

This document contains a post-print version of the paper

## Modellierung und Regelung eines aktiven Wellenkompensationssystems für Tiefseekräne

authored by **A. Michel, W. Kemmetmüller, and A. Kugi**  
and published in *at – Automatisierungstechnik*.

---

The content of this post-print version is identical to the published paper but without the publisher's final layout or copy editing. Please, scroll down for the article.

---

### Cite this article as:

A. Michel, W. Kemmetmüller, and A. Kugi, "Modellierung und Regelung eines aktiven Wellenkompensationssystems für Tiefseekräne", *at – Automatisierungstechnik*, vol. 60, no. 1, pp. 39–52, 2012. DOI: [10.1524/auto.2012.0968](https://doi.org/10.1524/auto.2012.0968)

---

### BibTex entry:

```
@ARTICLE{MichelAT2012,  
  author = {Michel, A. and Kemmetmüller, W. and Kugi, A.},  
  title = {{Modellierung und Regelung eines aktiven Wellenkompensationssystems für Tiefseekräne}},  
  journal = {at -- Automatisierungstechnik},  
  year = {2012},  
  volume = {60},  
  number = {1},  
  pages = {39-52},  
  doi = {10.1524/auto.2012.0968},  
  url = {http://www.degruyter.com/view/j/auto.2012.60.issue-1/auto.2012.0968/auto.2012.0968.xml}  
}
```

---

### Link to original paper:

<http://dx.doi.org/10.1524/auto.2012.0968>

<http://www.degruyter.com/view/j/auto.2012.60.issue-1/auto.2012.0968/auto.2012.0968.xml>

---

### Read more ACIN papers or get this document:

<http://www.acin.tuwien.ac.at/literature>

---

### Contact:

Automation and Control Institute (ACIN)  
Vienna University of Technology  
Gusshausstrasse 27-29/E376  
1040 Vienna, Austria

Internet: [www.acin.tuwien.ac.at](http://www.acin.tuwien.ac.at)  
E-mail: [office@acin.tuwien.ac.at](mailto:office@acin.tuwien.ac.at)  
Phone: +43 1 58801 37601  
Fax: +43 1 58801 37699

# Modellierung und Regelung eines aktiven Wellenkompensationssystems für Tiefseekräne

## Modeling and Control of an Active Heave Compensation System for Offshore Cranes

Alexander Michel, Wolfgang Kemmettmüller, Andreas Kugi

Dieser Beitrag beschäftigt sich mit einem aktiven Wellenkompensationssystem für Tiefseekräne, wofür ein detailliertes, verteilt-parametrisches Modell hergeleitet wird. Basierend auf einem vereinfachten Entwurfsmodell wird eine Regelungsstrategie für die aktive Wellengangskompensation und für die Seilspannungsregelung entwickelt. Die Qualität der Regelungsstrategie wird anhand von Simulationsstudien nachgewiesen.

This paper deals with an active heave compensation system for offshore cranes, whereby a detailed distributed-parameter model is developed. On the basis of a reduced-order model a feedforward and feedback controller both for active heave compensation and control of the rope tension is derived. Finally, the chosen control strategy is validated by means of simulation results.

**Schlagwörter:** aktive Wellenkompensation, nichtlineare Regelung, verteilt-parametrische Modellierung, elektrohydraulische Aktuierung

**Keywords:** active heave compensation, nonlinear control, distributed-parameter modeling, electrohydraulic actuation

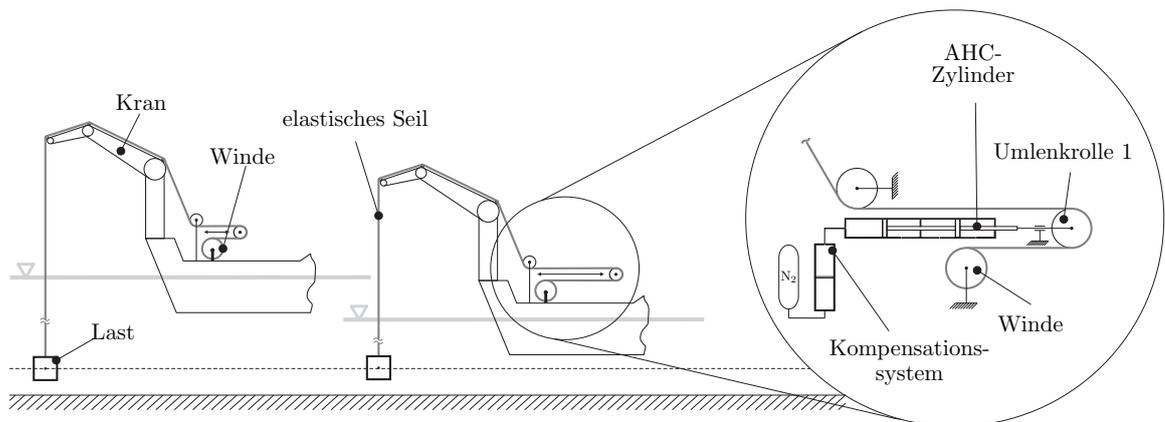
### 1 Einleitung

Viele Offshore-Anwendungen, wie Tiefseebohrungen, das Ablassen von Lasten oder das Verlegen von Pipelines, werden von Schiffen oder schwimmenden Plattformen aus geführt. Die vertikale Bewegung des Schiffs bzw. der Plattform aufgrund des Seegangs führt dabei häufig zu folgenden Problemen:

- Die Unterstützung von ferngesteuerten Unterwasserfahrzeugen wird wesentlich erschwert,
- eine exakte Positionierung von Lasten am Meeresgrund ist nicht möglich und
- durch Resonanzeffekte während des Ablassvorgangs kann es zu einer starken dynamischen Verstärkung der Lastbewegungen mit dem Risiko einer Überlastung oder gar der Zerstörung des Seils kommen.

Um diese Probleme zu vermeiden, wurden unterschiedliche Wellenkompensationssysteme vorgeschlagen. Ein Überblick über mögliche Konstruktionen von Wellenkompensationssystemen wird in [1] gegeben. Im Wesent-

lichen können Wellenkompensationssysteme in passive und aktive Systeme unterteilt werden. Passive Systeme, wie sie z.B. in [4], [8], [9] betrachtet werden, verwenden ein nachgiebiges Element (meist eine hydropneumatisch ausgeführte Feder), welches die veränderlichen Lasten auf den Kran zufolge des Seegangs reduziert. Dem Vorteil des meist einfachen Aufbaus steht die nur beschränkte Güte der Wellenkompensation entgegen. Dies beschränkt insbesondere bei ungleichmäßigem Seegang die erzielbare Kompensation, weshalb für viele Anwendungen aktive Wellenkompensationssysteme besser geeignet sind. In diesen Systemen wird entweder das passive Wellenkompensationssystem um einen Aktor erweitert (meist in Form von elektrohydraulischen Aktoren), siehe z.B. [5], [7], [12], oder es wird eine direkte Aktuierung der Winde des Krans vorgesehen, siehe [10], [14], [16], [19], [20], [23], [26]. Zur Regelung dieser aktiven Wellenkompensationssysteme wurden in den früheren Arbeiten hauptsächlich lineare Regelungsstrategien eingesetzt, siehe z.B. [7], [10], [12], [26]. Obwohl diese aktiven Wellenkompensationssysteme



**Bild 1:** Prinzipielle Funktionsweise des betrachteten AHC-Systems.

eine wesentliche Verbesserung im Vergleich zu passiven Systemen erlauben, schränkt die Vernachlässigung der systeminhärenten Nichtlinearitäten die erzielbare Regelgüte ein. Aus diesem Grund wurde z.B. in [5] eine auf dem adaptiven Integrator-Backstepping-Verfahren basierende Regelungsstrategie vorgeschlagen, in [19] wurde eine Regelungsstrategie auf Basis eines externen adaptiven Modells untersucht und in [14], [16], [23] wurden die Methoden der exakten Eingangs-Ausgangslinearisierung bzw. der differentiellen Flachheit angewandt.

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit einem aktiven Wellenkompensationssystem für Offshorekräne, dessen prinzipielle Funktionsweise in Bild 1 dargestellt ist. Das Kompensationssystem soll in Kränen eingesetzt werden, die Lasten mit einer Masse von bis zu 50 t von einem Schiff oder einer schwimmenden Plattform auf den Meeresgrund bei Meerestiefen von bis zu 1500 m befördern. Das in diesem Beitrag betrachtete Wellenkompensationssystem muss folgende zwei Betriebsarten ermöglichen: (i) Zum einen muss das Wellenkompensationssystem Bewegungen der Last zufolge einer Bewegung der Plattform bei Seegang kompensieren. Dieser Betriebsmodus wird in weiterer Folge als Active Heave Compensation Modus oder kurz AHC-Modus bezeichnet. (ii) Zum anderen muss das System nach dem Absetzen der Last auf dem Meeresboden die Seilspannung auf einem gewünschten Wert konstant halten, um ein Durchhängen des Seils zu verhindern, was in weiterer Folge als Constant Tension Modus oder kurz CT-Modus bezeichnet wird.

Der Großteil der bisherigen Veröffentlichungen verwendet eine vereinfachte mathematische Beschreibung des betrachteten Systems. Insbesondere wird meist der verteilt-parametrische Charakter des sehr langen Seils vernachlässigt und das Verhalten des Seils mit Hilfe einfacher Feder-Dämpfer Ersatzmodelle approximiert oder wie in [16] idealisiert mit Hilfe der Wellenlaufzeit im Seil modelliert. Ein Schwerpunkt dieses Beitrags liegt daher in einer systematischen Modellierung

des Systems in Kapitel 2 unter Berücksichtigung des verteilt-parametrischen Charakters des Seils sowie der nichtlinearen dynamischen Eigenschaften der hydraulischen Komponenten des aktiven Wellenkompensationssystems. Basierend auf diesem Modell wird in Kapitel 3 eine Regelungsstrategie für den AHC- und den CT-Modus entwickelt. Die Regelgüte und die Eigenschaften der vorgeschlagenen Regelungsstrategie werden in Kapitel 4 anhand von Simulationsstudien validiert. Schließlich werden im Kapitel 5 die wesentlichen Ergebnisse zusammengefasst.

