

This document contains a post-print version of the paper

## Dreistufiger Kolbenkompressor mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor: Teil 1, Regelung

authored by **W. Kemmetmüller, T. Glück, A. Kugi, and P. Zanolin**

and published in *at-Automatisierungstechnik*.

---

The content of this post-print version is identical to the published paper but without the publisher's final layout or copy editing. Please, scroll down for the article.

---

### Cite this article as:

W. Kemmetmüller, T. Glück, A. Kugi, and P. Zanolin, "Dreistufiger Kolbenkompressor mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor: Teil 1, Regelung", *at-Automatisierungstechnik*, vol. 61, no. 1, pp. 48–59, 2013. DOI: [10.1524/auto.2013.0005](https://doi.org/10.1524/auto.2013.0005)

---

### BibTex entry:

```
@Article{KemmetmuellerAT2013,  
  Title = {{Dreistufiger Kolbenkompressor mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor: Teil 1, Regelung}},  
  Author = {W. Kemmetmüller and T. Glück and A. Kugi and P. Zanolin},  
  Journal = {at--Automatisierungstechnik},  
  Year = {2013},  
  Number = {1},  
  Pages = {48-59},  
  Volume = {61},  
  Doi = {10.1524/auto.2013.0005}  
}
```

---

### Link to original paper:

<http://dx.doi.org/10.1524/auto.2013.0005>

---

### Read more ACIN papers or get this document:

<http://www.acin.tuwien.ac.at/literature>

---

### Contact:

Automation and Control Institute (ACIN)  
Vienna University of Technology  
Gusshausstrasse 27-29/E376  
1040 Vienna, Austria

Internet: [www.acin.tuwien.ac.at](http://www.acin.tuwien.ac.at)  
E-mail: [office@acin.tuwien.ac.at](mailto:office@acin.tuwien.ac.at)  
Phone: +43 1 58801 37601  
Fax: +43 1 58801 37699

# Dreistufiger Kolbenkompressor mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor: Teil 2, Regelung

Three-Stage Compressor with Upstream Roots Blower: Part 2, Control

Wolfgang Kemmetmüller, Tobias Glück\*, Technische Universität Wien,  
Patrick Zanolin, Graz,  
Andreas Kugi, Technische Universität Wien

\* Korrespondenzautor: [glueck@acin.tuwien.ac.at](mailto:glueck@acin.tuwien.ac.at)

**Zusammenfassung** Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der Regelung eines dreistufigen Kolbenkompressors mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor. Ausgehend von dem im ersten Teil dieses Beitrags vorgestellten vollständigen Modell wird in diesem zweiten Teil ein vereinfachtes Entwurfsmodell für den Reglerentwurf abgeleitet, das die Periodizität der Systemgrößen des Kolbenkompressors gezielt nutzt. Zur Regelung des Drucks sowie zum Ausgleich der thermischen Belastung des Kolbenkompressors wird eine nichtlineare Regelungsstrategie vorgeschlagen. Simulationsstudien zeigen die Güte der entworfenen Regelungsstrategie. ▶▶▶

**Summary** This pa-

per is concerned with the control of a three-stage compressor with upstream roots blower. Based on the detailed mathematical model derived in the first part of this contribution, a simplified model for controller design is developed in this part by exploiting the periodicity of the system variables of the piston compressor. Afterwards, a nonlinear multivariable control strategy is proposed for pressure control and for balancing the thermic load of the three stages of the piston compressor. The feasibility and the quality of the proposed control concept is proven by means of simulation studies.

**Schlagwörter** Kolbenkompressor, Drehkolbenkompressor, modellbasierte Regelung, nichtlineare MIMO-Regelung ▶▶▶  
**Keywords** Piston compressor, roots blower, model-based control, nonlinear MIMO-control

## 1 Einleitung

Dieser Beitrag führt den ersten Teil [2] fort, in dem ein vollständiges Modell eines dreistufigen Kolbenkompressors mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor (Roots-Gebläse) entwickelt wurde. In diesem zweiten Teil wird ein vereinfachtes Entwurfsmodell hergeleitet, anhand dessen eine nichtlineare Mehrgrößenregelungsstrategie entwickelt wird.

Zur Regelung von mehrstufigen Kolbenkompressoren existieren nur wenige Arbeiten in der Literatur. In den meisten Arbeiten wird ein drehzahlvariabler Kolbenkompressor verwendet und damit die Drehzahl des antreibenden Motors als Stellgröße genutzt, siehe z. B. [5; 15]. In [9] wird die Regelung eines Kolbenkompressors betrachtet, dessen Fördermenge über ein steuerbares Einlassventil angepasst werden kann. Wenn-

gleich der prinzipielle Aufbau ähnlich zu dem in diesem Beitrag betrachteten System ist, wird in [9] nur ein einstufiger Kompressor untersucht und eine sehr einfache, lineare Regelungsstrategie entwickelt.

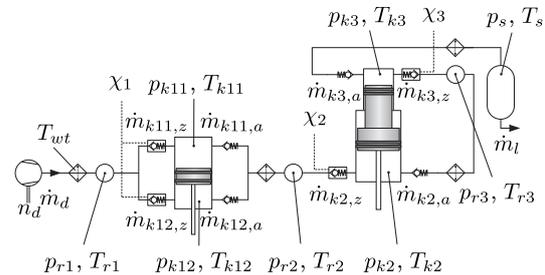
Aufgabe der zu entwerfenden Regelung ist es, einer sprungartigen Änderungen der benötigten Druckluft (Lastvolumenstrom) entgegenzuwirken, um damit zu gewährleisten, dass stationär ein konstanter Druck von  $p_s = 40$  bar bei einem konstanten Volumenstrom von  $q = 2000$  m<sup>3</sup>/h zur Verfügung steht. Zudem muss im laufenden Betrieb ein Absinken des Drucks unter einen minimalen Druck verhindert werden. Mit den aktuell eingesetzten Regelungsstrategien wird der Druck im Druckspeicher im Vergleich zum benötigten Druck erhöht, um einem etwaigen Druckeinbruch infolge einer schnellen Änderung des Lastvolumenstroms vorzubeugen und somit die untere Druckgrenze noch zuverlässig einzuhalten. In diesem Beitrag wird eine modellbasierte Mehrgrößenregelungsstrategie vorgestellt, die systematisch die zusätzlich zur Verfügung stehenden Eingangsgrößen (überaktuiertes System) zur Einhaltung des Regelungsziels verwendet und dabei eine gleichverteilte Belastung der einzelnen Kompressorstufen gewährleistet.

Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: Im zweiten Abschnitt wird der Aufbau des betrachteten Systems kurz wiederholt. Abschnitt 3 zeigt die Entwicklung eines vereinfachten Mittelwertmodells auf Basis der Analyse des thermodynamischen Kreisprozesses in den Kolben. Im Abschnitt 4 wird basierend auf einem weiter vereinfachten Reglerentwurfsmodell eine nichtlineare Mehrgrößenregelungsstrategie vorgestellt. Die Eigenschaften des Systems sowie die Güte der vorgeschlagenen Regelungsstrategie werden im Abschnitt 5 anhand von Simulationsergebnissen dargestellt.

## 2 Vollständiges Kompressormodell

Der Aufbau des Kompressors und die Bezeichnung der einzelnen Komponenten sind in Bild 1 zur Wiederholung nochmals dargestellt. Das System besteht aus dem Drehkolbenkompressor, der den Massenstrom  $\dot{m}_d$  über einen Wärmetauscher (ausfließende Lufttemperatur  $T_{wt}$ ) in das Volumen  $V_{r1}$  (Druck  $p_{r1}$ , Temperatur  $T_{r1}$ ) fördert. Anschließend folgt der doppelwirkende Kolben der ersten Stufe mit den zufließenden Massenströmen  $\dot{m}_{k11,z}$  und  $\dot{m}_{k12,z}$ , welche über den VALCOM-Stelleingang  $\chi_1$  geregelt werden können (siehe [4]) und den abfließenden Massenströmen  $\dot{m}_{k11,a}$  und  $\dot{m}_{k12,a}$ , welche über einen Wärmetauscher in die Rohrleitung mit dem Volumen  $V_{r2}$  (Druck  $p_{r2}$ , Temperatur  $T_{r2}$ ) gefördert werden. Die entsprechenden Zylinderdrücke und -temperaturen der ersten Stufe werden mit  $p_{k11}$  und  $p_{k12}$  bzw.  $T_{k11}$  und  $T_{k12}$  bezeichnet.

Die zweite Kolbenverdichterstufe wird durch den Druck  $p_{k2}$ , die Temperatur  $T_{k2}$ , die VALCOM-Stellung  $\chi_2$  sowie die Massenströme  $\dot{m}_{k2,z}$  und  $\dot{m}_{k2,a}$  beschrieben. Dabei wird der Massenstrom  $\dot{m}_{k2,z}$  aus dem



**Bild 1** Vollständiges Kompressormodell bestehend aus dem Drehkolbenkompressor, den drei Kolbenverdichterstufen, den Wärmetauschern, den Rohrleitungen und den VALCOM-Systemen.

Volumen  $V_{r2}$  entnommen und der Massenstrom  $\dot{m}_{k2,a}$  in die Rohrleitung mit dem Volumen  $V_{r3}$  (Druck  $p_{r3}$ , Temperatur  $T_{r3}$ ) über einen Wärmetauscher gefördert.

