel φ_l ermittelt werden

$$\hat{U}_l \frac{d}{dt} \varphi_l = \frac{1}{C_l} \left[\left(\frac{1}{R_{on}} - \frac{1}{R_{off}} \right) \hat{G}^+ + \frac{1}{R_{off}} \hat{U}_{dm} \right] \sin(\varphi_{dm}) - \omega_r \hat{U}_l. \quad (54)$$

Zur weiteren Analyse beachte man, dass die Differentialgleichung (50) nicht vom Phasenwinkel φ_l beeinflusst wird. Weiterhin ist für eine Analyse der Welligkeit der Lastspannung nur deren Amplitude \hat{U}_l , nicht jedoch deren Phasenlage, interessant. Schließlich zeigt eine Betrachtung von (47), dass die Dynamik der Kosinus- und Sinus-Komponenten der Lastspannung wesentlich höher als die Dynamik der 0-Komponente (41) ist. Damit genügt für eine Abschätzung der Welligkeit der Lastspannung eine stationäre Betrachtung von (50) und (54), womit der Ausdruck

$$\hat{U}_l = \frac{1}{C_l} \left[\left(\frac{1}{R_{on}} - \frac{1}{R_{off}} \right) \hat{G}^+ + \frac{1}{R_{off}} \hat{U}_{dm} \right] \frac{1}{\sqrt{\omega_r^2 + \left(\frac{1}{R_l C_l} \right)^2}} \quad (55)$$

für die stationäre Welligkeit der Ausgangsspannung gefunden werden kann. Da \hat{U}_{dm} eine Funktion von \hat{U}_z und von \hat{U}_l ist, stellt (55) eine implizite nichtlineare Gleichung für \hat{U}_l dar. Die Lösung kann jedoch vereinfacht werden, indem man berücksichtigt, dass $\hat{U}_z \gg \hat{U}_l$ ist und damit in sehr guter Näherung \hat{U}_{dm} durch \hat{U}_z ersetzt werden kann.

In Abb. 12 ist der Verlauf von \hat{U}_l für die betrachtete Demodulationsstrategie nach (7) und (8), der Last $C_l = 0,89 \mu\text{F}$, $R_l = 14,2 \text{ M}\Omega$ sowie den Spannungsverläufen nach Abb. 11 dargestellt. Wie man erkennt, beträgt die maximale Welligkeit der Lastspannung weniger als 2% der Amplitude der gewünschten Lastspannung. Damit können die hohen Anforderungen an die Qualität der Lastspannung im Bezug auf deren Welligkeit bei Weitem übertroffen werden. Es muss natürlich darauf hingewiesen werden, dass die Amplitude der Welligkeit der Lastspannung mit sinkender Lastkapazität ansteigt. Umfangreiche Untersuchungen zeigen jedoch, dass die Welligkeit der Lastspannung für alle praktisch relevanten Lasten klar unter den Anforderungen der maßgeblichen Normen liegt.

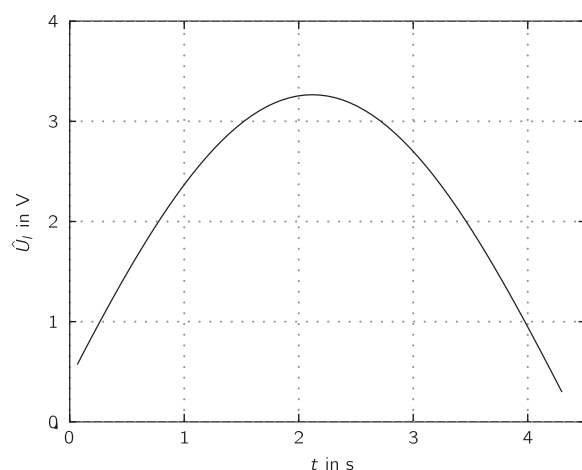


Abb. 12. Verlauf der Welligkeit \hat{U}_l der Lastspannung für \hat{U}_z und u_l nach Abb. 11

5. Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieses Beitrages wurde die mathematische Modellierung und die Analyse eines neuartigen VLF-Prüfgenerators der Firma