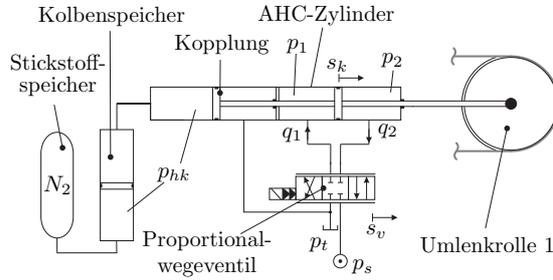
## 2 Modellierung

Der Aufbau und das Funktionsprinzip des betrachteten aktiven Wellenkompensationssystems sind in Bild 1 schematisch dargestellt. Das Seil wird von der Winde über die mit einem Hydraulikzylinder verschiebbare Umlenkrolle 1 zum Kran geführt. Die Umlaufgeschwindigkeit der Winde wird manuell vom Benutzer vorgegeben und steht damit nicht für eine Regelung zur Verfügung. Durch Verschieben der Umlenkrolle 1 können jedoch Bewegungen der Plattform zufolge des Seegangs kompensiert werden. Bewegt sich z.B. die Plattform nach oben, dann kann durch gezieltes Einfahren des Zylinders die Lastposition konstant gehalten werden. An den Hydraulikzylinder ist ein so genanntes hydropneumatisches Kompensationssystem gekoppelt, das die stationäre Gewichtskraft der Last sowie des Seils kompensiert. Dies erlaubt eine kleinere Dimensionierung und einen energetisch effizienteren Betrieb des AHC-Systems.

### 2.1 Hydraulik

Das gesamte aktive Wellenkompensationssystem setzt sich aus dem mit einem 4/3 Proportionalweventil angesteuerten AHC-Zylinder und dem damit fest verbundenen hydropneumatischen Lastkompensationssystem

zusammen. In Bild 2 ist der Aufbau des Wellenkompensationssystems schematisch dargestellt.



**Bild 2:** Schematische Darstellung des aktiven Wellenkompensationssystems.

Der AHC-Zylinder ist in Form eines Gleichgangzylinders mit der effektiven Kolbenfläche  $A_k$  ausgeführt. Nimmt man einen konstanten Kompressionsmodul  $\beta$  des Öls an und vernachlässigt man die Leckagen des Zylinders, dann folgen die Drücke  $p_1$  und  $p_2$  in den beiden Kammern des AHC-Zylinders zu [22]

$$\frac{d}{dt}p_1 = \frac{\beta}{V_0 + A_k s_k} (-A_k w_k + q_1) \quad (1a)$$

$$\frac{d}{dt}p_2 = \frac{\beta}{V_0 - A_k s_k} (A_k w_k - q_2). \quad (1b)$$

Darin bezeichnet  $s_k$  die Kolbenposition,  $w_k = \dot{s}_k$  ist die zugehörige Geschwindigkeit des Kolbens und  $V_0$  ist das Volumen der Kammern für  $s_k = 0$ . Die Volumenströme  $q_1$  und  $q_2$  werden mit Hilfe eines 4/3 Proportionalwegeventils eingestellt. In der betrachteten Anwendung wird ein null-überdecktes Ventil mit linearen Öffnungskennlinien verwendet. Unter dieser Annahme folgen die Volumenströme zu [21]

$$q_1 = \Gamma_1 s_v \quad (2a)$$

$$q_2 = \Gamma_2 s_v, \quad (2b)$$

mit

$$\Gamma_1 = \begin{cases} k_v \sqrt{p_s - p_1} & s_v \geq 0 \\ k_v \sqrt{p_1 - p_t} & s_v < 0 \end{cases} \quad (3a)$$

$$\Gamma_2 = \begin{cases} k_v \sqrt{p_2 - p_t} & s_v \geq 0 \\ k_v \sqrt{p_s - p_2} & s_v < 0, \end{cases} \quad (3b)$$

wobei  $s_v$  die Ventilkolbenposition und  $k_v$  den Ventilkoeffizienten beschreibt. Weiterhin bezeichnet  $p_s$  den Versorgungs- und  $p_t$  den Tankdruck. Das betrachtete Ventil besitzt eine interne Positionsregelung, deren Dynamik näherungsweise durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung und einer Beschränkung der Öffnungsrate

in der Form [11]

$$\frac{d}{dt}s_v = \begin{cases} r_v & \text{für } \frac{1}{T_v} (-s_v + s_v^*) > r_v \\ -r_v & \text{für } \frac{1}{T_v} (-s_v + s_v^*) < -r_v \\ \frac{1}{T_v} (-s_v + s_v^*) & \text{sonst} \end{cases} \quad (4)$$

modelliert werden kann. Dabei bezeichnet  $r_v$  die maximale Änderungsrate der Ventilkolbenposition,  $T_v$  die effektive Zeitkonstante und  $s_v^*$  den Sollwert der Ventilkolbenposition.

Das hydropneumatische Lastkompensationssystem besteht aus einem Kolbenspeicher, der eine mit Stickstoff gefüllte und eine mit Öl gefüllte Kammer besitzt, die mittels eines Schwimmkolbens voneinander getrennt sind. Des Weiteren ist die Ölkammer des Kolbenspeichers über eine Leitung mit einer an den Kolben des AHC-Zylinders gekoppelten Kammer verbunden, wobei die Druckverluste über die Leitung vernachlässigbar klein sind. Wie schon erwähnt, besteht die Aufgabe des hydropneumatischen Lastkompensationssystems darin, die stationäre Gewichtskraft des Seils sowie der Last zu kompensieren. Da sich die zu kompensierende Gewichtskraft aufgrund der unterschiedlichen Seillängen während des Absenkvorgangs ändert, muss im praktischen Betrieb diese Kompensationskraft und damit der Gasdruck  $p_{hk}$  nachgeführt werden. Der Schwerpunkt dieses Beitrags liegt jedoch auf der Kompensation des Seegangs, bei der sich die Seillänge nur sehr wenig verändert, weswegen die Regelung der Kompensationskraft nicht genauer betrachtet wird. Für die weiteren Betrachtungen wird daher angenommen, dass keine Anpassung der Gasmenge im Kolbenspeicher erfolgt und der Vorfülldruck des Stickstoffspeichers geeignet vorgegeben wurde.

Nimmt man eine adiabatische Zustandsänderung für das Gas im Kolbenspeicher an, so gilt [21]

$$p_{hk} V_g^\kappa = p_{hk,0} V_{g,0}^\kappa = \zeta_0 = \text{konst.} \quad (5)$$

mit dem Isentropenkoeffizienten  $\kappa$ , dem Gasvolumen  $V_g$  und dem zugehörigen Druck  $p_{hk}$  im mit Stickstoff gefüllten Teil der Kammer sowie der Vorspannbedingung  $\zeta_0 = p_{hk,0} V_{g,0}^\kappa$ . Erfahrungsgemäß ist die Masse des Trennkolbens des Kolbenspeichers sowie dessen Reibung klein, weswegen auch im mit Öl gefüllten Teil des Kolbenspeichers der Druck  $p_{hk}$  herrscht. Vernachlässigt man weiterhin die Kompressibilität des Öls in diesem Teil des AHC-Systems, so folgt unmittelbar

$$V_g = V_{g,0} + A_{hk} s_k, \quad (6)$$

wobei  $A_{hk}$  die effektive Kolbenfläche der Kopplung zwischen dem Kolbenspeicher und dem Hydraulikzylinder bezeichnet. Der Druck  $p_{hk}$  im hydropneumatischen Kompensationssystem ergibt sich damit in der Form

$$p_{hk} = p_{hk,0} \frac{V_{g,0}^\kappa}{(V_{g,0} + A_{hk} s_k)^\kappa}. \quad (7)$$

Die auf den Kolben des AHC-Zylinders wirkenden Druckkräfte setzen sich schließlich wie folgt zusammen

$$F_{k,p} = A_k (p_1 - p_2) + A_{hk} p_{hk}, \quad (8)$$

wobei der erste Teil vom AHC-Zylinder resultiert und der zweite Teil von der Kopplung mit dem hydropneumatischen Kompensationssystem herrührt.

## 2.2 Kinematik

Nachdem im letzten Abschnitt die Hydraulik des Wellenkompensationssystems beschrieben wurde, erfolgt in diesem Abschnitt eine Modellierung der Kinematik des Gesamtsystems. Dazu wird die Führung des Seils, wie in Bild 3 dargestellt, vereinfacht betrachtet. Das Seil der Gesamtlänge  $l_s$  wird in drei Abschnitte unterteilt:

1. Der Abschnitt ③ des Seils wird durch das Seil auf der Winde und das Seil zwischen der Winde und der Umlenkrolle 1 gebildet. Bezeichnet man mit  $s_s$  die Seilkoordinate, dann wird dieser Teil des Seils durch  $s_s \in [0, l_1(t))$  beschrieben, wobei  $l_1(t)$  aufgrund der Drehung der Winde und der Bewegung des AHC-Zylinders zeitveränderlich ist. Da die Reibung des aufgewickelten Seils auf der Winde keine Dehnung zulässt und die freie Länge des Seils zwischen der Winde und der Umlenkrolle 1 klein ist, kann dieser Abschnitt des Seils als starr angenommen werden.
2. Zur Beschreibung des Abschnitts ④ des Seils zwischen den Umlenkrollen 1 und 2 (Seilkoordinate  $s_s \in [l_1(t), l_2(t))$ ) wird wiederum die Dehnung des Seils vernachlässigt.
3. Der dritte Abschnitt ⑤ wird durch das Seil von der Umlenkrolle 2 zur Last gebildet. Dieser Abschnitt wird durch die Seilkoordinate  $s_s \in [l_2(t), l_s]$  beschrieben, wobei  $l_s$  die Gesamtlänge des Seils bezeichnet. Im Gegensatz zu den ersten beiden Abschnitten spielt hier die Dehnung des Seils aufgrund der im Allgemeinen sehr großen Länge eine bedeutende Rolle. Die Elastizität des Seils wird in diesem Bereich durch den Ersatzelastizitätsmodul  $E_s$  beschrieben.