Zur Beschreibung der dritten Stufe werden der Druck  $p_{k3}$ , die Temperatur  $T_{k3}$ , die VALCOM-Stellung  $\chi_3$  sowie die Massenströme  $\dot{m}_{k3,z}$  und  $\dot{m}_{k3,a}$  verwendet. Der von der dritten Stufe geförderte Massenstrom  $\dot{m}_{k3,a}$  wird schließlich über einen Wärmetauscher in den Druckspeicher gefördert. Die Luft im Druckspeicher besitzt den Druck  $p_s$  und die Temperatur  $T_s$ . Weiterhin wird der Lastmassenstrom mit  $\dot{m}_l$  bezeichnet.

## 3 Mittelwertmodell

Das im ersten Teil dieses Beitrags [2] entwickelte Kompressormodell erlaubt die Simulation der zeitlichen Verläufe der Drücke und Temperaturen im Kompressor. Für den nachfolgenden Reglerentwurf ist das vollständige Modell jedoch wegen der sehr hohen Komplexität (16 Zustände) nicht zielführend. Aufgrund der Eigenschaften des Kolbenkompressors sind alle Drücke und Temperaturen durch einen relativ langsam veränderlichen Mittelwert, welchem eine hochfrequente Pulsation mit der Kompressorfrequenz  $n_k$  überlagert ist, charakterisiert. Eine einfache Analyse zeigt, dass diese hochfrequenten Pulsationen mit den vorhandenen Stellgrößen (VALCOM-Stellungen  $\chi_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$ ) und Drehkolbenkompressor Drehzahl  $n_d$ ) nicht direkt beeinflusst werden können. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein vereinfachtes Modell zur Beschreibung der Mittelwerte der Drücke und Temperaturen des Kompressors hergeleitet, vgl. [13]. Dieses Modell ist auch die Basis für den folgenden Reglerentwurf.

### 3.1 Analyse der mittleren Rohrdrücke

Zur Illustration der Vorgehensweise bei der Ermittlung des Mittelwertmodells wird exemplarisch das Rohrelement zwischen der zweiten und dritten Kolbenkompressorstufe betrachtet. Der Druck in diesem Rohrelement ergibt sich zu, vgl. (19) in [2],

$$\frac{d}{dt} p_{r3} = \frac{\kappa R_s}{V_{r3}} (\dot{m}_{k2,a} T_{wt} - \dot{m}_{k3,z} T_{r3,a}). \quad (1)$$

Der im Weiteren interessierende langsam veränderliche Mittelwert  $\bar{p}_{r3}$  des Rohrdrucks  $p_{r3}$  errechnet sich aus

$$\bar{p}_{r3} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t p_{r3}(\tau) d\tau, \quad (2)$$

wobei  $T = 1/n_k$  die konstante Periodendauer einer Umdrehung des Kolbenkompressors bezeichnet. Der Rohrdruck  $p_{r3}$  kann damit in der Form

$$p_{r3} = \bar{p}_{r3} + \Delta p_{r3} \quad (3)$$

dargestellt werden, wobei für die Abweichung  $\Delta p_{r3}$

$$\frac{1}{T} \int_{t-T}^t \Delta p_{r3}(\tau) d\tau \approx 0 \quad (4)$$

gilt. Mit diesen Vorbetrachtungen folgt mit (1) die Differentialgleichung für den mittleren Rohrdruck  $\bar{p}_{r3}$

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r3} = \frac{\kappa R_s}{V_{r3}} \frac{1}{T} \int_{t-T}^t (\dot{m}_{k2,a}(\tau) T_{wt} - \dot{m}_{k3,z}(\tau) T_{r3,a}(\tau)) d\tau. \quad (5)$$

Für die weitere Betrachtung wird zusätzlich von idealisierten Ein- und Auslassventilen ausgegangen, die folgende Bedingungen erfüllen:

- Die Ventile öffnen bei einer Druckdifferenz  $\Delta p \geq 0$  und schließen bei  $\Delta p < 0$ , d. h.  $\Delta p_c = \Delta p_o = 0$ .
- Der Druckabfall der Ein- und Auslassventile ist vernachlässigbar, womit keine Temperaturänderung der über das Ventil strömenden Luft auftritt.

Unter diesen Bedingungen folgt aus den Druckdifferentialgleichungen der einzelnen Kolbenstufen, vgl. [2], dass die Temperatur  $T_{r3,a} = T_{k3,z}$  des Massenstroms  $\dot{m}_{k3,z}$  gleich der Rohrtemperatur  $T_{r3}$  ist. Die Rohrtemperatur  $T_{r3}$  wird nun wiederum als Summe eines langsam veränderlichen Mittelwerts

$$\bar{T}_{r3} = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t T_{r3}(\tau) d\tau \quad (6)$$

und der Abweichung  $\Delta T_{r3}$  dargestellt, d. h.  $T_{r3} = \bar{T}_{r3} + \Delta T_{r3}$ . Die Simulationen des vollständigen Modells in [2] zeigten, dass die Abweichung  $\Delta T_{r3}$  sehr gering ist ( $\Delta T_{r3} \approx 4 \text{ K}$  bei  $\bar{T}_{r3} \approx 325 \text{ K}$ ) und damit im Weiteren vernachlässigt werden kann, d. h.  $\Delta T_{r3} = 0$ . Damit vereinfacht sich die Differentialgleichung des mittleren Drucks  $\bar{p}_{r3}$  nach (5) zu

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r3} = \frac{\kappa R_s}{V_{r3}} \left( T_{wt} \underbrace{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t \dot{m}_{k2,a}(\tau) d\tau}_{\bar{\dot{m}}_{k2,a}} - \bar{T}_{r3} \underbrace{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t \dot{m}_{k3,z}(\tau) d\tau}_{\bar{\dot{m}}_{k3,z}} \right). \quad (7)$$

Aus Gleichung (7) geht hervor, dass für die Berechnung des mittleren Rohrdrucks nur der mittlere zufließende Massenstrom  $\bar{\dot{m}}_{k2,a}$  von der Kompressorstufe 2, der mittlere abfließende Massenstrom  $\bar{\dot{m}}_{k3,z}$  zur Kompressorstufe 3 und die mittlere Rohrtemperatur  $\bar{T}_{r3}$  erforderlich sind.

### 3.2 Analyse der mittleren Massenströme

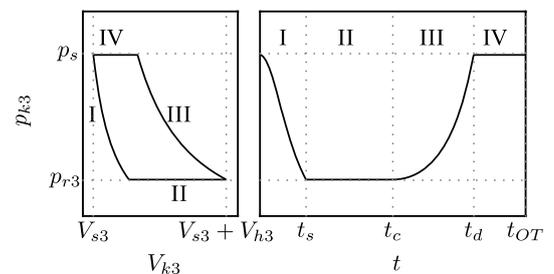
Um eine Beschreibung der mittleren Massenströme des Kolbenkompressors zu finden, wird der in Bild 2 dargestellte idealisierte Kreisprozess und Kolbendruckverlauf während einer Periode betrachtet. Die folgenden Betrachtungen werden wieder exemplarisch für die dritte Kompressorstufe dargestellt, die anderen Stufen ergeben sich auf analoge Art und Weise.

In der Phase I der adiabatischen Expansion wird die Luft im Zylinder vom Hochdruck auf den Niederdruck entspannt. Unter der Annahme von idealen Saug- und Druckventilen entspricht für die betrachtete dritte Stufe der Hochdruck dem Druck  $p_s$  im Druckspeicher und der Niederdruck dem Druck  $p_{r3}$  in der Rohrleitung 3. Nimmt man vereinfachend an, dass diese Drücke aufgrund des im Vergleich zum Hubvolumen  $V_{h3}$  des Kolbens der dritten Kompressorstufe wesentlich größeren Rohrvolumens  $V_{r3}$  bzw. Speichervolumens  $V_s$  während einer Periode  $T$  konstant sind, so folgt in Phase II ein isobares Ansaugen von Luft über das Ansaugventil. Die angesaugte Luft wird anschließend adiabat komprimiert (Phase III) und in der Phase IV isobar über das Auslassventil gefördert. Wird eine gesamte Periode  $0 \leq t \leq T$  betrachtet, errechnet sich der mittlere zugeführte Massenstrom  $\bar{\dot{m}}_{k3,z}$  in der Form

$$\bar{\dot{m}}_{k3,z} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{m}_{k3,z} d\tau = \frac{1}{T} \int_{t_s}^{t_c} \dot{m}_{k3,z} d\tau, \quad (8)$$

wobei  $t_s$  den Zeitpunkt des Beginns der Phase II und  $t_c$  den Zeitpunkt des Endes der Phase II bezeichnen. Analog ergibt sich der mittlere ausgestoßene Massenstrom  $\bar{\dot{m}}_{k3,a}$  aus

$$\bar{\dot{m}}_{k3,a} = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{m}_{k3,a} d\tau = \frac{1}{T} \int_{t_d}^{t_{OT}} \dot{m}_{k3,a} d\tau, \quad (9)$$



**Bild 2** Idealisierter Kreisprozess und Kolbendruckverlauf der dritten Kompressorstufe über eine Periode  $T$ .



mit dem Zeitpunkt  $t_d$  des Beginns der Phase IV und dem Ende der Phase IV zum Zeitpunkt  $t_{OT}$  des oberen Totpunktes. Eine kurze Analyse der Gleichungen des Zylinders zeigt weiterhin, dass die mittleren Massenströme  $\bar{m}_{k3,z}$  und  $\bar{m}_{k3,a}$  gleich sein müssen, d. h.  $\bar{m}_{k3,z} = \bar{m}_{k3,a} = \bar{m}_{k3}$ . Damit müssen zur Bestimmung des mittleren geförderten Massenstroms  $\bar{m}_{k3}$  noch die Zeitpunkte  $t_s$  und  $t_c$  des Öffnens bzw. des Schließens des Saugventils bestimmt werden.