Mohaupt High Voltage betrachtet. Im ersten Schritt wurde ein so genanntes Referenzmodell des Prüfgenerators entwickelt, welches anhand von Messdaten eines Prototypen validiert werden konnte. Da dieses Referenzmodell nur eingeschränkt für eine Analyse und für den Reglerentwurf geeignet ist, wurde im zweiten Schritt ein Hüllkurvenmodell auf Basis des Referenzmodells hergeleitet. Die Grundidee bestand dabei darin, alle Größen des Systems durch deren Mittelwert sowie den Amplituden einer Sinus- und einer Kosinus-Schwingung darzustellen. Durch Vergleich der Simulationsergebnisse des Referenzmodells mit jenen des Hüllkurvenmodells konnte die Güte des Hüllkurvenmodells nachgewiesen werden. Im dritten Teil dieses Beitrages wurden wesentliche dynamische Eigenschaften des Prüfgenerators analysiert. So konnte nachgewiesen werden, dass mit einer einfachen Demodulationsstrategie die hohen Anforderungen an die Güte der Lastspannung nicht erreicht werden können, und es konnte ein analytischer Ausdruck für die zu erwartenden Abweichungen vom gewünschten Verlauf der Lastspannung ermittelt werden. Weiterhin wurde gezeigt, dass die Welligkeit der Lastspannung zufolge der Demodulation der Zwischenkreisspannung für den betrachteten Prüfgenerator sehr gering ist und diese für alle praktisch relevanten Lastfälle klar unter den Anforderungen der maßgeblichen Normen liegt.

Die weiteren Arbeiten beschäftigen sich mit der Entwicklung einer (nichtlinearen, optimalen) Regelungsstrategie für den Prüfgenerator, wobei hier bereits erste vielversprechende Ansätze vorhanden sind, mit denen sich die Qualität der Ausgangsspannung maßgeblich verbessern lässt. Des Weiteren wird eine Umsetzung dieser Regelungsstrategie an einem Prototypen des VLF-Prüfgenerators angestrebt.

Danksagung

Die in diesem Beitrag dargestellten Arbeiten wurden von der österreichischen Forschungsförderungsgesellschaft FFG im Rahmen des Bridge-Projektes Projektnr. 829582 – Systemanalyse, Optimierung und Reglerentwurf für einen mobilen DRT-VLF-Prüfgenerator – gefördert. Weiterhin bedanken sich die Autoren bei den Projektpartnern der Firma Mohaupt High Voltage, insbesondere bei Herrn Dipl.-Ing. Peter Mohaupt und Dipl.-Ing. Tobias Mehl, für die Durchführung der Messungen und die erfolgreiche Zusammenarbeit.

Literatur

- Caliskan, V., Verghese, G., Stankovic, A. (1996): Multi-frequency averaging of DC/DC converters. In: IEEE workshop on computers in power electronics, S. 113–119, Portland, USA.
- Cao, Z., Fröhleke, N., Böcker, J. (2009): Converter and Control Design for Very Low-Frequency High-Voltage Test System. In: Proc. of the 2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition ECCE, S. 2168–2175, San Jose, USA.
- Coors, P., Schierig, S. (2008): HV AC Testing of Super-Long Cables. In: Proc. of the 2008 IEEE Int. Symposium on Electrical Insulation, S. 636–640, Vancouver, Canada.
- Egretzberger, M., Kugi, A. (2010): A dynamical envelope model for vibratory gyroscopes. *Microsyst. Technol.*, 16: 777–786.
- IEEE Power Engineering Society (2004): IEEE Guide for Field Testing of Shielded Power Cable Systems Using Very Low Frequency (VLF). IEEE Std. 400.2, USA.
- Krüger, M., Feurstein, R., Filz, A. (1990): New very low frequency methods for testing extruded cables. In: Proc. of the 1990 Int. Symposium on Electrical Insulation, S. 286–289, Toronto, Canada.
- Mohaupt, P. (2008): New Concept for VLF Test Voltage Generation for Application in the HV and UHV Range. In: Proc. of the 2008 IWD CIGRE, Mallorca, Spain.
- Mohaupt, P. (2009a): VLF-Prüfgenerator. Patentnr. WO 2009/143544 A2.
- Mohaupt, P. (2009b): VLF-Prüfgenerator. Patentnr. WO 2009/143543 A2.
- Muhr, M., Sumereder, C., Woschitz, R. (2001): The use of the 0.1 Hz cable testing method as substitution to 50 Hz measurements and the application for PD measuring and cable fault location. In: Proc. of the 12th Int. Symposium on High Voltage Engineering, Bangalore, Indien.
- Oetjen, H. (2004): Principles and Field Experience with the 0.1 Hz VLF Method regarding the Test of Medium Voltage Distribution Cables. In: Proc. of the 2004 IEEE Int. Symposium on Electrical Insulation, S. 376–379, Indianapolis, USA.