Die Beschreibung der Lage der Plattform, der Last und des Seils erfolgt in einem mit dem Meeresgrund fest verbundenen Koordinatensystem, wobei  $z$  den positiven vertikalen Abstand vom Meeresgrund bezeichnet. Die vertikale Lage der Plattform  $z_p(t)$  ergibt sich aus der Summe der mittleren Meerestiefe  $\bar{z}_p$  und der vertikalen Bewegung der Plattform  $\Delta z_p(t)$  zufolge des Seegangs. In den weiteren Betrachtungen wird angenommen, dass die Größe  $z_p(t) = \bar{z}_p + \Delta z_p(t)$  den vertikalen Abstand der Umlenkrolle 2 beschreibt und dass diese Größe messtechnisch erfasst wird. Weiterhin werden die konstanten vertikalen Verschiebungen der Winde und des AHC-Systems gegenüber der Umlenkrolle 2 vernachlässigt. Für einen allgemeinen materiellen Punkt des Seils gilt folgender Zusammenhang zwischen der Seilkoordinate  $s_s$  und dem horizontalen bzw. vertikalen Abstand über

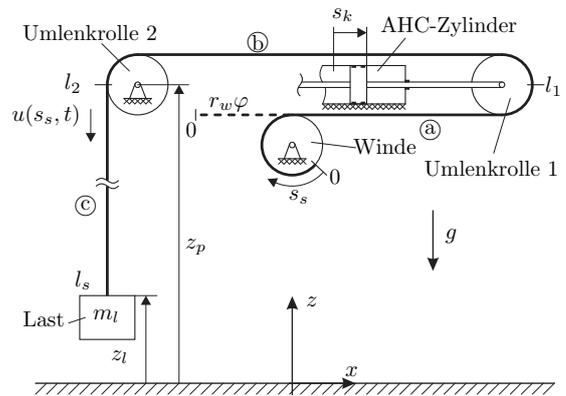


Bild 3: Schematische Darstellung der Seilführung.

dem Meeresboden

$$x_s(s_s, t) = \begin{cases} s_s - r_w \varphi, & s_s \in [0, l_1) \\ l_1 - s_s + l_{1,0} + s_k, & s_s \in [l_1, l_2) \\ 2l_{1,0} - l_{2,0}, & s_s \in [l_2, l_s] \end{cases} \quad (9a)$$

$$z_s(s_s, t) = \begin{cases} z_p, & s_s \in [0, l_1) \\ z_p, & s_s \in [l_1, l_2) \\ z_p - (s_s - l_2) - u(s_s, t), & s_s \in [l_2, l_s], \end{cases} \quad (9b)$$

mit den Abkürzungen

$$l_1 = r_w \varphi + l_{1,0} + s_k \quad (10a)$$

$$l_2 = r_w \varphi + l_{2,0} + 2s_k. \quad (10b)$$

Darin bezeichnet  $r_w$  den Radius der Winde,  $\varphi$  den Winkel der Winde,  $l_{1,0}$  bzw.  $l_{2,0}$  sind die Seillängen der Abschnitte ③ bzw. ④ + ⑤ für die Kolbenmittelstellung  $s_k = 0$  sowie für  $\varphi = 0$  und  $u(s_s, t)$  ist die Längung des elastischen Seils. Die Ausdehnung der beiden Umlenkrollen wurde dabei vernachlässigt. Der vertikale Abstand der Last zum Meeresboden  $z_l$  folgt damit zu

$$z_l = z_s(l_s, t) = z_p - (l_s - l_2) - u(l_s, t). \quad (11)$$

Zur Bestimmung der Bewegungsgleichungen wird im Folgenden das erweiterte Hamiltonsche Prinzip verwendet, siehe [25]. Dazu sind neben der kinetischen Energie  $\mathcal{T}$  und der potenziellen Energie  $\mathcal{V}$  die geometrischen Randbedingungen des Systems notwendig. Da das Seil vom Anfang ( $s_s = 0$ ) bis zur Umlenkrolle 2 ( $s_s = l_2$ ) als starr angenommen wurde, ergibt sich die Randbedingung für die Seillängung  $u$  am oberen Rand des Seils  $s_s = l_2$  zu

$$u(l_2, t) = 0. \quad (12)$$

Am unteren Ende des Seils ( $s_s = l_s$ ), d.h. an der Last, müssen zwei Fälle unterschieden werden:

1. Die Last liegt am Meeresboden auf ( $z_l = 0$ ) und die Gesamtkraft auf die Last ist negativ. Dann verbleibt

die Last am Meeresboden und für das untere Ende des Seils kann die geometrische Randbedingung aus

$$z_l = z_p - (l_s - l_2) - u(l_s, t) = 0 \quad (13)$$

in der Form

$$u(l_s, t) = z_p - (l_s - l_2) \quad (14)$$

mit  $l_2$  aus (10b) formuliert werden.

- Hängt die Last frei über dem Meeresboden  $z_l > 0$  oder liegt die Last am Meeresboden  $z_l = 0$  und die Gesamtkraft auf die Last ist positiv, dann kann keine geometrische Randbedingung für das untere Ende des Seils bestimmt werden. In diesem Fall wird die untere Randbedingung durch eine dynamische Randbedingung beschrieben, welche sich zusammen mit den Bewegungsgleichungen aus dem erweiterten Hamiltonschen Prinzip errechnet.

### 2.3 Energien des Systems

Die kinetische Energie  $\mathcal{T}$  des Systems setzt sich aus den Anteilen der Last  $\mathcal{T}_l$ , des Seils  $\mathcal{T}_s$  und des AHC-Zylinders  $\mathcal{T}_k$  zusammen. Betrachtet man ein infinitesimal kleines Seilstück der Länge  $ds_s$  und der Masse  $dm = \rho_s A_s ds_s$ , mit der Dichte  $\rho_s$  und der Querschnittsfläche  $A_s$  des Seils, so ergibt sich die kinetische Energie dieses Seilstücks zu

$$d\mathcal{T}_s = \frac{1}{2} \rho_s A_s (\dot{x}_s^2 + \dot{z}_s^2) ds_s. \quad (15)$$

Setzt man die Koordinaten  $x_s$  und  $z_s$  des Seilstücks im Inertialsystem gemäß (9) ein und integriert über die Länge des Seils in den jeweiligen Abschnitten ③–⑤, so erhält man für den Abschnitt ③

$$\mathcal{T}_{s,a} = \frac{1}{2} \rho_s A_s (r_w^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}_p^2) l_1 \quad (16)$$

und für den Abschnitt ④ ergibt sich

$$\mathcal{T}_{s,b} = \frac{1}{2} \rho_s A_s \left( (r_w \dot{\varphi} + 2\dot{s}_k)^2 + \dot{z}_p^2 \right) (l_2 - l_1). \quad (17)$$

Aufgrund der Elastizität des Seils im Abschnitt ⑤ kann dieses Integral nicht mehr direkt ausgewertet werden. Man erhält daher aus (9) und (10) folgende Formulierung für die kinetische Energie im Abschnitt ⑤

$$\mathcal{T}_{s,c} = \frac{1}{2} A_s \rho_s \int_{l_2}^{l_s} (\dot{z}_p + r_w \dot{\varphi} + 2\dot{s}_k - \dot{u}(s_s, t))^2 ds_s. \quad (18)$$

Bezeichnet  $m_k$  die Masse des Kolbens des AHC-Zylinders inklusive aller damit fest verbundenen Teile, so ergibt sich dessen kinetische Energie  $\mathcal{T}_k$  zu

$$\mathcal{T}_k = \frac{1}{2} m_k (\dot{s}_k^2 + \dot{z}_p^2). \quad (19)$$

Die Berechnung der kinetischen Energie  $\mathcal{T}_l$  der Last gestaltet sich etwas schwieriger, da ein in einer Flüssigkeit

beschleunigter Körper immer auch einen Teil der ihn umgebenden Flüssigkeit mit beschleunigt. Nach [17] kann dieser Effekt durch eine Erhöhung der Masse  $m_{l,0}$  der Last näherungsweise berücksichtigt werden. Diese zusätzliche Masse  $\Delta m_l$  ist allein von der Körperform und der Dichte  $\rho_w$  der Flüssigkeit (Meerwasser) abhängig. Approximiert man die Last in erster Näherung durch eine Kugel mit dem Durchmesser  $D_l$ , so entspricht diese zusätzliche Masse gerade der halben Masse der verdrängten Flüssigkeit, d.h.

$$\Delta m_l = \frac{1}{12} \pi D_l^3 \rho_w. \quad (20)$$

Die kinetische Energie  $\mathcal{T}_l$  der Last kann damit in der Form

$$\mathcal{T}_l = \frac{1}{2} m_l (\dot{z}_p + r_w \dot{\varphi} + 2\dot{s}_k - \dot{u}(l_s, t))^2 \quad (21)$$

mit der effektiven Masse  $m_l = m_{l,0} + \Delta m_l$  der Last angegeben werden. Die gesamte kinetische Energie  $\mathcal{T}$  des Systems errechnet sich zu

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_{s,a} + \mathcal{T}_{s,b} + \mathcal{T}_{s,c} + \mathcal{T}_k + \mathcal{T}_l. \quad (22)$$

Die potentielle Energie des Systems setzt sich ebenfalls aus den drei Anteilen des Seils, der Last und des AHC-Zylinders zusammen. Die Last und der AHC-Zylinder besitzen dabei nur eine potentielle Energie zufolge der Lage, die durch

$$\mathcal{V}_l = m_l g (z_p - (l_s - l_2) - u(l_s, t)) \quad (23a)$$

$$\mathcal{V}_k = m_k g z_p \quad (23b)$$

mit der Erdbeschleunigung  $g$  gegeben sind.

Die potentielle Energie des Seils  $\mathcal{V}_s$  setzt sich aus einem Anteil  $\mathcal{V}_{s,l}$  zufolge der Lage des Seils und einem Anteil  $\mathcal{V}_{s,a}$  zufolge der Dehnung des Seils zusammen. Der Anteil zufolge der Dehnung tritt nur im Abschnitt ⑤ des Seils auf, da das Seil in den Abschnitten ③ und ④ als starr angenommen wurde. In den Abschnitten ③ und ④ errechnet sich damit die potentielle Energie des Seils zu

$$\mathcal{V}_{s,a} = \rho_s A_s l_1 g z_p \quad (24a)$$

$$\mathcal{V}_{s,b} = \rho_s A_s (l_2 - l_1) g z_p. \quad (24b)$$

Auf analoge Art und Weise errechnet sich die potentielle Energie zufolge der Lage im Abschnitt ⑤

$$\mathcal{V}_{s,l,c} = \rho_s A_s g \int_{l_2}^{l_s} (z_p - (s - l_2) - u(s_s, t)) ds_s. \quad (25)$$

Um die potentielle Energie zufolge der Dehnung des Seils im Abschnitt ⑤ berechnen zu können, ist ein Materialmodell notwendig. Dazu wird das Seil in weiterer Folge als linear-elastischer eindimensionaler Zugstab betrachtet. Für dieses einfache Materialmodell gilt das Hookesche Gesetz in der Form [6]

$$\sigma_s(\varepsilon_s) = E_s \varepsilon_s, \quad (26)$$

wobei  $\sigma_s$  die Seilspannung,  $\varepsilon_s$  die relative Dehnung und  $E_s$  den Elastizitätsmodul beschreibt. Bezeichnet man wie zuvor definiert mit  $u(s_s, t)$  die Längung des Seils, so ergibt sich im eindimensionalen Fall für linear-elastische Materialien zusammen mit der Definition der relativen Dehnung

$$\varepsilon_s = \frac{\partial}{\partial s} u(s_s, t) = u'(s_s, t) \quad (27)$$

die einfache Form der Dehnungsenergiedichte [6]

$$\mathcal{U} = \int_0^{\varepsilon_s} \sigma_s(\bar{\varepsilon}) d\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} E_s (u'(s_s, t))^2. \quad (28)$$

Nimmt man weiterhin an, dass  $\mathcal{U}$  über den Querschnitt  $A_s$  des Seils konstant ist, gilt mit (28)

$$\mathcal{V}_{s,d,c} = \frac{1}{2} \int_{l_2}^{l_s} E_s A_s (u'(s_s, t))^2 ds_s. \quad (29)$$

Die gesamte potentielle Energie errechnet sich somit zu

$$\mathcal{V} = \mathcal{V}_{s,a} + \mathcal{V}_{s,b} + \mathcal{V}_{s,l,c} + \mathcal{V}_{s,d,c} + \mathcal{V}_k + \mathcal{V}_l. \quad (30)$$

## 2.4 Externe und nicht konservative Kräfte

Externe und nicht konservative Kräfte wie z.B. Reibungskräfte können bekanntermaßen nicht direkt im Hamiltonschen Prinzip inkludiert werden. Es ist jedoch eine Erweiterung des Hamiltonschen Prinzips in der Form [25]

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (\mathcal{T} - \mathcal{V}) dt = -\delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{W} dt \quad (31)$$

möglich, wobei mit  $\mathcal{W}$  die äquivalente Arbeit der äußeren und der nicht konservativen Kräfte berücksichtigt wird. Zur Bestimmung der Variation  $\delta \mathcal{W}$  wird im Folgenden das Prinzip der virtuellen Arbeit angewandt.