Der Zeitpunkt  $t_s$ , bei dem das Saugventil öffnet, kann aus der Phase der adiabaten Expansion I gewonnen werden. Hier sind beide Ventile geschlossen und es gilt zufolge der Druckaufbaugleichung der Kolbenstufen, siehe (22) in [2],

$$\frac{d}{dt} p_{k3} = -\kappa p_{k3} \frac{\dot{V}_{k3}}{V_{k3}}, \quad p_{k3}(0) = p_s \quad (10)$$

und aus der Temperaturdifferentialgleichung der Kolbenstufen, siehe (23) in [2], folgt die Kolbentemperatur zu

$$\frac{d}{dt} T_{k3} = (1-\kappa) T_{k3} \frac{\dot{V}_{k3}}{V_{k3}}, \quad T_{k3}(0) = T_0, \quad (11)$$

wobei die Anfangsbedingung  $T_0$  noch zu bestimmen ist. Die Lösung der Differentialgleichungen (10) und (11) ergibt die zeitlichen Verläufe des Kolbendrucks

$$p_{k3}(t) = p_s \left( \frac{V_{k3}(t)}{V_{k3}(0)} \right)^{-\kappa} \quad (12)$$

und der Kolbentemperatur

$$T_{k3}(t) = T_0 \left( \frac{V_{k3}(t)}{V_{k3}(0)} \right)^{1-\kappa}. \quad (13)$$

Diese Gleichungen entsprechen, wie erwartet, den adiabatischen Zustandsänderungen von Druck und Temperatur eines geschlossenen thermodynamischen Systems, [7; 11; 12].

Setzt man das Kolbenvolumen gemäß (5) von [2] ein, so erhält man den zeitlichen Verlauf des Kolbendrucks während der Expansionsphase I in der Form

$$p_{k3}(t) = p_s \left( \frac{V_{s3} + \frac{V_{h3}}{2} (1 - \cos(\omega_k t))}{V_{s3}} \right)^{-\kappa}. \quad (14)$$

Der Öffnungszeitpunkt  $t_s$  des Saugventils berechnet sich dann aus der Bedingung  $p_{k3}(t_s) = p_{r3}$  in der Form

$$t_s = \frac{1}{2\pi n_k} \arccos \left( 1 - \frac{2V_{s3}}{V_{h3}} \left[ \left( \frac{p_s}{p_{r3}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right] \right). \quad (15)$$

Um den mittleren Massenstrom  $\bar{m}_{k3}$  mithilfe von (8) zu berechnen, ist noch der Zeitpunkt  $t_c$  des Schließens des Ansaugventils notwendig. Für den nicht geregelten Fall (d. h. ohne VALCOM-System) schließt das ideale Saugventil in der unteren Totpunktlage  $t_{UT} = T/2$  des Kolbens. Durch das Eingreifen des VALCOM-Systems

kann das Ventil bis zum oberen Totpunkt  $t_{OT} = T$  offen gehalten werden. Es ergibt sich somit der Schließzeitpunkt  $t_c$ , vgl. (11) in [2],

$$t_c = \frac{T}{2} + \chi_3 \frac{T}{2}, \quad \chi_3 \in [0, 1], \quad (16)$$

wobei  $\chi_3$  den Stelleingang des VALCOM-Systems bezeichnet.

Unter den obigen Voraussetzungen des idealen Ansaugventils ( $T_{k3,z} = T_{r3}$ ) und der zu vernachlässigenden Änderung des Rohrdruckes  $p_{r3}$  während des Ansaugens sowie aufgrund des geschlossenen Druckventils folgt in der Ansaugphase II aus den Druckdifferentialgleichungen des vollständigen Modells (22) in [2] und mit  $m_{k3,a} = 0$ , dass

$$0 = \frac{\kappa}{V_{k3}} (-p_{r3} \dot{V}_{k3} + \dot{m}_{k3,z} R_s T_{r3}) \quad \text{für } t_s \leq t \leq t_c \quad (17)$$

gilt. Die Integration von (17) im Zeitintervall  $t_s \leq t \leq t_c$  liefert

$$\frac{1}{T} \int_{t_s}^{t_c} \dot{m}_{k3,z}(\tau) R_s T_{r3}(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_{t_s}^{t_c} p_{r3}(\tau) \dot{V}_{k3}(\tau) d\tau. \quad (18)$$

Analog zur vorigen Diskussion kann angenommen werden, dass sowohl  $p_{r3}(t)$  als auch  $T_{r3}(t)$  nahezu konstant während der Zeit  $t_s \leq t \leq t_c$  sind. Damit können der Rohrdruck und die Rohrtemperatur in (18) durch die jeweiligen (langsam veränderlichen) Mittelwerte  $\bar{p}_{r3}$  bzw.  $\bar{T}_{r3}$  ersetzt werden und es ergibt sich

$$R_s \bar{T}_{r3}(t) \frac{1}{T} \int_{t_s}^{t_c} \dot{m}_{k3,z}(\tau) d\tau = \bar{p}_{r3}(\tau) \frac{1}{T} \int_{t_s}^{t_c} \dot{V}_{k3}(\tau) d\tau \quad (19)$$

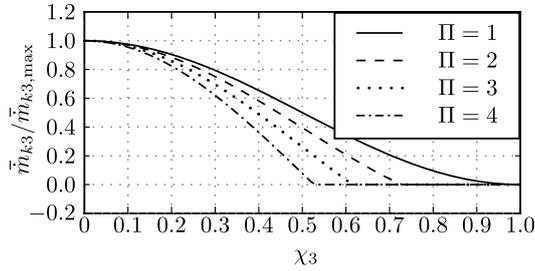
bzw.

$$\bar{m}_{k3} = \bar{m}_{k3,z} = \frac{n_k \bar{p}_{r3}}{R_s \bar{T}_{r3}} (V_{k3}(t_c) - V_{k3}(t_s)). \quad (20)$$

Setzt man noch das Kolbenvolumen nach (5) in [2] sowie die Öffnungs- und Schließzeiten nach (15) bzw. (16) ein, so erhält man schließlich

$$\bar{m}_{k3} = \frac{n_k \bar{p}_{r3}}{R_s \bar{T}_{r3}} \underbrace{\left( V_{s3} + \frac{V_{h3}}{2} (1 + \cos(\pi \chi_3)) \right)}_{V_{c3}(\chi_3)} - V_{s3} \left( \frac{p_s}{p_{r3}} \right)^{\frac{1}{\kappa}}. \quad (21)$$

Das mit  $V_{c3}(\chi_3)$  bezeichnete Volumen stellt den Hubraum im Kolben zum Zeitpunkt  $t = t_c$  der Ventilschließung dar, während der zweite Term dem aktuellen Kolbenvolumen im Öffnungsaugenblick  $t = t_s$  entspricht. Es ist anzumerken, dass das Modell des mittleren Massenstroms nach (21) nur für Ventilzeiten  $t_s \leq t_c$  und somit für positive Werte von  $\bar{m}_{k3}$  gültig ist. Negative mittlere Massenströme sind nicht möglich, da die federbelasteten Druckventile ein Zurückfließen des Massenstroms verhindern.



**Bild 3** Bezogener mittlerer Massenstrom der dritten Stufe als Funktion des Stelleinganges  $\chi_3$  und des Druckverhältnisses  $\Pi = p_s/\bar{p}_{r3}$ .

Bild 3 zeigt den bezogenen mittleren Massenstrom der dritten Stufe als Funktion des Stelleinganges  $\chi_3$  und des Druckverhältnisses  $\Pi = p_s/\bar{p}_{r3}$ .

### 3.3 Maximale Kolbentemperatur

Für die Analyse der thermischen Belastung der Kompressorstufen sind die jeweiligen maximalen Temperaturen der in den Kolben komprimierten Luft maßgeblich. Im praktischen Betrieb des Kompressors soll ein Maximalwert von ca.  $T_{\max} = 200\text{ °C}$  nicht überschritten werden [2]. Die im Folgenden ermittelten Abschätzungen der maximalen Kolbentemperaturen werden daher auch im Reglerentwurf im Rahmen der Sollwertvorgabe für die entsprechenden Rohrdrücke verwendet. Mithilfe der adiabatischen Zustandsgleichung des Druckes (12) und der Temperatur (13) sowie den Rohrdrücken vor und nach dem Kolben folgt die maximale Temperatur im Zylinder

$$T_{k3,\max} = \bar{T}_{r3} \left( \frac{\bar{p}_s}{\bar{p}_{r3}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (22)$$

Wie bereits bei der Berechnung des mittleren Massenstroms wurde dabei angenommen, dass die Temperatur der angesaugten Luft der mittleren Temperatur  $\bar{T}_{r3}$  der Luft im Rohr vor der dritten Stufe entspricht.