W. Kemmetmüller, A. Kugi **DRT-VLF-Hochspannungsprüfgenerator**

Peschel, S. G. (2001): Very Low Frequency High Voltage Sinusoidal Electric Testing Method, Systems and Apparatus. Patentnr. US 6169406B1.
 Pietsch, R., Hausschild, W. (2005): HV On-Site Testing with Partial Discharge Measurement. In: Brochure of the CIGRE Working Group D1.33.05.

Sanders, J. A., Verhulst, F. (1985): Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems. Springer, New York, USA.
 Xinlao, W., Yonghong, W., Qinggua, C., Sen, M. (1997): A New Type of VLF High Voltage Generator. In: Proc. of the 5th Int. Conf. on Properties and Applications of Dielectric Materials, S. 1113–1115, Seoul, Korea.

Autoren



Wolfgang Kemmetmüller

schloss im Jahr 2002 das Studium der Mechatronik an der Johannes Kepler Universität Linz ab und promovierte im Jahr 2007 an der Universität des Saarlandes. Von 2002 bis 2007 war er wiss. Mitarbeiter am Lehrstuhl für Systemtheorie und Regelungstechnik an der Universität des Saarlandes, und seit 2007 ist er Universitätsassistent am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) der TU Wien. Seine Forschungsinteressen

umfassen die physikalische Modellierung, die Analyse sowie die nichtlineare Regelung von mechatronischen Systemen mit Anwendungen in elektrohydraulischen und elektrorheologischen Systemen und der Automobilindustrie.



Andreas Kugi

schloss 1992 das Studium der Elektrotechnik an der TU Graz ab, promovierte 1995 und habilitierte sich im Jahr 2000 für das Fach Regelungstechnik und Regelungstheorie an der Johannes Kepler Universität Linz. Von 2002 bis 2007 war er Ordinarius für Systemtheorie und Regelungstechnik an der Universität des Saarlandes, und seit Juni 2007 ist er Professor für Komplexe Dynamische Systeme an der TU Wien sowie Vorstand des Instituts für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN).

Neben zahlreichen weiteren Aktivitäten in Wissenschaft und Forschung ist Andreas Kugi korrespondierendes Mitglied der Österreichischen Akademie der Wissenschaften, Editor-in-Chief des IFAC Journals Control Engineering Practice, Mitglied der Fachkommission der Deutschen Forschungsgemeinschaft sowie im Vorstand des OVE.

Seine Hauptarbeitsgebiete umfassen die Modellierung, Simulation, Analyse, Optimierung und Regelung nichtlinearer sowie verteilt-parametrischer komplexer dynamischer Systeme mit Anwendungen in der hydraulischen, pneumatischen und elektrischen Aktorik, der Automobilindustrie, der Walzwerks- und Stahlindustrie sowie für formveränderliche Strukturen und mikromechanische Systeme.

Seine Hauptarbeitsgebiete umfassen die Modellierung, Simulation, Analyse, Optimierung und Regelung nichtlinearer sowie verteilt-parametrischer komplexer dynamischer Systeme mit Anwendungen in der hydraulischen, pneumatischen und elektrischen Aktorik, der Automobilindustrie, der Walzwerks- und Stahlindustrie sowie für formveränderliche Strukturen und mikromechanische Systeme.