Das Seil in den Abschnitten ④ und ⑤ wird, wie bereits beschrieben, als nicht dehnbar modelliert, weshalb in diesen Abschnitten auch keine innere Seilreibung auftreten kann. Die äußere Reibung des Seils wird in diesen Abschnitten ebenfalls vernachlässigt, weshalb keine externen oder nicht konservativen Kräfte einwirken. Im Gegensatz dazu werden im Abschnitt ③ die dissipativen Effekte im Seil sehr wohl berücksichtigt. Eine exakte Beschreibung der dissipativen Effekte im Seil ist schwierig, weswegen im Rahmen dieses Beitrags ein phänomenologischer Ansatz verwendet wird. Dazu wird eine innere Seilreibung mit der Kraftdichte pro Längeneinheit  $f_{s,ri}$

$$f_{s,ri} = -d_i A_s \dot{u}'(s_s, t) \quad (32)$$

angenommen, wobei  $d_i > 0$  den konstanten spezifischen Reibkoeffizienten und  $A_s$  die Querschnittsfläche des Seils beschreibt. Die innere Seilreibung berücksichtigt die Dissipation von Energie zufolge einer Dehnung des Seils und resultiert im Wesentlichen aus der Reibung

zwischen den einzelnen Fasern des Seils. Die virtuelle Arbeit dieser Kraftdichte kann in der Form

$$\delta W_{s,ri} = \int_{l_2}^{l_s} -d_i A_s \dot{u}'(s_s, t) \delta u'(s_s, t) ds_s \quad (33)$$

ermittelt werden, womit nach partieller Integration und unter Berücksichtigung von  $\delta u(l_2, t) = 0$  folgender Ausdruck gefunden werden kann

$$\begin{aligned} \delta W_{s,ri} &= -d_i A_s \dot{u}'(l_s, t) \delta u(l_s, t) \\ &+ \int_{l_2}^{l_s} d_i A_s \dot{u}''(s_s, t) \delta u(s_s, t) ds_s. \end{aligned} \quad (34)$$

Die äußere Reibung des Seils resultiert aus der Bewegung des Seils im Wasser und ist daher von der Absolutgeschwindigkeit des Seils abhängig. Die zugehörige Kraftdichte  $f_{s,ra}$  errechnet sich zu

$$f_{s,ra} = -d_a (\dot{z}_p + r_w \dot{\varphi} + 2\dot{s}_k - \dot{u}(s_s, t)) \quad (35)$$

mit dem konstanten Reibkoeffizienten  $d_a > 0$ . Da für das betrachtete Modell die Größen  $z_p$  und  $\varphi$  von außen eingepreßt sind, lautet die zugehörige virtuelle Arbeit

$$\delta W_{s,ra} = \int_{l_2}^{l_s} f_{s,ra} (2\delta s_k - \delta u(s_s, t)) ds_s. \quad (36)$$

Schließlich wirkt auf das Seil im Abschnitt ③ die Auftriebskraftdichte  $f_{s,a}$

$$f_{s,a} = \rho_w A_s g, \quad (37)$$

mit der Massendichte von Wasser  $\rho_w$  und die zugehörige virtuelle Arbeit folgt unmittelbar zu

$$\delta W_{s,a} = \int_{l_2}^{l_s} f_{s,a} (2\delta s_k - \delta u(s_s, t)) ds_s. \quad (38)$$

Auf die Last am Ende des Seils wirkt ebenfalls die Auftriebskraft sowie eine Reibkraft zwischen der Last und dem umgebenden Wasser. Die virtuelle Arbeit der Auftriebskraft  $F_{l,a} = \rho_w V_l g$  (Volumen der Last  $V_l$ ) kann mit Hilfe der Variation der Lastposition  $z_l$

$$\begin{aligned} \delta z_l &= \delta (z_p + r_w \varphi + 2s_k - u(l_s, t)) \\ &= 2\delta s_k - \delta u(l_s, t) \end{aligned} \quad (39)$$

einfach in der Form

$$\delta W_{l,a} = F_{l,a} (2\delta s_k - \delta u(l_s, t)) \quad (40)$$

beschrieben werden.

Aufgrund der Bewegung der Last und der damit verbundenen Umströmung treten an der Last Wandschub- und Wanddruckspannungen auf, vgl. [17]. Die resultierende Reibkraft  $F_{l,r}$  hängt stark von der Körperform der Last ab und kann mit Hilfe des dimensionslosen Widerstandsbeiwerts  $c_w$  berücksichtigt werden. Mit ihm lässt sich die Widerstandskraft für stationäre Anströmungen zu

$$F_{l,r} = -\frac{1}{2} \rho_w c_w A_l v_\infty^2 \quad (41)$$

berechnen. Dabei bezeichnet  $v_\infty$  die stationäre Anströmungsgeschwindigkeit und  $A_l$  die Projektionsfläche des Körpers in Strömungsrichtung. Um in weiterer Folge eine Abschätzung des Widerstandsbeiwerts  $c_w$  zu berechnen, wird wiederum angenommen, dass die Last durch eine Kugel mit dem Durchmesser  $D_l$  approximiert werden kann. Damit kann laut [17] der heuristische Ansatz

$$c_w = \frac{24}{\text{Re}} + \frac{6}{1 + \sqrt{\text{Re}}} + 0.26 \quad (42)$$

verwendet werden, wobei  $\text{Re}$  die Reynoldszahl beschreibt. Diese errechnet sich für eine Kugel zu

$$\text{Re} = \frac{\rho_w D_l v_\infty}{\eta_w} \quad (43)$$

mit der dynamischen Viskosität  $\eta_w$  von Wasser. Wird zusätzlich die Dynamik der Umströmung vernachlässigt, so kann  $v_\infty$  durch die momentane Lastgeschwindigkeit  $\dot{z}_l$  ersetzt werden und die an der Last angreifende Reibkraft lässt sich in der Form

$$F_{l,r} = -\frac{1}{2} \rho_w c_w(\text{Re}) \frac{D_l^2 \pi}{4} \dot{z}_l |\dot{z}_l| \quad (44)$$

mit  $\dot{z}_l = (\dot{z}_p + r_w \dot{\varphi} + 2\dot{s}_k - \dot{u}(l_s, t))$  beschreiben. Die virtuelle Arbeit  $\delta W_{l,r}$  folgt damit zu

$$\delta W_{l,r} = F_{l,r} (2\delta s_k - \delta u(l_s, t)). \quad (45)$$

Auf den Kolben des AHC-Zylinders wirken die Druckkraft  $F_{k,p}$  und eine Reibkraft  $F_{k,r}$ . Die virtuelle Arbeit  $\delta W_{k,p}$  zufolge der Druckkraft folgt unmittelbar zu

$$\delta W_{k,p} = -F_{k,p} \delta s_k. \quad (46)$$

Zur realistischen Beschreibung der Reibung im AHC-Zylinder reicht eine geschwindigkeitsproportionale Reibung im Allgemeinen nicht aus. Es ist bekannt, dass die Dichtungen des Kolbens zu maßgeblichen Coulombschen Reibkräften und Haftreibungseffekten führen. Daher wird ein stationäres Reibmodell der Form [2]

$$F_{k,r} = d_k w_k + F_{k,c} \text{sign}(w_k) + (F_{k,h} - F_{k,c}) \exp\left(-\left(\frac{w_k}{w_0}\right)^2\right) \text{sign}(w_k) \quad (47)$$

mit dem viskosen Dämpfungskoeffizienten  $d_k$ , der Coulombschen Reibkraft  $F_{k,c}$ , der Haftreibungskraft  $F_{k,h}$ , der Geschwindigkeit des Kolbens  $w_k = \dot{s}_k$  sowie der Bezugsgeschwindigkeit  $w_0$  angesetzt. Dieses Modell ist nur für  $w_k \neq 0$  sinnvoll, da es für  $w_k = 0$  zur Haftung des Kolbens kommen kann, was in weiterer Folge zu einer Änderung der mathematischen Struktur der Bewegungsgleichungen führt. Dieser Effekt wird später bei der Darstellung der Bewegungsgleichungen des Systems noch genauer erläutert. Vorerst wird angenommen, dass  $w_k \neq 0$  gilt und damit die virtuelle Arbeit der Reibkraft des Kolben durch

$$\delta W_{k,r} = F_{k,r} \delta s_k \quad (48)$$

gegeben ist.

Die gesamte Variation  $\delta W$  der Arbeit der externen und nicht konservativen Kräfte kann mit obigen Ergebnissen in der Form

$$\delta W = Q_k \delta s_k + Q_l \delta u(l_s, t) + \int_{l_2}^{l_s} q_s(s_s) \delta u(s_s, t) ds_s \quad (49)$$

dargestellt werden, wobei die Einträge  $Q_k$ ,  $Q_l$  und  $q_s$  durch

$$Q_k = F_{k,r} - F_{k,p} + 2(F_{l,a} + F_{l,r}) + 2 \int_{l_2}^{l_s} (f_{s,a} + f_{s,ra}) ds_s \quad (50a)$$

$$Q_l = -F_{l,a} - F_{l,r} - d_i A_s \dot{u}'(l_s, t) \quad (50b)$$

$$q_s = d_i A_s \dot{u}'' - f_{s,ra} - f_{s,a} \quad (50c)$$

gegeben sind.