### 3.4 Gemittetes Kompressormodell

Auf Basis der bisherigen Analyse der dritten Kompressorstufe kann ein Modell für die mittleren Temperaturen und die mittleren Drücke

$$\bar{T}_j(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t T_j(\tau) d\tau \quad (23a)$$

$$\bar{p}_j(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t p_j(\tau) d\tau \quad (23b)$$

für  $j \in \{r1, r2, r3, s\}$ , hergeleitet werden. Der doppelwirkende Kompressor der ersten Stufe wird dabei mithilfe des zusammengefassten Schadvolumens  $V_{s1} = V_{s11} + V_{s12}$  und dem effektiven Hubvolumen  $V_{h1} = V_{h11} + V_{h12}$  modelliert. Analog zu (21) und unter den gleichen An-

nahmen lassen sich die mittleren Massenströme der einzelnen Stufen wie folgt

$$\bar{m}_{k1} = \frac{n_k \bar{p}_{r1}}{R_s \bar{T}_{r1}} \left( V_{c1}(\chi_1) - V_{s1} \left( \frac{\bar{p}_{r2}}{\bar{p}_{r1}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) \quad (24a)$$

$$\bar{m}_{k2} = \frac{n_k \bar{p}_{r2}}{R_s \bar{T}_{r2}} \left( V_{c2}(\chi_2) - V_{s2} \left( \frac{\bar{p}_{r3}}{\bar{p}_{r2}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) \quad (24b)$$

$$\bar{m}_{k3} = \frac{n_k \bar{p}_{r3}}{R_s \bar{T}_{r3}} \left( V_{c3}(\chi_3) - V_{s3} \left( \frac{\bar{p}_s}{\bar{p}_{r3}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right), \quad (24c)$$

mit  $V_{cj}(\chi_j)$  gemäß (21) für  $j \in \{1, 2, 3\}$ , berechnen. Setzt man im Weiteren voraus, dass sich der Massenstrom  $\dot{m}_d$  des Drehkolbenkompressors und der Lastmassenstrom  $\dot{m}_l$  nur langsam im Vergleich zur Periodendauer  $T$  des Kolbenkompressors ändern, dann folgen auf Basis analoger Überlegungen wie bei der Herleitung von (7) und (19) die Differentialgleichungen der mittleren Rohrtemperaturen zu

$$\frac{d}{dt} \bar{T}_{r1} = \frac{R_s}{c_v} \frac{\bar{T}_{r1}}{\bar{p}_{r1} V_{r1}} \left( \dot{m}_d (c_p T_{wt} - c_v \bar{T}_{r1}) - \bar{m}_{k1} R_s \bar{T}_{r1} \right) \quad (25a)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{T}_{r2} = \frac{R_s}{c_v} \frac{\bar{T}_{r2}}{\bar{p}_{r2} V_{r2}} \left( \bar{m}_{k1} (c_p T_{wt} - c_v \bar{T}_{r2}) - \bar{m}_{k2} R_s \bar{T}_{r2} \right) \quad (25b)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{T}_{r3} = \frac{R_s}{c_v} \frac{\bar{T}_{r3}}{\bar{p}_{r3} V_{r3}} \left( \bar{m}_{k2} (c_p T_{wt} - c_v \bar{T}_{r3}) - \bar{m}_{k3} R_s \bar{T}_{r3} \right) \quad (25c)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{T}_s = \frac{R_s}{c_v} \frac{\bar{T}_s}{\bar{p}_s V_s} \left( \bar{m}_{k3} (c_p T_{wt} - c_v \bar{T}_s) - \dot{m}_l R_s \bar{T}_s \right) \quad (25d)$$

und für die Druckaufbaugleichungen erhält man gemäß (7)

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r1} = \kappa \frac{R_s}{V_{r1}} \left( \dot{m}_d T_{wt} - \bar{m}_{k1} \bar{T}_{r1} \right) \quad (26a)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r2} = \kappa \frac{R_s}{V_{r2}} \left( \bar{m}_{k1} T_{wt} - \bar{m}_{k2} \bar{T}_{r2} \right) \quad (26b)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r3} = \kappa \frac{R_s}{V_{r3}} \left( \bar{m}_{k2} T_{wt} - \bar{m}_{k3} \bar{T}_{r3} \right) \quad (26c)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_s = \kappa \frac{R_s}{V_s} \left( \bar{m}_{k3} T_{wt} - \dot{m}_l \bar{T}_s \right). \quad (26d)$$

Der Verlauf der Drücke bzw. der Mittelwert der Drücke in den Kammern des Kolbenkompressors wird in den weiteren Betrachtungen nicht mehr verwendet. Wie bereits erwähnt, sind jedoch die maximalen Temperaturen der Luft in den Kolben von Interesse. Diese errechnen sich analog zu (22) in der Form

$$T_{k1,\max} = \bar{T}_{r1} \left( \frac{\bar{p}_{r2}}{\bar{p}_{r1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (27a)$$

$$T_{k2,\max} = \bar{T}_{r2} \left( \frac{\bar{p}_{r3}}{\bar{p}_{r2}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \quad (27b)$$

$$T_{k3,\max} = \bar{T}_{r3} \left( \frac{\bar{p}_s}{\bar{p}_{r3}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (27c)$$

#### 4 Reglerentwurf

Die primäre Aufgabe der zu entwickelnden Regelungsstrategie besteht darin, den Druck  $p_s$  im Druckspeicher möglichst konstant zu halten bzw. Druckeinbrüche zufolge von Änderungen des Lastmassenstroms  $\dot{m}_l$  zu minimieren. Gleichzeitig sollen als zweites Ziel die maximal auftretenden Kolbentemperaturen  $T_{kj,\max}$  so gering wie möglich gehalten werden. Dazu stehen vier Stelleingänge, die Drehzahl  $n_d$  des Drehkolbenkompressors und die drei Stellungen  $\chi_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$ , des VALCOM-Systems zur Verfügung. Weiterhin können die drei Rohrdrücke  $p_{r1}$ ,  $p_{r2}$  und  $p_{r3}$  sowie der Druck  $p_s$  im Druckspeicher gemessen werden.

##### 4.1 Systemanalyse

Damit sich das Mittelwertmodell in einem stationären Punkt befindet, müssen (i) die Massenströme die Bedingung  $\dot{m}_d = \dot{m}_l = \dot{m}_{k1} = \dot{m}_{k2} = \dot{m}_{k3}$  erfüllen und (ii) für die Temperaturen muss  $\bar{T}_{r1} = \bar{T}_{r2} = \bar{T}_{r3} = \bar{T}_s = T_{wt}$  gelten, vgl. (25), (26). Der Massenstrom  $\dot{m}_d$  des Drehkolbenkompressors ist direkt proportional zur Drehzahl  $n_d$  und nahezu unabhängig vom Differenzdruck, siehe Bild 8 in [2]. Im stationären Betrieb werden daher die Massenströme des Kompressors im Wesentlichen vom Massenstrom  $\dot{m}_d$  und somit von der Drehzahl  $n_d$  des Drehkolbenkompressors definiert. Mithilfe der Stelleingänge  $\chi_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$  des VALCOM-Systems können nur sehr geringe und kurzzeitige Änderungen der Massenströme der einzelnen Stufen des Kolbenkompressors erzielt werden. Aus diesem Grund werden für die weiteren Betrachtungen die mittleren Massenströme der Kolbenverdichterstufen in der Form

$$\bar{m}_{kj} = \dot{m}_d + \Delta \bar{m}_{kj}, \quad j \in \{1, 2, 3\} \quad (28)$$

angesetzt.

Im geregelten Betrieb des Kompressors ist weiterhin zu erwarten, dass die mittleren Rohrtemperaturen  $\bar{T}_{rj}$  sowie die mittlere Temperatur  $\bar{T}_s$  im Speicher nur geringen Änderungen unterliegen und diese daher für die weiteren Analysen der Temperatur  $T_{wt}$  der Luft nach den Wärmetauschern gleichgesetzt werden können, d. h.  $\bar{T}_j = T_{wt}$  für  $j \in \{r1, r2, r3, s\}$ . Unter diesen Annahme und mithilfe von (28) ergeben sich die mittleren Rohrdrücke aus (26) zu

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r1} = \kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_{r1}} (-\Delta \bar{m}_{k1}) \quad (29a)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r2} = \kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_{r2}} (\Delta \bar{m}_{k1} - \Delta \bar{m}_{k2}) \quad (29b)$$

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_{r3} = \kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_{r3}} (\Delta \bar{m}_{k2} - \Delta \bar{m}_{k3}) \quad (29c)$$

und für den mittleren Druck im Druckspeicher erhält man

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_s = \kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_s} (\Delta \bar{m}_{k3} + \dot{m}_d - \dot{m}_l). \quad (30)$$

Für die weitere Analyse ist eine genauere Betrachtung der Stellgrößen notwendig. Die Drehzahl  $n_d$  des Drehkolbenkompressors wird über einen unterlagerten Regelkreis mithilfe eines Frequenzumrichters eingestellt, welcher nur eine beschränkte Dynamik zulässt. Im Vergleich dazu können die Stellungen  $\chi_j$  des VALCOM-Systems sehr schnell vorgegeben werden. Im betrachteten System sind weiterhin die Volumina  $V_{rj}$  der Rohrelemente wesentlich kleiner als das Volumen des Druckspeichers  $V_s$ ,  $V_s \gg V_{rj}$ , womit nach (29) und (30) die Dynamik des mittleren Drucks  $\bar{p}_s$  im Druckspeicher wesentlich langsamer als die Dynamik der mittleren Rohrdrücke  $\bar{p}_{rj}$  ist.

Basierend auf dieser Analyse wird folgende Vorgehensweise für den Entwurf einer Regelungsstrategie vorgeschlagen:

- (i) Die Regelung des mittleren Drucks  $\bar{p}_s$  im Druckspeicher erfolgt mithilfe der Drehzahl  $n_d$  des Drehkolbenkompressors. Dazu kann das Modell (29), (30) mithilfe der singulären Störtheorie [8] und dem singulären Störparameter  $\varepsilon = \max\{V_{r1}, V_{r2}, V_{r3}\}$  auf folgendes einfaches quasi-statisches Entwurfsmodell reduziert werden

$$\frac{d}{dt} \bar{p}_s = \kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_s} (\dot{m}_d - \dot{m}_l). \quad (31)$$

- (ii) Zur Regelung der mittleren Rohrdrücke  $\bar{p}_{rj}$  und somit zur Beeinflussung der maximalen Kolbentemperaturen, vgl. (27), werden die Stellgrößen  $\chi_j$  des VALCOM-Systems verwendet.