## 2.5 Bewegungsgleichungen

Die Auswertung des erweiterten Hamiltonschen Prinzips (31) mit der kinetischen und potentiellen Energie aus Abschnitt 2.3 sowie den externen und nicht konservativen Kräften aus Abschnitt 2.4 ergibt die Bewegungsgleichungen des Systems. Für die Position  $s_k$  des Zylinderkolbens erhält man damit

$$(m_k + 4\rho_s A_s (l_2 - l_1)) \ddot{s}_k + r_w \rho_s A_s 2(l_2 - l_1) \ddot{\varphi} + 2E_s A_s u'(l_2, t) + 2d_i A_s \dot{u}(l_2, t) + F_{k,p} - F_{k,r} - T_1 - E_s A_s (u'(l_2, t))^2, \quad (51)$$

wobei der Term  $T_1$  durch

$$T_1 = 2\rho_s A_s (r_w \dot{\varphi} + \dot{s}_k)^2 \quad (52)$$

gegeben ist. Die im Term  $T_1$  zusammengefassten Kräfte auf den Kolben resultieren von der Zentrifugalbeschleunigung des Seils auf der Umlenkrolle 1. In der betrachteten Anwendung ist der Einfluss dieser Kräfte sehr gering, weswegen im Weiteren der Term  $T_1$  vernachlässigt wird, d.h.  $T_1 = 0$ .

Wie bereits im letzten Abschnitt dargestellt, wird für den Kolben ein statisches Reibmodell (47) mit einer Haftreibung  $F_{k,h}$  angesetzt. Die Bewegungsgleichung (51) ist daher nur dann korrekt, wenn die Geschwindigkeit  $w_k$  des Kolbens ungleich 0 ist. Gilt jedoch  $w_k = 0$  und der Betrag der Summe der auf den Kolben wirkenden Kräfte ist kleiner als die Haftreibungskraft, d.h.

$$|-r_w \rho_s A_s 2(l_2 - l_1) \ddot{\varphi} + 2E_s A_s u'(l_2, t) + F_{k,p} + 2d_i A_s \dot{u}(l_2, t) - E_s A_s (u'(l_2, t))^2| < F_{k,h}, \quad (53)$$

dann bleibt der Kolben haften und wird durch

$$\frac{d}{dt} s_k = 0 \quad (54a)$$

$$\frac{d}{dt} w_k = 0 \quad (54b)$$

beschrieben. Falls diese Haftbedingung nicht erfüllt ist, dann ergibt sich aus (51) mit der Vereinfachung  $T_1 = 0$  die Bewegungsgleichung des Kolbens zu

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}s_k &= w_k & (55a) \\ \frac{d}{dt}w_k &= \frac{1}{m_k + 4\rho_s A_s(l_2 - l_1)} (F_{k,p} - F_{k,r} \\ &\quad + 2E_s A_s u'(l_2, t) - r_w \rho_s A_s 2(l_2 - l_1)\ddot{\varphi} \\ &\quad + 2d_i A_s \dot{u}'(l_2, t) - E_s A_s (u'(l_2, t))^2). \end{aligned} \quad (55b)$$

Bei der Beschreibung der Lastposition  $z_l$  müssen, wie bereits im Abschnitt 2.2 dargestellt, zwei Fälle unterschieden werden: (i) Hängt die Last frei über dem Meeresboden  $z_l > 0$  oder die Last liegt am Meeresboden  $z_l = 0$  und die Summe der Kräfte auf die Last ist positiv

$$E_s A_s u'(l_s, t) + d_i A_s \dot{u}'(l_s, t) + F_{l,a} - m_l g > 0, \quad (56)$$

dann ergibt sich die Bewegungsgleichung der Last zu

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}z_l &= w_l & (57a) \\ \frac{d}{dt}w_l &= \frac{1}{m_l} (E_s A_s u'(l_s, t) + d_i A_s \dot{u}'(l_s, t) \\ &\quad + F_{l,a} + F_{l,r} - m_l g), \end{aligned} \quad (57b)$$

wobei die Lastposition in (11) definiert ist und  $w_l = \dot{z}_l$  die zugehörige Geschwindigkeit der Last ist. (ii) Liegt die Last jedoch am Meeresboden  $z_l = 0$  und die Summe der Kräfte ist negativ, dann erhält man

$$\frac{d}{dt}z_l = 0 \quad (58a)$$

$$\frac{d}{dt}w_l = 0. \quad (58b)$$

Der Übergang zwischen freier Last (Fall (i)) und der Last am Meeresboden (Fall (ii)) wird in Form eines plastischen Stoßes modelliert, d.h. wenn die Last mit einer Geschwindigkeit  $w_l < 0$  auf den Meeresboden  $z_l$  aufschlägt, dann wird die komplette kinetische Energie der Last dissipiert und es gilt  $w_l = 0$ .

Im letzten Schritt wird die partielle Differentialgleichung zur Beschreibung des elastischen Seils dargestellt. Mit Hilfe der Variationsrechnung erhält man

$$\begin{aligned} \rho_s A_s (\ddot{z}_p + r_w \ddot{\varphi} + 2\ddot{s}_k - \ddot{u}(s_s, t)) + E_s A_s u''(s_s, t) = \\ - d_a (\dot{z}_p + r_w \dot{\varphi} + 2\dot{s}_k - \dot{u}(s_s, t)) - d_i A_s \dot{u}''(s_s, t) \\ - (\rho_s - \rho_w) A_s g \end{aligned} \quad (59)$$

mit den zugehörigen Randbedingungen

$$u(l_2, t) = 0 \quad (60a)$$

$$u(l_s, t) = z_p + r_w \varphi + 2s_k - z_l. \quad (60b)$$

### 3 Reglerentwurf

Das im letzten Kapitel entwickelte mathematische Modell des AHC-Systems bildet die Grundlage für den folgenden Entwurf der Regelungsstrategien für den AHC- und den CT-Modus des aktiven Wellenkompensationssystems. Im betrachteten System stehen folgende Messgrößen für die Regelung zur Verfügung: (i) die Position des AHC-Zylinderkolbens  $s_k$ , (ii) die Drücke  $p_1$  und  $p_2$  in den Kammern des AHC-Zylinders sowie  $p_{hk}$  im hydropneumatischen Kompensationssystem, (iii) die Lagerkraft in vertikaler Richtung ( $z$ -Richtung) der Umlenkrolle 2 sowie (iv) die Position  $z_p$ , die Geschwindigkeit  $\dot{z}_p$  und die Beschleunigung  $\ddot{z}_p$  der bewegten Plattform. Im Allgemeinen wird diese Bewegung der Plattform mit Hilfe einer IMU (Inertial Measurement Unit) erfasst werden. Aufgrund des Messprinzips resultiert bei dieser Messung eine nicht zu vernachlässigende Zeitverzögerung der Messsignale, was in Kombination mit der zu entwickelnden Regelungsstrategie zu einer wesentlichen Verringerung der Regelgüte bis zu einer Destabilisierung des Systems führen kann. In [14, 15] wurde eine signalbasierte Methode zur Prädiktion der Bewegung der Plattform vorgestellt, mit der diese Zeitverzögerung weitgehend eliminiert werden kann. Damit stellt die im Folgenden getroffene Annahme einer (exakten) Kenntnis der Bewegung der Plattform keine Einschränkung für die praktische Implementierung dar.

In der betrachteten Anwendung kann die Position der Last  $z_l$  nicht messtechnisch erfasst werden, weshalb eine direkte Regelung der Lastposition nicht möglich ist. In diesem Beitrag wird daher eine Regelungsstrategie für den AHC-Modus auf Basis einer Trajektorienfolgeregelung der AHC-Zylinderposition  $s_k$  vorgeschlagen, welche die Bewegung der Last von der Bewegung der Plattform entkoppelt. Dadurch werden jegliche Anregungen der Last zufolge des Seegangs unterdrückt und etwaige anfängliche Bewegungen der Last klingen aufgrund der Reibungseffekte schnell ab. Basierend auf dieser Regelungsstrategie für den AHC-Modus erfolgt im zweiten Schritt eine Erweiterung für den CT-Modus, bei dem die Seilspannung  $\sigma_s$  und damit die Seilkraft  $F_s$  auf einen konstanten Wert geregelt wird.

#### 3.1 Entwurfsmodell

Bevor der Reglerentwurf für den AHC- und den CT-Modus dargestellt wird, erfolgt eine Analyse des dynamischen Verhaltens des Systems. Ausgangspunkt der Betrachtungen sind die Bewegungsgleichungen des Kolbens (55), die Differentialgleichungen der Drücke des AHC-Zylinders (1) und das Modell des Ventils (2), (3). Für den weiteren Reglerentwurf wird angenommen, dass die Dynamik des Ventils hinreichend schnell ist und damit direkt die Ventilposition  $s_v$  vorgegeben werden kann. Weiterhin ist es für die Rechnung sinnvoll, die ursprünglichen Zustände  $[s_k, w_k, p_1, p_2]^T$  dieses Teilsystems auf die neuen Zustände  $[s_k, w_k, F_p, p_\Sigma]^T$  mit der

Druckkraft  $F_p$  des AHC-Zylinders und der Summe  $p_\Sigma$  der Kammerdrücke

$$F_p = A_k (p_1 - p_2) \quad (61a)$$

$$p_\Sigma = p_1 + p_2 \quad (61b)$$

zu überführen. Schließlich wird angenommen, dass die Beschleunigung der Winde  $\ddot{\varphi}$  gering ist und somit die entsprechenden Terme in der Bewegungsgleichung des AHC-Zylinders vernachlässigt werden können. Dann erhält man die Gleichungen des Systems im neuen Zustand in der Form

$$\frac{d}{dt} s_k = w_k \quad (62a)$$

$$\frac{d}{dt} w_k = \frac{1}{m_{k,e}} (-2F_s(l_2, t) - F_{k,r} + F_p + A_{hk}p_{hk}) \quad (62b)$$

$$\frac{d}{dt} F_p = -\chi_f(s_k)w_k + \psi_f(s_k, p_1, p_2)s_v \quad (62c)$$

$$\frac{d}{dt} p_\Sigma = -\chi_\Sigma(s_k)w_k + \psi_\Sigma(s_k, p_1, p_2)s_v \quad (62d)$$

mit den Abkürzungen

$$\chi_f = \frac{\beta A_k^2}{V_0 + A_k s_k} + \frac{\beta A_k^2}{V_0 - A_k s_k} \quad (63a)$$

$$\chi_\Sigma = \frac{\beta A_k}{V_0 + A_k s_k} - \frac{\beta A_k}{V_0 - A_k s_k} \quad (63b)$$

$$\psi_f = \frac{\beta \Gamma_1 A_k}{V_0 + A_k s_k} + \frac{\beta \Gamma_2 A_k}{V_0 - A_k s_k} \quad (63c)$$

$$\psi_\Sigma = \frac{\beta \Gamma_1}{V_0 + A_k s_k} - \frac{\beta \Gamma_2}{V_0 - A_k s_k}, \quad (63d)$$

sowie

$$m_{k,e} = m_k + 4\rho_s A_s (l_{2,0} - l_{1,0} + s_k). \quad (64)$$

Darin bezeichnet  $F_s(l_2, t)$  die Seilkraft bei  $s_s = l_2$  (Umlenkrolle 2)

$$F_s(l_2, t) = E_s A_s u'(l_2, t) + d_i A_s \dot{u}'(l_2, t) \quad (65)$$

und  $A_{hk}p_{hk}$  ist die Kraft zufolge des hydropneumatischen Kompensationssystems. Weiterhin wurde der in praktisch relevanten Betriebssituationen kleine Term  $E_s A_s (u'(l_2, t))^2$ , welcher aus dem Übergang vom elastischen zum starren Seil bei  $s_s = l_2$  resultiert, vernachlässigt. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass in diesen Gleichungen die Drücke  $p_1$  und  $p_2$  natürlich als Funktion von  $F_p$  und  $p_\Sigma$  verstanden werden.

Aus der praktischen Anwendung weiß man, dass das gesamte AHC-System aus Teilsystemen besteht, die unterschiedliche Dynamiken aufweisen. Insbesondere ist bekannt, dass die Dynamik des AHC-Zylinders aufgrund des sehr hohen Kompressionsmoduls des Öls  $\beta$  sehr viel schneller als die Dynamik der Bewegung der Plattform zufolge des Seegangs ist. Um diese Eigenschaften genauer zu analysieren, wird eine Linearisierung des für den Reglerentwurf relevanten Teilsystems  $[s_k, w_k, F_p]^T$  für

$s_v = 0$  und unter der Annahme  $2F_s(l_2, t) = A_{hk}p_{hk}$  sowie unter Vernachlässigung der Reibung  $F_{k,r}$  des Zylinders durchgeführt. Die Eigenwerte des linearisierten Teilsystems errechnen sich zu

$$\lambda_1 = 0, \lambda_{2,3} = \pm I \omega_0 = \pm I \sqrt{\frac{2A_k^2 \beta V_0}{(V_0^2 - A_k^2 s_k^2) m_{k,e}}}, \quad (66)$$

wobei sich  $\omega_0$  für das betrachtete System für  $s_k = 0$  zu  $\omega_0 = 96.3 \text{ s}^{-1}$  ergibt. Man erkennt, dass die Eigenfrequenz  $\omega_0$  für  $\beta \rightarrow \infty$  bzw. für  $m_{k,e} \rightarrow 0$  gegen Unendlich strebt. Daher ist im Sinne der singulären Störtheorie, siehe [13], eine Vereinfachung des Systems (62a)–(62d) möglich. Wählt man als singulären Störparameter

$$\varepsilon = \frac{1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{(V_0^2 - A_k^2 s_k^2) m_{k,e}}{2A_k^2 \beta V_0}} \quad (67)$$

und führt man die transformierte Kraft

$$\tilde{F}_p = \varepsilon (-2F_s(l_2, t) - F_{k,r} + F_p + A_{hk}p_{hk}) \quad (68)$$

ein, so ergibt sich nach kurzer Umformung

$$\dot{s}_k = w_k \quad (69a)$$

$$\varepsilon \dot{w}_k = \frac{1}{m_{k,e}} \tilde{F}_p \quad (69b)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{\tilde{F}}_p = & m_{k,e} \frac{\Gamma_1 (V_0 - A_k s_k) + \Gamma_2 (V_0 + A_k s_k)}{2A_k V_0} s_v \\ & + \varepsilon^2 \frac{d}{dt} (-2F_s(l_2, t) - F_{k,r} + A_{hk}p_{hk}) \\ & - m_{k,e} w_k. \end{aligned} \quad (69c)$$

Man erkennt, dass das System (69) in der Standardform für singular gestörte Systeme vorliegt, vgl. [13]. Betrachtet man den Grenzübergang  $\varepsilon \rightarrow 0$ , so erhält man die quasi-stationäre Lösung für  $w_k$  und  $F_p$  aus (69b) und (69c) zu

$$F_p = 2F_s(l_2, t) + F_{k,r} - A_{hk}p_{hk} \quad (70a)$$

$$w_k = \frac{\Gamma_1 (V_0 - A_k s_k) + \Gamma_2 (V_0 + A_k s_k)}{2A_k V_0} s_v. \quad (70b)$$

Das vereinfachte quasi-stationäre Modell ergibt sich schließlich in der Form

$$\frac{d}{dt} s_k = \frac{\Gamma_1 (V_0 - A_k s_k) + \Gamma_2 (V_0 + A_k s_k)}{2A_k V_0} s_v. \quad (71)$$

Dieses vereinfachte Modell stellt im Weiteren die Grundlage für den Entwurf des AHC- und des CT-Reglers dar.

### 3.2 Regelungsstrategie für den AHC-Modus

Die Regelungsaufgabe im AHC-Modus besteht im Wesentlichen darin, die Anregungen der Last zufolge des Seegangs so gut wie möglich zu unterdrücken. Dies kann sehr einfach dadurch geschehen, dass die Kolbenposition  $s_k$  des AHC-Zylinders so geregelt wird, dass sie einer Sollposition  $s_k^*(t) = -\Delta z_p/2$  mit dem gemessenen Seegang  $\Delta z_p$  der Plattform möglichst exakt folgt, wodurch

die Lastbewegung vom Seegang der Plattform entkoppelt wird, vgl. dazu (11). Die in diesem Beitrag vorgeschlagene Regelungsstrategie setzt sich im Wesentlichen aus 2 Teilen zusammen: (i) Im ersten Schritt wird mit Hilfe einer sogenannten Servokompensation der Form

$$s_v = \frac{2A_k V_0}{\Gamma_1(V_0 - A_k s_k) + \Gamma_2(V_0 + A_k s_k)} v \quad (72)$$

die nichtlineare Charakteristik des Servoventils kompensiert, wobei  $v$  einen neuen virtuellen Stelleingang darstellt. Man sieht unmittelbar, dass damit

$$\frac{d}{dt} s_k = v \quad (73)$$

gilt. (ii) Um eine Trajektorienfolgeregelung mit einer Stabilisierung des Trajektorienfolgefehlers  $e_k = s_k - s_k^*$  zu realisieren, wählt man einen PI-Regler mit Vorsteuerung der Form

$$v = -\lambda_{k,P} e_k - \lambda_{k,I} \int_0^t e_k d\tau + w_k^*, \quad (74)$$

wobei  $w_k^* = \dot{s}_k^* = -\Delta \dot{z}_p / 2$  die Sollgeschwindigkeit des Kolbens darstellt. Durch geeignete Wahl der Reglerparameter  $\lambda_{k,P}, \lambda_{k,I} > 0$  kann die Dynamik des zugehörigen Fehlersystems

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{k,I} \\ \dot{e}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_{k,I} & -\lambda_{k,P} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{k,I} \\ e_k \end{bmatrix} \quad (75)$$

direkt vorgegeben werden. Für die nachfolgenden Simulationsstudien wurden die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Fehlersystems zu  $\{-0.1, -0.5\}$  gewählt.

### 3.3 Regelungsstrategie für den CT-Modus

Wenn die Last nach dem Ablassen den Meeresboden erreicht hat, dann wechselt das aktive Wellenkompensationssystem vom AHC- in den CT-Modus. Die Regelungsaufgabe in diesem Modus besteht darin, das Seil zwischen dem Kran und der Last auf einer gewissen Spannung zu halten. Da die Seilspannung  $\sigma_s$  direkt proportional zur Seilkraft  $F_s$  ist,  $F_s(s_s, t) = \sigma_s(s_s, t) A_s$ , ist diese Regelungsaufgabe äquivalent zu einer Regelung der Seilkraft. Zur Berechnung der Seilkraft nimmt man nun an, dass der AHC-Regler, welcher auch im CT-Modus aktiv ist, die Anregung der Last und des Seils zufolge des Seegangs exakt kompensiert und somit die Seilspannung bzw. die Seilkraft aus der stationären Differentialgleichung des Seils (vgl. (59)) bestimmt werden kann. Es gilt damit

$$E_s A_s u''(s_s, t) = -\varrho_e A_s g, \quad (76)$$

wobei  $\varrho_e = \varrho_s - \varrho_w$  die effektive Massendichte des sich im Wasser befindenden Seils beschreibt. Führt man eine zweifache Integration von (76) durch und berücksichtigt man, dass für den stationären Fall für eine am Boden liegende Last  $z_l = 0$  die Bedingungen

$$u(l_2, t) = 0 \quad (77a)$$

$$u(l_s, t) = z_p - (l_s - l_2) \quad (77b)$$

gelten, dann erhält man

$$F_s(s_s, t) = E_s A_s \frac{z_p - (l_s - l_2)}{l_s - l_2} + \frac{\varrho_e A_s g}{2} (l_s + l_2 - 2s_s). \quad (78)$$

Wie erwartet, ist die Seilkraft  $F_s$  an der Last ( $s_s = l_s$ ) minimal, weshalb zur Verhinderung eines Durchhängens des Seils eine positive Mindestkraft an dieser Stelle notwendig ist. Die Aufgabe des CT-Modus ist es also, die Kraft  $F_s(l_s, t)$  auf einen gewünschten Mindestwert  $F_s^*$  zu regeln und konstant zu halten. Schreibt man die Seilkraft für  $s_s = l_s$  nochmals an, so erhält man

$$F_s(l_s, t) = E_s A_s \frac{z_p - (l_s - l_2)}{l_s - l_2} - \frac{\varrho_e A_s g}{2} (l_s - l_2) \quad (79)$$

und man erkennt, dass die Seilkraft von der Länge  $l_2$ , welche mit der Winde und dem AHC-Zylinder beeinflusst werden kann, abhängt. Zur weiteren Betrachtung werden noch zwei Annahmen getroffen:

1. Der Ausdruck  $l_s - l_2$  beschreibt die Länge des Seils im Abschnitt ©, also im Bereich zwischen der Plattform und der Last. Für die betrachteten Anwendungen ist diese Seillänge relativ groß (500 – 1500 m). Der Ausdruck  $z_p - (l_s - l_2)$  beschreibt für  $z_l = 0$  hingegen die Längung des Seils  $u(l_s, t)$ , welche für die betrachtete Anwendung im Bereich von wenigen Metern liegt<sup>1</sup>.
2. Um die Seilkraft  $F_s(l_s, t)$  vom maximalen Wert bei frei hängender Last auf den minimalen Wert 0 zu verringern, ist offensichtlich nur eine Änderung von  $l_2$  in der Größenordnung der maximalen Längung  $u(l_s, t)$  des Seils notwendig. Die Änderung ist daher wesentlich geringer als die Seillänge  $l_s - l_2$ .

Auf Basis dieser beiden Überlegungen kann im Fall einer sich am Boden befindlichen Last die folgende Approximation für die Seilkraft verwendet werden

$$F_s(l_s, t) = E_s A_s \frac{z_p - (l_s - l_2)}{l_s - \bar{l}_2} - \frac{\varrho_e A_s g}{2} (l_s - \bar{l}_2), \quad (80)$$

wobei  $\bar{l}_2 = l_s - \bar{z}_p$  mit der mittleren Meerestiefe  $\bar{z}_p$  gesetzt wird.