##### 4.2 Regelung des Drucks im Druckspeicher

Ausgehend vom Entwurfsmodell (31) wird unter Vernachlässigung der Störung  $\dot{m}_l$  der gewünschte Massenstrom  $\dot{m}_d^c$  des Drehkolbenkompressors wie folgt definiert

$$\dot{m}_d^c = \frac{V_s}{R_s T_{wt} \kappa} v_s, \quad (32)$$

wobei  $v_s$  den neuen Stelleingang beschreibt. Wählt man diesen neuen Stelleingang in der Form

$$v_s = -\bar{p}_s^d - \lambda_1^s (p_s^d - \bar{p}_s) - \lambda_0^s \int (p_s^d - \bar{p}_s) dt, \quad (33)$$

mit einer hinreichend glatten Solltrajektorie  $p_s^d(t)$ , so erhält man für den geschlossenen Kreis die lineare Fehlerdynamik

$$\ddot{e}_s + \lambda_1^s \dot{e}_s + \lambda_0^s e_s = 0, \quad (34)$$

mit dem Regelfehler  $e_s = p_s^d - \bar{p}_s$ . Die Eigenwerte der Fehlerdynamik können durch geeignete Wahl der Reglerkoeffizienten  $\lambda_0^s, \lambda_1^s > 0$  frei vorgegeben werden.

Die reale Stellgröße  $n_d^c$  ergibt sich aus dem gewünschten Massenstrom des Drehkolbenkompressors  $\dot{m}_d^c$ , vgl. (15) in [2], zu

$$n_d^c = \frac{1}{k_{d1}} \left( \frac{\dot{m}_d^c}{\rho_0} + k_{d2} \sqrt{\bar{p}_{r1} - p_0} \right). \quad (35)$$

Man beachte, dass der Integralanteil des Reglers (33) den als langsam veränderlich angenommenen Lastmassenstrom  $\dot{m}_l$  nach dem Prinzip eines internen Störmodells [10] kompensiert.

Die Stellgröße  $n_d^c$  ist in der realen Anwendung beschränkt,  $0 \leq n_d^c \leq n_{d,max}^c$ . Um ein Windup des Integralanteils des Reglers (33), (35) zu verhindern, wird das Stellgesetz bei der Implementierung um eine Anti-Windup Maßnahme erweitert, siehe z. B. [3].

### 4.3 Rohrdruckregelung

Für die Rohrdruckregelung wird im ersten Schritt das System (29) mithilfe der Stellgrößentransformation

$$v_{r1} = -\kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_{r1}} \Delta \tilde{m}_{k1} \quad (36a)$$

$$v_{r2} = -\kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_{r2}} (\Delta \tilde{m}_{k2} - \Delta \tilde{m}_{k1}) \quad (36b)$$

$$v_{r3} = -\kappa \frac{R_s T_{wt}}{V_{r3}} (\Delta \tilde{m}_{k3} - \Delta \tilde{m}_{k2}) \quad (36c)$$

mit den neuen Stellgrößen  $v_{rj}$  entkoppelt. Wählt man die virtuellen Stellgrößen in der Form

$$v_{rj} = -\dot{p}_{rj}^d - \lambda_1^r (p_{rj}^d - \bar{p}_{rj}) - \lambda_0^r \int (p_{rj}^d - \bar{p}_{rj}) dt \quad (37)$$

mit hinreichend glatten Solltrajektorien  $p_{rj}^d(t)$  für  $j \in \{1, 2, 3\}$ , so folgt die lineare Fehlerdynamik des geschlossenen Kreises zu

$$\ddot{e}_{rj} + \lambda_1^r \dot{e}_{rj} + \lambda_0^r e_{rj} = 0, \quad (38)$$

mit den jeweiligen Zwischendruckregel Fehlern  $e_{rj} = p_{rj}^d - \bar{p}_{rj}$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$ . Mithilfe der positiven Reglerkoeffizienten  $\lambda_1^r, \lambda_0^r > 0$  lässt sich wiederum die Fehlerdynamik frei vorgeben. Diese Vorgehensweise entspricht im Wesentlichen einer exakten Eingangs-Zustandslinearisierung, siehe [6; 14]. Die realen Stellgrößen  $\chi_j$  des VALCOM-Systems ergeben sich schließlich aus den virtuellen Stellgrößen (37) mithilfe von (21), (24) und (32). Für  $\chi_1$  erhält man damit

$$\chi_1 = \frac{1}{\pi} \arccos \left( \frac{2}{V_{h1}} \left[ \frac{R_s T_{wt}}{n_k \bar{p}_{r1}} \left( \dot{m}_d^c - v_{r1} \frac{V_{r1}}{\kappa R_s T_{wt}} \right) + V_{s1} \left( \frac{\bar{p}_{r2}}{\bar{p}_{r1}} \right)^{\frac{1}{k}} - V_{s1} \right] - 1 \right). \quad (39)$$

Die Stellgrößen  $\chi_2$  und  $\chi_3$  können auf analoge Art und Weise bestimmt werden. Da die Stellgrößen  $\chi_j$  ebenfalls in der realen Anwendung beschränkt sind,  $0 \leq \chi_j \leq 1$ , wird das Stellgesetz wie bereits bei der Regelung des Drucks im Druckspeicher um eine entsprechende Anti-Windup Maßnahme ergänzt, siehe [3].

### 4.4 Sollwertgenerierung

Der Sollwert  $p_s^d$  des Drucks  $p_s$  im Hochdruckspeicher ist im Wesentlichen konstant und wird vom Benutzer vorgegeben. Die Sollwertverläufe  $p_{rj}^d$  der drei Rohrdrücke

können jedoch noch in einem gewissen Rahmen frei gewählt werden. Dazu müssen die folgenden Beschränkungen des realen Systems berücksichtigt werden:

- (i) Um Verdichtungsstöße im Drehkolbenkompressor zu vermeiden, darf der Druck  $p_{r1}$  nur zwischen  $p_{r1} \in [p_{r1}^-, p_{r1}^+] = [1, 2]$  bar variiert werden. Für kleine Drehzahlen  $n_d$  bzw. Massenströme  $\dot{m}_d$  resultiert eine wesentliche Erhöhung der Temperatur des Drehkolbenkompressors. Daher ist es sinnvoll, den Druck  $p_{r1}$  für niedrige Drehzahlen abzusenken. Aus dieser Überlegung folgt eine Vorgabe der Drehzahl des Drehkolbenkompressors in der Form

$$p_{r1}^d = \begin{cases} p_{r1}^- & \text{für } n_d < n_d^- \\ p_{r1}^- + k_d(n_d - n_d^-) & \text{für } n_d^- \leq n_d \leq n_d^+ \\ p_{r1}^+ & \text{für } n_d > n_d^+ \end{cases} \quad (40)$$

mit der Steigung  $k_d = (p_{r1}^+ - p_{r1}^-)/(n_d^+ - n_d^-)$  und der minimalen und maximalen Drehzahl  $n_d^-$  und  $n_d^+$  des Drehkolbenkompressors.

- (ii) Durch gezielte Vorgabe der Sollwerte für die verbleibenden Rohrdrücke  $p_{r2}$  und  $p_{r3}$  können die maximalen Temperaturen der einzelnen Stufen gezielt ausbalanciert werden, d. h. es kann erreicht werden, dass alle drei Stufen im Wesentlichen die gleichen maximalen Kolbentemperaturen aufweisen. Die einfachste Möglichkeit, eine gleichmäßige Temperaturverteilung einzustellen, besteht in der Vorgabe eines konstanten Druckverhältnisses der einzelnen Stufen

$$\Pi = \frac{p_{r2}^d}{p_{r1}^d} = \frac{p_{r3}^d}{p_{r2}^d} = \frac{p_s^d}{p_{r3}^d}. \quad (41)$$

Das Verhältnis  $\Pi$  kann direkt aus den bereits fixierten Sollwerten  $p_s^d$  und  $p_{r1}^d$  in der Form

$$\Pi = \left( \frac{p_s^d}{p_{r1}^d} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (42)$$

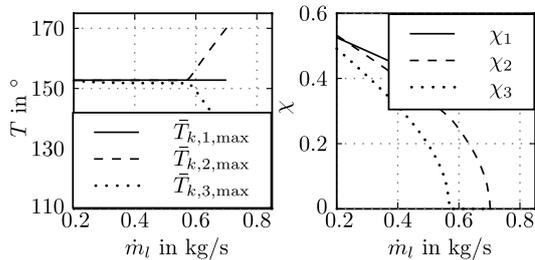
ermittelt werden, womit sich die verbleibenden Rohrdrücke zu

$$p_{r2}^d = p_{r1}^d \Pi = \sqrt[3]{(p_{r1}^d)^2 p_s^d} \quad (43a)$$

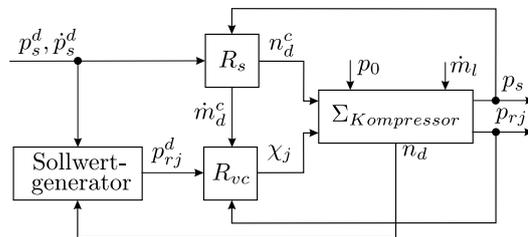
$$p_{r3}^d = p_{r1}^d \Pi^2 = \sqrt[3]{p_{r1}^d (p_s^d)^2} \quad (43b)$$

ergeben.