Im letzten Abschnitt wurde ein AHC-Regler derart entworfen, dass die Kolbenposition  $s_k$  des AHC-Zylinders einem Sollwert  $s_k^* = -\Delta z_p / 2$  so gut wie möglich folgt. Nimmt man nun an, dass dieser unterlagerte Regelkreis ideal ist und erweitert man die Sollgröße  $s_k^*$  um einen Stelleingriff  $\Delta s_k$  für den CT-Regler in der Form  $s_k^* = -\Delta z_p / 2 + \Delta s_k$ , so erhält man

$$F_s(l_s, t) = E_s A_s \frac{r_w \varphi + l_{2,0} - \bar{l}_2 + 2\Delta s_k}{l_s - \bar{l}_2} - \frac{\varrho_e A_s g}{2} (l_s - \bar{l}_2). \quad (81)$$

<sup>1</sup> Für eine Lastmasse von 50 t und eine Seillänge  $l_s - l_2$  von 1500 m ergibt sich eine stationäre Seillängung von  $u(l_s, t) \approx 2$  m.

Soll die Seilkraft auf einen Sollwert  $F_s^*(l_s, t)$  geregelt werden, dann muss die zusätzliche Verschiebung  $\Delta s_k^*$  des Ventilkolbens zu

$$\Delta s_k^* = \frac{l_s - \bar{l}_2}{2E_s A_s} \left( F_s^*(l_s, t) + \frac{\rho_e A_s g}{2} (l_s - \bar{l}_2) \right) + \frac{1}{2} (\bar{l}_2 - r_w \varphi - l_{2,0}) \quad (82)$$

gewählt werden. Um eine gewisse Robustheit gegenüber Parameter- und Modellfehlern zu erhalten bzw. um die Fehler durch die obigen Annahmen zu kompensieren, wird dieser Vorsteuerungsanteil  $\Delta s_k^*$  um einen Regleranteil  $\Delta s_k^c$  in der Form  $\Delta s_k = \Delta s_k^* + \Delta s_k^c$  erweitert. Berechnet man den Fehler  $e_F$  in der Seilkraft, so erhält man

$$e_F = F_s(l_s, t) - F_s^*(l_s, t) = \frac{2E_s A_s}{l_s - \bar{l}_2} \Delta s_k^c. \quad (83)$$

Mit Hilfe einer Rückkopplung des Integrals dieses Fehlers

$$\Delta s_k^c = -\lambda_F \int_0^t e_F d\tau \quad (84)$$

mit einem geeigneten positiven Reglerparameter  $\lambda_F$  können stationäre Fehler in der Seilkraft kompensiert werden.

Das Problem in dieser Formulierung ist, dass die Seilkraft  $F_s(l_s, t)$  nicht gemessen werden kann. Als Messung steht jedoch die vertikale Lagerkraft der Umlenkrolle 2 zur Verfügung, welche der Seilkraft an der Stelle  $l_2$  entspricht. Unter den obigen Annahmen bezüglich der stationären Seilkraft kann mittels des folgenden Zusammenhangs

$$F_s(l_s, t) = F_s(l_2, t) - \bar{m}_s g \quad (85)$$

mit  $\bar{m}_s = \rho_e A_s (l_s - \bar{l}_2)$  von der Messung  $F_s(l_2, t)$  auf den Wert der Seilkraft bei  $l_s$  geschlossen werden.

Zusammenfassend erhält man für den CT-Regler das Stellgesetz  $\Delta s_k = \Delta s_k^* + \Delta s_k^c$  mit  $\Delta s_k^*$  aus (82) und

$$\frac{d}{dt} \Delta s_k^c = -\lambda_F (F_s(l_s, t) - F_s^*(l_s, t)). \quad (86)$$

Der gesamte Sollwert für den unterlagerten AHC-Regler bestimmt sich zu

$$s_k^* = -\frac{\Delta z_p}{2} + \Delta s_k. \quad (87)$$

Im letzten Schritt des Reglerentwurfs ist noch zu klären, wie der Übergang vom AHC- auf den CT-Modus realisiert wird. Dazu betrachtet man die Phasen eines typischen Absetzmaniövers für eine Last auf den Meeresboden:

- ① In der ersten Phase schwebt die Last über dem Meeresboden und wird mit Hilfe der Winde bei aktivierter AHC-Regelung in Richtung des Meeresbodens abgelenkt.
- ② Das Aufsetzen der Last auf dem Meeresboden wird anhand der gemessenen Seilkraft  $F_s(l_2, t)$  detektiert, welche in diesem Fall sehr schnell absinkt.

- ③ Ist das Aufsetzen detektiert, so wird die Winde gestoppt. Anschließend soll die gewünschte Seilkraft mit Hilfe des CT-Reglers eingestellt werden. Dazu wird vom aktuellen Wert der Seilkraft  $F_s^0(l_s, t)$  eine hinreichend stetig differenzierbare Solltrajektorie in der Seilkraft  $F_s^*(l_s, t)$  geplant. Im Rahmen dieses Beitrags wird dazu folgendes System verwendet

$$\frac{d}{dt} x_1 = x_2 \quad (88)$$

$$\frac{d}{dt} x_2 = -\omega^2 x_1 - 2\xi\omega x_2 + \omega^2 \bar{F}_s^*(l_s, t), \quad (89)$$

wobei  $\omega, \xi > 0$  die Dynamik der Solltrajektorie bestimmen und  $\bar{F}_s^*(l_s, t)$  den gewünschten stationären Endwert der Seilkraft beschreibt. Als Startbedingung zum Zeitpunkt  $t_0$ , bei dem die Winde vollständig gestoppt ist, wird  $x_1(t_0) = F_s^0(l_s, t)$  sowie  $x_2(t_0) = 0$  gesetzt. Wählt man nun  $F_s^*(l_s, t) = x_1$ , so erhält man eine zweifach stetig differenzierbare Solltrajektorie der Seilkraft für den CT-Regler.

- ④ Soll die Last wieder angehoben werden, so wird der CT-Regler deaktiviert und der Zusatzsollwert  $\Delta s_k$  stetig auf 0 geführt.

## 4 Simulationsergebnisse

Zur Validierung der Regelungstrategie werden zwei Simulationsstudien durchgeführt. Neben den bereits vorgestellten Modellen des Wellenkompensationssystems sowie des Seil-Last-Systems, das mit Hilfe der Finite-Differenzen-Methode mit 200 Stützstellen implementiert wurde, wird für die Vertikalbewegung der Plattform angenommen, dass sie ideal dem Seegang folgt. Bedenkt man, dass Plattformen und Schiffe im Allgemeinen ein Tiefpassverhalten zeigen [24], entspricht diese Annahme einer Worst-Case-Abschätzung. Der Seegang selbst wird mit Hilfe eines JONSWAP-Spektrums mit 30 Partialwellen für eine Windgeschwindigkeit von 22 m/s modelliert, was der Windstärke 9 auf der Beaufortskala und damit einer stürmischen See entspricht [18]. Die zugehörige signifikante Wellenhöhe  $H_s = 4.41$  m sowie die Peakwellenperiode von 9 s wurden am 01.01.2007 von der Messstation FINO1 des deutschen Bundesamtes für Seeschifffahrt und Hydrographie in der Nordsee aufgenommen, vgl. [3]. Falls nicht gesondert angegeben, sind alle weiteren den Simulationen zu Grunde liegenden Parameter Tabelle 1 zu entnehmen.

Die Simulationsergebnisse der ersten Studie sind in Bild 4 dargestellt. Dabei wird das System aus der Ruhelage bei einer Seillänge von  $l = 1297$  m gestartet und die Plattform einer Seegangsbewegung  $\Delta z_p$  unterworfen. Der AHC-Modus zur Unterdrückung des Seegangs wird allerdings erst nach 40 s aktiviert. Man erkennt, dass in den ersten 40 s die Änderung der Lastposition  $\Delta z_l$  aufgrund der Elastizität des Seils höher als die Anregung  $z_p$  der Plattform ist und damit das Seil sowie der Kran starken dynamischen Belastungen ausgesetzt

sind. Die Kraft auf die obere Umlenkrolle  $F_s(l_2, t)$  erreicht bis zu 200 % der Gewichtskraft von Last und Seil. Sobald der AHC-Modus aktiviert ist, wird die Lastbewegung von der Seegangsbewegung der Plattform entkoppelt und klingt durch die auftretende Dämpfung wie erwartet sehr rasch ab.

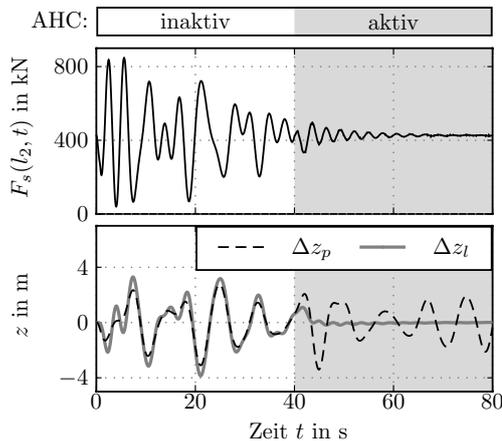


Bild 4: Test der AHC-Regelung.

Beschreibung	Symbol	Wert	Einheit
abgelassene Seillänge	$l_s - l_2$	1297	m
Elastizitätsmodul	$E_s$	96	GPa
Querschnittsfläche des Seils	$A_s$	4537	mm <sup>2</sup>
Masse pro Längeneinheit des Seils	$\rho_s$	28.2	kg m <sup>-1</sup>
innere Seildämpfung	$d_i$	25	s <sup>-1</sup>
dyn. Viskosität des Wassers	$\eta_w$	1.002	mPa s
Dichte des Wassers	$\rho_w$	1000	kg m <sup>-3</sup>
Erdbeschleunigung	$g$	9.81	m s <sup>-2</sup>
Dichte der Last	$\rho_l$	7850	kg m <sup>-3</sup>
Masse der Last	$m_l$	50	t
Ventilkoeffizient	$k_v$	232	l/min bar <sup>-2</sup>
maximale Öffnungsrate	$r_v$	0.025	m s <sup>-1</sup>
Kolbenfläche	$A_k$	176.71	cm <sup>2</sup>
Kolbenmasse inkl. aller Anbauteile	$m_k$	3	t
Coulombsche Reibung des Kolbens	$F_{k,c}$	3.09	kN
Haftreibung des Kolbens	$F_{k,h}$	6.19	kN
viskoser Reibkoeffizient des Kolbens	$d_k$	123.7	kN m <sup>-1</sup> s
Bezugsgeschwindigkeit des Kolbens	$w_0$	0.1	m s <sup>-1</sup>
Versorgungsdruck	$p_s$	350	bar
Tankdruck	$p_t$	1	bar
Kompressibilität des Hydrauliköls	$\beta$	1.7	GPa
Isentropenexponent	$\kappa$	1.4	
Kolbenfläche der Kopplung	$A_{hk}$	314	cm <sup>2</sup>
Gasvolumen des Kolbenspeichers	$V_{g,0}$	3.8	m <sup>3</sup>
Parameter Spannungsregler	$\lambda_F$	$3 \cdot 10^{-6}$	

Tabelle 1: Parameter des Systems und der Regelung.