In Bild 4 sind die maximalen Kolbentemperaturen und die zugehörigen VALCOM-Stelleingänge als Funktion des Massenstroms  $\dot{m}_l = \dot{m}_d$  unter der Annahme eines konstanten Rohrdrucks  $p_{r1}$  und eines konstanten Drucks  $p_s$  im Druckspeicher dargestellt. Wie man sieht, erfolgt für Massenströme kleiner 0,6 kg/s die gewünschte gleichmäßige thermische Belastung aller drei Stufen des Kolbenkompressors. Für höhere Massenströme erreichen die Stellgrößen  $\chi_3$  und  $\chi_2$  der dritten und der zweiten Stufe jedoch die Stellgrößenbeschränkung, womit die thermische Belastung der zweiten Stufe steigt, während



**Bild 4** Kolbentemperatur und VALCOM-Stellungen als Funktion des Lastmassenstroms  $\dot{m}_l$  bei einer Sollwertvorgabe eines konstanten Druckverhältnisses, einem Rohrdruck von  $p_{r1} = 2$  bar und einem Druck im Druckspeicher von  $p_s = 40$  bar.



**Bild 5** Blockschaltbild des Regelkreises mit der Strecke  $\Sigma_{Kompressor}$  dem Druckregler  $R_s$  und dem VALCOM-Regler  $R_{vc}$ . Die Sollverläufe  $p_{rj}^d$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$  sowie der begrenzte Drehkolbenkompressormassenstrom  $\dot{m}_d^c$  folgen aus der Drehzahl des Drehkolbenkompressors  $n_d$  und dem Sollverlauf  $p_s^d$  des Druckspeichers.

sie für die dritte Stufe sinkt. Die Ursache liegt in einer ungünstigen, etwas zu kleinen geometrischen Dimensionierung der dritten Stufe des Kolbenkompressors.

#### 4.5 Gesamte Regelkreisstruktur

Das gesamte Regelungskonzept lässt sich in Form des in Bild 5 gezeigten Prinzipschaltbilds darstellen. Darin wird der gesamte Kompressor durch den Block  $\Sigma_{Kompressor}$  beschrieben, welcher mit einem Ansaugluftdruck  $p_0$  und dem Lastmassenstrom  $\dot{m}_l$  arbeitet. Der Druckregler  $R_s$  nach Abschnitt 4.2 bestimmt die nötige Drehzahl  $n_d^c$  des Drehkolbenkompressors aufgrund des Drucks  $p_s$  im Hochdruckspeicher und dessen Vorgabe  $p_s^d(t)$ . Die Sollverläufe der Zwischendrücke  $p_{rj}^d$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$  folgen aus der Drehzahl  $n_d$  des Drehkolbenkompressors und dem Sollverlauf  $p_s^d(t)$  des Hochdrucks. Der VALCOM-Regler  $R_{vc}$  bestimmt schließlich mithilfe des Sollverlaufs des Kolbenkompressormassenstroms  $\dot{m}_d^c$  die Steileingänge  $\chi_j$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$  für die einzelnen Zwischenstufen.

### 5 Simulationsergebnisse

Das vollständige Kompressormodell aus [2], das Mittelwertmodell aus Abschnitt 3 und die nichtlineare Regelungsstrategie gemäß Abschnitt 4 wurden in MATLAB/SIMULINK implementiert. Im Folgenden wird zunächst ein Vergleich des Mittelwertmodells mit dem

vollständigen Modell dargestellt und anschließend die Regeltüte der nichtlinearen Regelungsstrategie anhand eines typischen Szenarios getestet.

#### 5.1 Modellvergleich

Aus Gründen der Übersichtlichkeit werden für das vollständige Kompressormodell gemäß [2] lediglich die Mittelwerte der Massenströme und Rohrdrücke

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau \quad (44)$$

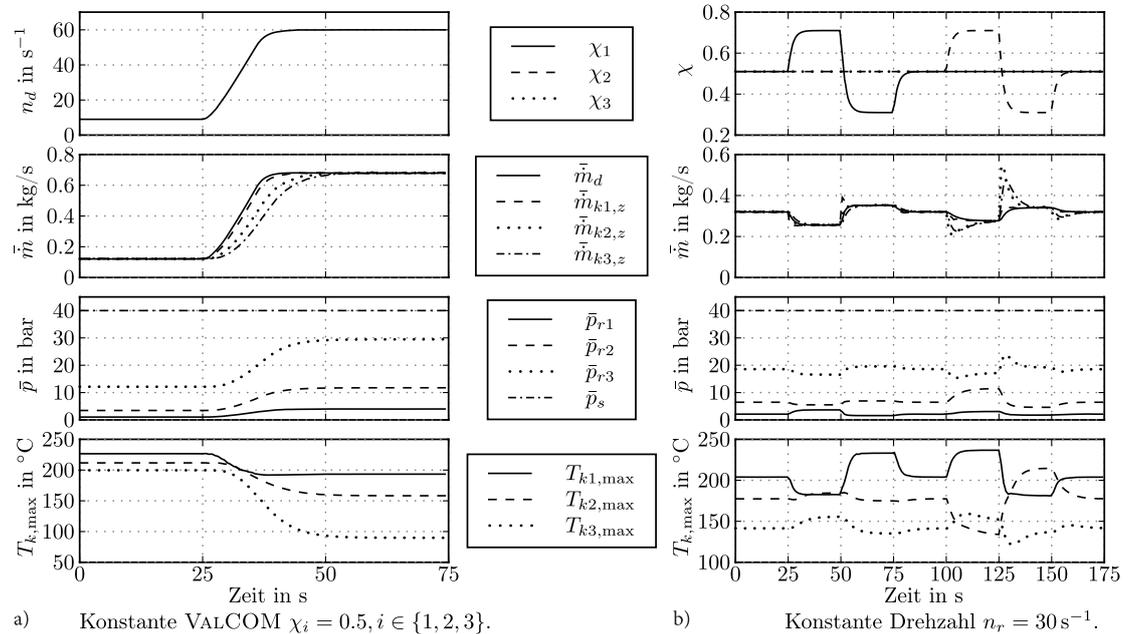
sowie die Maximalwerte der Temperaturen dargestellt. Die Periodendauer  $T$  einer Umdrehung des Kolbenkompressors errechnet sich für eine Drehzahl  $n_k = 750$  U/min zu  $T = 80$  ms.

Das Verhalten des Systems bei einer Änderung der Drehzahl  $n_d$  des Drehkolbenkompressors von  $n_d = n_d^- = 9$  s<sup>-1</sup> auf  $n_d = n_d^+ = 60$  s<sup>-1</sup> mit der maximal möglichen Drehzahländerungsrate von  $\dot{n}_d = 5$  s<sup>-2</sup> ist in den Bildern 6a und 7a gezeigt. Dabei wurde der Druck  $p_s$  im Druckspeicher konstant auf  $p_s = 40$  bar gehalten und für die VALCOM-Ventile wurde eine mittlere Stellung von  $\chi = 0,5$  gewählt. Der Einfluss der VALCOM-Stellungen wird in den Simulationen in den Bildern 6b und 7b untersucht. Diese Simulationen erfolgten bei einer konstanten Drehzahl  $n_d$  des Drehkolbenkompressors von  $n_d = 30$  s<sup>-1</sup> und einem konstanten Druck im Druckspeicher von  $p_s = 40$  bar.

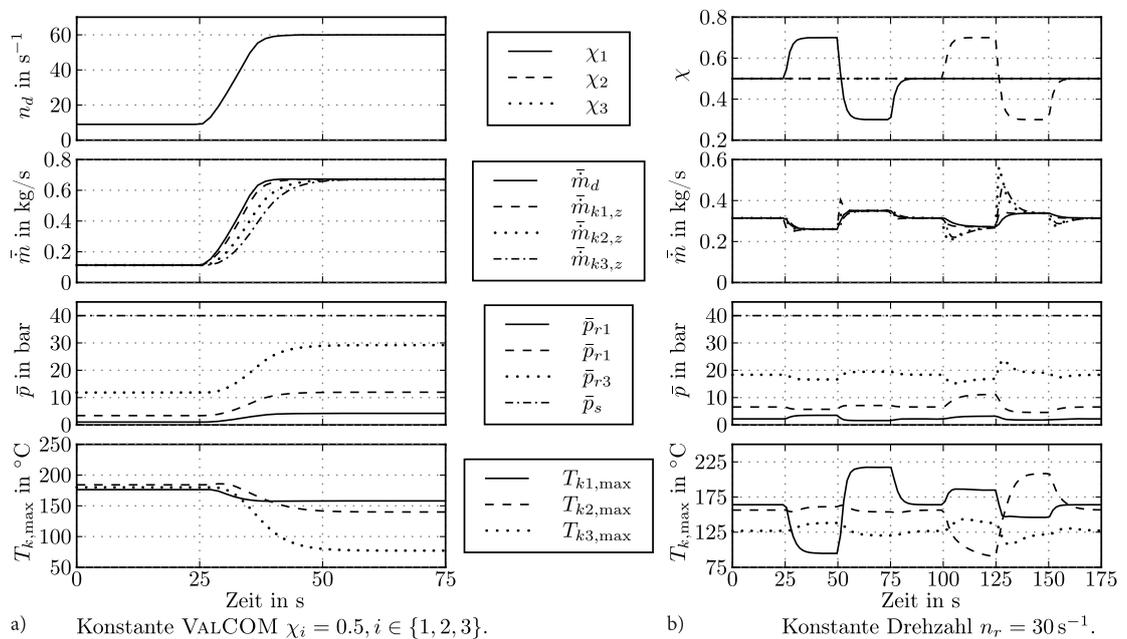
Die Gegenüberstellung der beide Modelle zeigt, dass das Mittelwertmodell die Zwischendrücke und die Massenströme des vollständigen Kompressormodells sehr gut approximiert. Für die maximalen Kolbentemperaturen ergeben sich allerdings größere Abweichungen von bis zu 90 °C in der 3. Stufe [2]. Dies begründet sich darin, dass die zufließenden Massenströme  $\dot{m}_{kj}$  der Kolben des vollständigen Kompressormodells aufgrund der VALCOM-Ventile auch negative Werte annehmen können, womit eine gewisse Menge an Luft zwischen der Rohrleitung und dem Kolben hin- und herpendelt. Aufgrund des Druckabfalls über die Einlassventile und bedingt durch die Öffnungsdruckdifferenz  $\Delta p_o$  muss für das Verschieben der Luft Energie aufgebracht werden, womit wiederum eine Temperaturerhöhung in den Rohrleitungen einhergeht. Dieser Effekt ist im Mittelwertmodell nicht berücksichtigt, sodass insgesamt geringere Temperaturen resultieren. Gleichwohl bildet auch das Mittelwertmodell den prinzipiellen Einfluss des Druckverhältnisses an den Kolbenkompressorstufen auf die maximalen Kolbentemperaturen gut ab und dieses Modell ist damit sowohl für die Analyse als auch für den Reglerentwurf sehr gut geeignet.

#### 5.2 Validierung der Regelungsstrategie

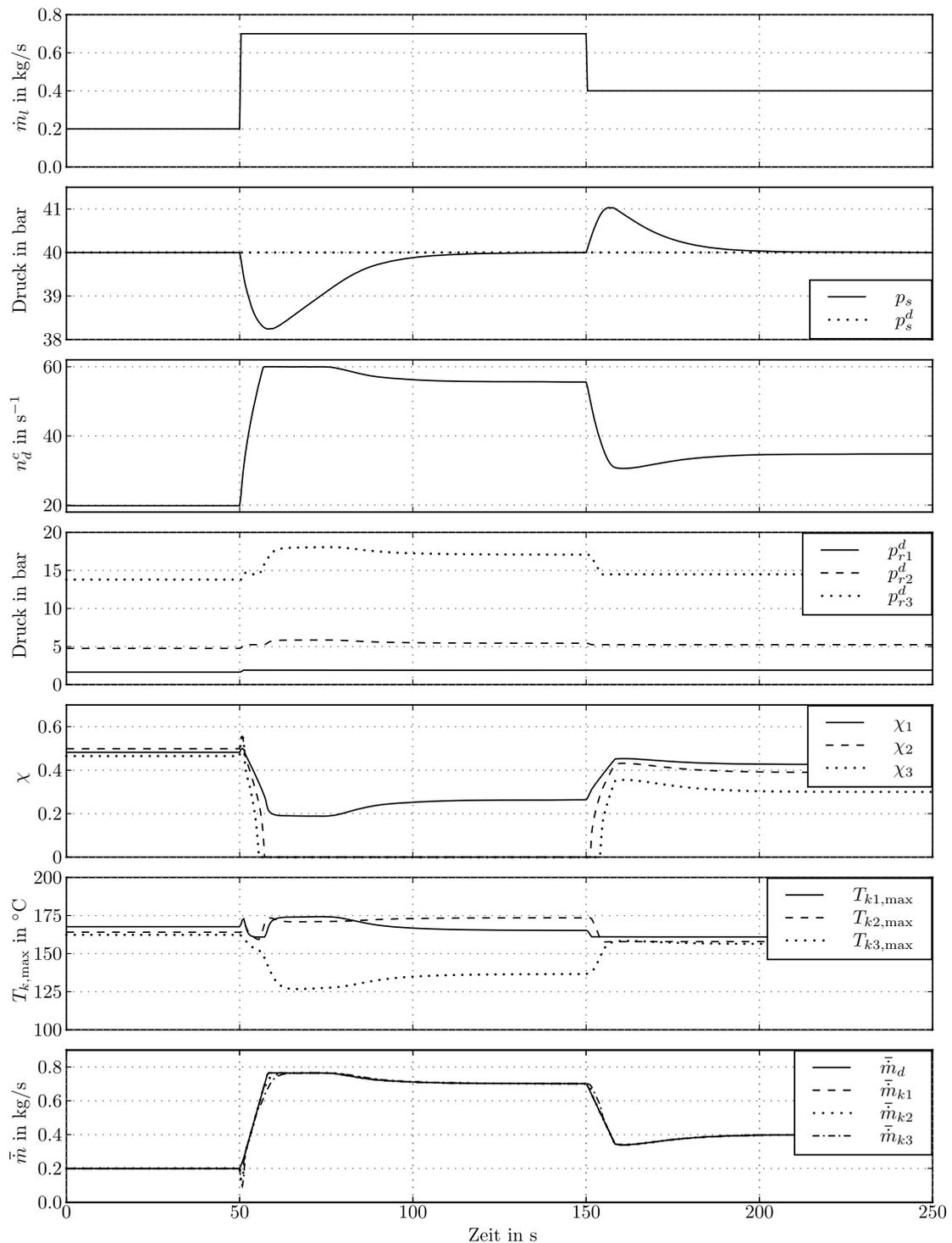
Zum Test der entworfenen Regelungsstrategie anhand von Simulationen mit dem vollständigen Kompressor-



**Bild 6** Simulationsergebnisse des vollständigen Modells. Mittelwerte der Massenströme  $\bar{m}$  und der Zwischendrücke  $\bar{p}$  sowie die maximalen Kolbentemperaturen  $T_{k,max}$  aufgrund (a) einer Drehzahländerung von  $n_d = n_d^- = 9 \text{ s}^{-1}$  auf  $n_d = n_d^+ = 60 \text{ s}^{-1}$  entlang einer Rampe mit einer Steigung von  $5 \text{ s}^{-2}$  und konstanten VALCOM-Stellungen von  $\chi = 0,5$  und aufgrund (b) verschiedener VALCOM-Stellungen bei einer konstanten Drehzahl von  $n_d = 30 \text{ s}^{-1}$  und einem konstanten Speicherdruck von  $p_s = 40 \text{ bar}$ .



**Bild 7** Simulationsergebnisse des Mittelwertmodells. Mittelwerte der Massenströme  $\bar{m}$  und der Zwischendrücke  $\bar{p}$  sowie die maximalen Kolbentemperaturen  $\bar{T}_{k,max}$  aufgrund (a) einer Drehzahländerung von  $n_d = n_d^- = 9 \text{ s}^{-1}$  auf  $n_d = n_d^+ = 60 \text{ s}^{-1}$  entlang einer Rampe mit einer Steigung von  $5 \text{ s}^{-2}$  und konstanten VALCOM-Stellungen von  $\chi = 0,5$  und aufgrund (b) verschiedener VALCOM-Stellungen bei einer konstanten Drehzahl von  $n_d = 30 \text{ s}^{-1}$  und einem konstanten Speicherdruck von  $p_s = 40 \text{ bar}$ .



**Bild 8** Simulationsergebnis der nichtlinearen Regelungsstrategie mit dem vollständigen Kompressormodell gemäß [2] bei sprungartigen Änderungen des Lastmassenstroms  $\dot{m}_l$ .

modell gemäß [2] wird diese mit einer Abtastzeit von  $T_a = 80$  ms implementiert. Die Abtastzeit wurde dabei entsprechend der Periodendauer  $T$  einer Umdrehung des Kolbenkompressors gewählt, da die Stellungen des VALCOM-Systems nur einmal während dieser Periodendauer verändert werden können. In der realen Anlage werden die Rohrdrücke  $p_{r1}$ ,  $p_{r2}$  und  $p_{r3}$  sowie der Druck  $p_s$  im Druckspeicher mithilfe von Druckmessumformern des Typs MBS33 [1] gemessen. Die mittels eines Verzögerungsgliedes 1. Ordnung modellierte Dynamik dieser Druckmessumformer liegt für gasförmige Medien im Bereich von 30 ms.

Um die Regelgüte der entworfenen Regelungsstrategie zu untersuchen, wird ein typisches Szenario des Anlagenbetriebs betrachtet. Dazu wird der Lastmassenstrom  $\dot{m}_l$ , welcher dem von der nachgelagerten Produktionsanlage abgenommenen Massenstrom entspricht, sprungförmig von ca. 25% auf 90% erhöht und anschließend sprungförmig auf ca. 50% des nominellen Massenstroms des Drehkolbenkompressors abgesenkt.

$$\dot{m}_l(t) = \begin{cases} 0,2 \text{ kg/s} & \text{für } t < 50 \text{ s} \\ 0,7 \text{ kg/s} & \text{für } 50 \text{ s} \leq t < 150 \text{ s} \\ 0,4 \text{ kg/s} & \text{für } 150 \text{ s} \leq t < 250 \text{ s} \end{cases} \quad (45)$$

Die entsprechenden Sollverläufe für die Drehzahl  $n_d^c$  des Drehkolbenkompressors sowie der Rohrdrücke  $p_{rj}^d$ ,  $j \in \{1, 2, 3\}$ , werden entsprechend den Gleichungen von Abschnitt 4.4 vorgegeben.

Wie man den Simulationsergebnissen in Bild 8 entnehmen kann, hat eine sprungförmige Erhöhung des Lastmassenstroms einen Einbruch des Drucks  $p_s$  im Druckspeicher von ca. 1,8 bar zur Folge. Die Hauptursache für diesen Druckeinbruch ist die beschränkte Dynamik des Drehkolbenkompressors, dessen Drehzahl nur mit einer gewissen Rate erhöht werden kann. Um den Druckeinbruch schnellstmöglich wieder auszugleichen, gehen sowohl die Drehzahl des Drehkolbenkompressors als auch die VALCOM-Stellungen in die Beschränkungen. Anhand der Simulationsergebnisse der maximalen Kolbentemperaturen in Bild 8 erkennt man außerdem, dass die thermische Belastung der drei Kolbenkompressorstufen durch die Regelung der Rohrdrücke mithilfe der VALCOM-Stellungen sehr gleichmäßig gestaltet werden kann. Lediglich für sehr hohe Lastmassenströme ist dies aufgrund der beschränkten Stellgrößen nicht vollständig möglich. Wie bereits im vorigen Abschnitt angesprochen, liegt die Ursache dafür in der nicht optimalen geometrischen Auslegung der drei Kolbenkompressorstufen.

In weiteren Simulationsstudien wurde der Einfluss von zusätzlichen Störeffekten wie z. B. Messrauschen oder Modellungenauigkeiten auf die Regelgüte der nichtlinearen Regelungsstrategie untersucht. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass das vorgestellte nichtlineare Regelungskonzept äußerst robust gegenüber Störungen dieser Art ist.

## 6 Zusammenfassung

In diesem Beitrag wurde die Modellierung und nicht-lineare Regelung eines dreistufigen Kolbenkompressors mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor vorgestellt. Die detaillierte mathematische Modellierung des Systems im ersten Teil dieses Beitrags [2] bildete den Ausgangspunkt für die Entwicklung eines vereinfachten Mittelwertmodells, welches die Periodizität des zugrundeliegenden Kreisprozesses des Kolbenkompressors gezielt ausnutzt. Basierend auf diesem Mittelwertmodell wurde eine nichtlineare Regelungsstrategie entwickelt, welche primär den Druck im Druckspeicher regelt, gleichzeitig jedoch auch für einen Ausgleich der thermischen Belastung der einzelnen Stufen des Kolbenkompressors sorgt. Anhand von Simulationsstudien konnte die ausgezeichnete Regelgüte und eine sehr hohe Robustheit der vorgeschlagenen Regelungsstrategie nachgewiesen werden. Im Vergleich zur bisher üblichen Regelungsstrategie konnten maßgebliche Verbesserungen erzielt werden. Weiterhin bietet der modellbasierte Reglerentwurf die Möglichkeit einer sehr einfachen Umsetzung der Regelungsstrategie auf andere Baugrößen des betrachteten Kompressor-systems.

Weiteres Optimierungspotenzial der Regelgüte ist durch eine Vernetzung der Regelung des Kolbenkompressors mit der Produktionsanlage zu erwarten. Hier ist z. B. eine rechtzeitige Meldung des zu erwartenden Lastmassenstroms  $\dot{m}_l$  als eine der erfolgversprechendsten Maßnahmen zu nennen. Eine Verbesserung des energetischen Wirkungsgrads der Gesamtanlage, bestehend aus Kompressor und PET-Flaschenblasmaschine, ist zu erzielen, indem die nach dem Aufblasen der Flaschen zur Verfügung stehende Druckluft wieder in den Kompressor (z. B. zwischen der ersten und zweiten Stufe) zugeführt wird. Wie in bereits durchgeführten Studien nachgewiesen werden konnte, kann auch in diesem Fall eine ausgezeichnete Regelgüte mit der in diesem Beitrag vorgestellten Regelungsstrategie erzielt werden.

## Literatur

- [1] DANFOSS, *Druckmessumformer für industrielle Anwendungen Typ MBS32 und MBS33*, Produktdatenblatt, 2009.
- [2] T. GLÜCK, W. KEMMETMÜLLER, P. ZANOLIN, und A. KUGI, *Dreistufiger Kolbenkompressor mit vorgeschaltetem Drehkolbenkompressor: Teil 1, Modellierung*, at – Automatisierungstechnik, Vol. 60, Seiten 766–775, 2012.
- [3] P. HIPPE, *Windup in Control – Its Effects and Their Prevention*, Springer, London, UK, 2006.
- [4] HOERBIGER, VALCOM: *Das Energieeinsparungssystem für PET-Kompressoren*, technische Produktbeschreibung, 2008.
- [5] H. M. HUANG, H. S. LIU, und G. P. LIU, *Controller Design for Constant Air Pressure*, Proc. der 2009 Int. Conf. on Energy and Environment Technology, Seiten 244–247, 2009.
- [6] A. ISIDORI, *Nonlinear Control Systems*, Springer, London, UK, 2001.
- [7] G. KLUGE und G. NEUGEBAUER, *Grundlagen der Thermodynamik*, Spektrum Verlag, Heidelberg, 1994.

- [8] P. KOKOTOVIC, H. K. KHALIL, und J. O'REILLY, *Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design*, SIAM, Philadelphia, USA, 1999.
- [9] D. LI, Z. JIANG, und L. CUI, *Design of Capacity Regulation System for Reciprocating Compressor Based on Programmable Logic Controller*, WSEAS Trans. on Systems, Jahrgang 10, No. 8, Seiten 249–258, 2011.
- [10] S. SKOGESTAD und I. POSTLETHWAITE, *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*, Wiley, Hoboken New Jersey, 2. Auflage, 2005.
- [11] J. H. SPURK und N. AKSEL, *Strömungslehre: Einführung in die Theorie der Strömungen*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 7. Auflage, 2007.
- [12] P. STEPHAN, K. SCHABER, K. STEPHAN, und F. MAYINGER, *Thermodynamik Grundlagen und technische Anwendungen Band 1: Einstoffsysteme*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 17. Auflage, 2006.
- [13] J. A. SANDERS, F. VERHULS, und J. MURDOCK, *Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems*, Springer-Verlag, New York, USA, 2007.
- [14] S. SASTRY, *Nonlinear Systems: Analysis, Stability and Control*, Springer-Verlag, New York, USA, 1999.
- [15] M. XIE und J. LIU, *Design and Simulation of Air Compressor Performance Controller*, Proc. der 2010 Int. Conf. on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering, Seiten 504–506, 2010.

**Dr.-Ing. Wolfgang Kemmettmüller** ist Post-Doktorand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) der Technischen Universität Wien. Hauptarbeitsgebiete: Modellbasierter Steuerungs- und Regelungsentwurf für lineare und nichtlineare Systeme mit Anwendungen in der Hydraulik, der Mechatronik und in der Fahrzeugtechnik sowie Anwendungen mit intelligenten Fluiden (elektrorheologische Fluide).

Adresse: Technische Universität Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, A-1040 Wien,  
E-Mail: [kemmettmueller@acin.tuwien.ac.at](mailto:kemmettmueller@acin.tuwien.ac.at)

**Dipl.-Ing. Tobias Glück** ist Projektassistent am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) der Technischen Universität Wien. Hauptarbeitsgebiete: Modellbasierter Beobachter- und Regelungsentwurf mit Anwendungen in der Pneumatik und Elektromechanik.

Adresse: Technische Universität Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, A-1040 Wien, E-Mail: [glueck@acin.tuwien.ac.at](mailto:glueck@acin.tuwien.ac.at)

**Dipl.-Ing. Patrick Zanolin** war Diplomand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) der Technischen Universität Wien.

Adresse: Schauensteingasse 4 Top 7, A-8010 Graz,  
E-Mail: [patrick.zanolin@gmx.at](mailto:patrick.zanolin@gmx.at)

**Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Kugi** ist Institutsvorstand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) der Technischen Universität Wien. Hauptarbeitsgebiete: Modellierung, Simulation und Regelung nichtlinearer sowie infinit-dimensionaler mechatronischer Systeme mit Anwendungen in der Hydraulik und Pneumatik, der Walzwerksautomatisierung, in der Automobilindustrie sowie für mikromechanische Systeme.

Adresse: Technische Universität Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, A-1040 Wien, E-Mail: [kugi@acin.tuwien.ac.at](mailto:kugi@acin.tuwien.ac.at)

Manuskripteingang: 11. Juni 2012

### Vorschau auf Heft 2/2013

Unsere nächste Ausgabe ist ein Schwerpunktheft zum Thema „Entwurf komplexer Automatisierungssysteme“ (Gastherausgeber: U. Jumar) und enthält unter anderen folgende Beiträge:

- *T. Frank*: Erweiterung des V-Modells<sup>®</sup> für den Entwurf von verteilten Automatisierungssystemen
- *M. Obst*: Wissensbasiertes Assistenzsystem für modulares Engineering
- *M. Rauscher*: Konsistenzprüfung im frühen mechatronischen Entwurf
- *L. Christiansen*: Durchgängiges Engineering von der Anforderungserhebung bis zur Anlagenstrukturbeschreibung
- *J. Krause*: Analyse von reaktiven Verhaltensmodellen mit Constraintprogrammierung und Petrinetztechniken

Weitere Informationen über geplante Hefte, ausführliche Informationen über die in den letzten Heften der **at** erschienenen Beiträge sowie Hinweise für Autoren finden Sie im Internet unter <http://www.at-automatisierungstechnik.de>.