Die zweite Studie, deren Ergebnisse in Bild 5 dargestellt sind, soll den letzten Abschnitt eines typischen Absetzmannövers simulieren, wie es schon im vorherigen Abschnitt beschrieben wurde. Dazu wird die Last in den ersten 20s auf konstanter Position gehalten und dann

auf dem Meeresboden abgesetzt. Durch den äußerst geringen Trajektorienfolgefehler  $e_k$  von nur wenigen Millimetern wird die Lastposition vom Seegang der Plattform entkoppelt und kann somit allein über die Position der Winde und damit vom Benutzer vorgegeben werden. Der Bodenkontakt wird in Phase ② durch ein Absinken der Kraft  $F_s(l_s, t)$  unter 90% der Gewichtskraft der Last detektiert. Wie man in den Simulationen erkennt, kann durch die Messung von  $F_s(l_2, t)$  sehr einfach auf  $F_s(l_s, t)$  zurückgeschlossen werden. Anschließend wird in Phase ③ die Winde angehalten, der CT-Regler aktiv geschaltet und die gewünschte Sollkraft (hier 50% der Gewichtskraft der Last) über eine zusätzliche Verschiebung  $\Delta s_k$  vorgegeben. Auch in Phase ③ kann durch die Messung von  $F_s(l_2, t)$  einfach auf  $F_s(l_s, t)$  geschlossen werden. Des Weiteren erkennt man, dass auch der CT-Regler eine sehr gute Regelgüte aufweist. Nach 100 s wird die Last wieder vom Boden angehoben. Dazu wird der CT-Regler deaktiviert,  $\Delta s_k$  zu Null geführt und anschließend die Winde wieder freigegeben. An der Ventilöffnung sowie an den Kammerdrücken sieht man, dass im AHC-Modus noch ausreichend Stellreserven zur Verfügung stehen, um auch größere Wellen kompensieren zu können. Allerdings wird durch die hier sehr einfache Realisierung des CT-Modus die Stellgrößenreserve enorm reduziert, da die Überkompensation des Lastkompensationssystems vom Hydraulikzylinder aufgenommen werden muss. Außerdem ist noch darauf hinzuweisen, dass der maximale Hub des Zylinders die maximal kompensierbare Wellenhöhe auf 10 m begrenzt und damit ein Einsatz des Systems nur bei einem Wellengang < 10 m vorgesehen ist.

## 5 Zusammenfassung

Dieser Beitrag beschäftigt sich mit der Modellierung und Regelung eines aktiven Wellenkompensationssystems für Offshorekräne. Im ersten Abschnitt wurden systematisch die mathematischen Modelle aller Komponenten mithilfe des erweiterten Hamiltonschen Prinzips bestimmt. Dabei wurde insbesondere der verteilt-parametrische Charakter des Seils berücksichtigt. Anschließend wurde eine Regelungsstrategie vorgestellt und untersucht, die auf einem mithilfe der singulären Störtheorie reduzierten Modell des Wellenkompensationssystems basiert. Es wurde eine Trajektorienfolgeregelung zur Unterdrückung der Seegangsbewegung (AHC-Regler) sowie eine Seilspannungsregelungsstrategie (CT-Regler) entwickelt. Mittels Simulationsstudien konnte einerseits die Notwendigkeit eines Wellenkompensationssystems dargestellt und andererseits die Anwendbarkeit und hohe Güte der entwickelten Regelungsstrategien für den AHC- und CT-Modus gezeigt werden. Da das Seil in den Simulationen verteilt-parametrisch betrachtet wurde, konnte gezeigt werden, dass durch die gewählte Regelungsstrategie keine höheren Moden

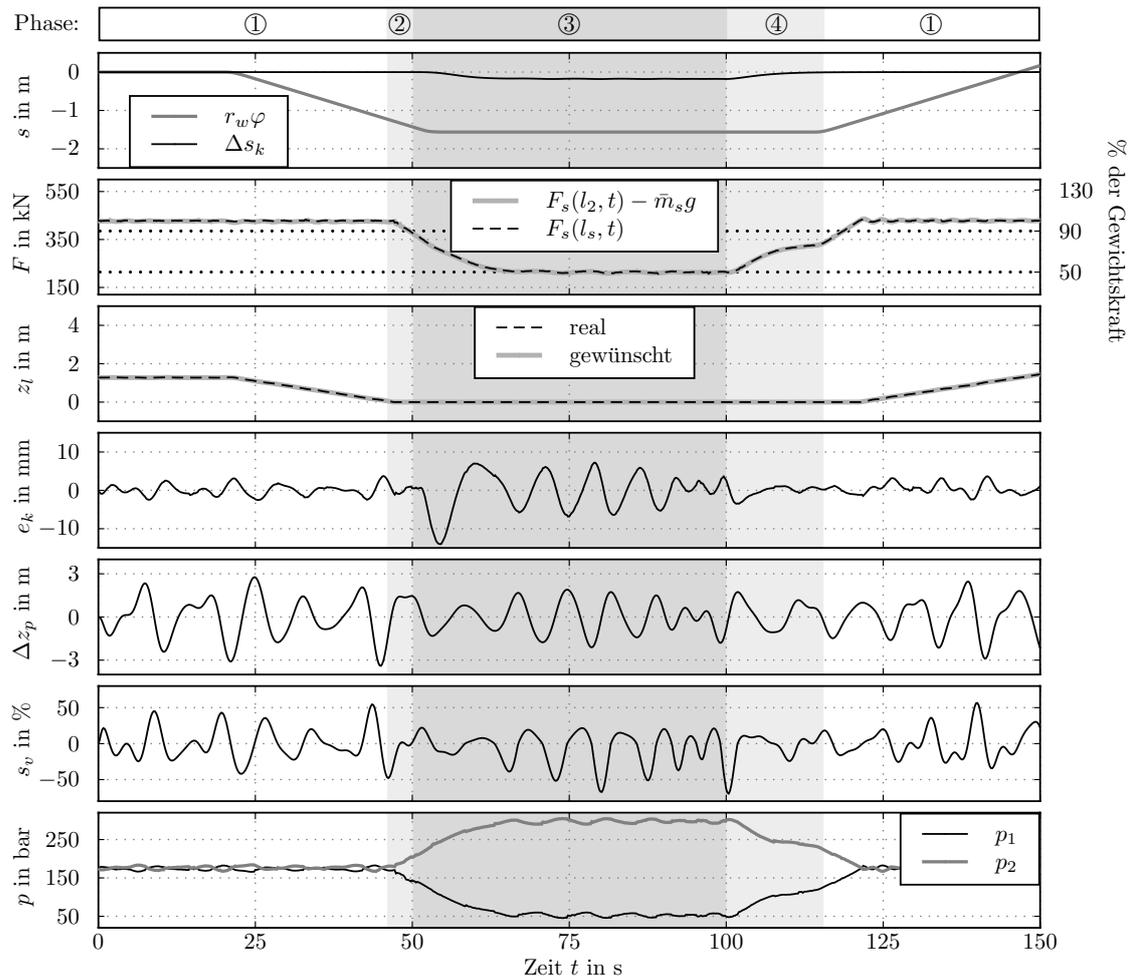


Bild 5: Ergebnisse der Simulation des Ablassens einer Last auf den Meeresgrund.

des Seil-Last-Systems angeregt werden und dass die entwickelten Regelungsstrategien robust gegenüber den Laufzeiteffekten im Seil sind.

In der jetzigen Regelungsstrategie wird zur Regelung lediglich der Hydraulikzylinder verwendet. Zur Erfüllung der Aufgaben und zum Ausschöpfen des vollen Potentials des Wellenkompensationssystems ist eine Regelung aller Aktoren, d.h. der Winde, des hydropneumatischen Lastkompensationssystems und des Hydraulikzylinders sinnvoll. Die Entwicklung einer derartigen Mehrgrößenregelungsstrategie wird zurzeit untersucht.

#### Danksagung

Der Beitrag entstand im Rahmen einer Kooperation mit der HYDAC International GmbH.

#### Literatur

[1] J.E. Adamson: Efficient Heave Motion Compensation for Cable-Suspended Systems, Proceedings of Underwater In-

tervention, New Orleans, Louisiana, USA, 2003.

- [2] B. Armstrong-Hélouvy, P. Dupont und C. Canudas De Wit: A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction. Automatica, Jahrgang 30, Seiten 1083–1138, 1994.
- [3] Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie: Forschungsplattformen in Nord- und Ostsee (FINO). FINO-Datenbank, Messstation FINO1, 01.01.2007.
- [4] F.R. Discroll, M. Nahon und R.G. Lueck: A Comparison of Ship-Mounted and Cage-Mounted Passive Heave Compensation Systems. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Jahrgang 122, Seiten 214–221, 2000.
- [5] K.D. Do und J. Pan: Nonlinear Control of an Active Heave Compensation System. Ocean Engineering, Jahrgang 35, Seiten 558–557, 2008.
- [6] R. Greve: Kontinuumsmechanik. Springer, Berlin, 2003.
- [7] J.T. Hatleskog und M.W. Dunnigan: Active Heave Crown Compensation Sub-System. Proceedings OCEANS 2007 Europe, Aberdeen, Scotland, Seiten 1–6, 2007.
- [8] J.T. Hatleskog und M.W. Dunnigan: Passive Compensator Load Variation for Deep-Water Drilling. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Jahrgang 32, Seiten 593–602, 2007.

- [9] A. Huster, H. Bergstrom, J. Gosior und D. White: Design and Operational Performance of a Standalone Passive Heave Compensation System for a Work Class ROV. Proceedings of the MTS/IEEE OCEAN 2009, Biloxi, MS, USA, 2009.
- [10] T.A. Johansen, T.I. Fossen, S.I. Sagatun und F.G. Nielsen: Wave Synchronizing Crane Control During Water Entry in Offshore Moonpool Operations - Experimental Results. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Jahrgang 28, Nr. 4, Seiten 720–728, 2003.
- [11] W. Kemmetmüller: Mathematical Modeling and Nonlinear Control of Electrohydraulic and Electrorheological Systems. Shaker, Aachen, 2008.
- [12] U.A. Korde: Active Heave Compensation on Drill-Ships in Irregular Waves. Ocean Engineering, Jahrgang 25, Seiten 541–561, 1998.
- [13] P. Kokotovic, H.K. Khalil und J. O'Reilly: Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design. SIAM, USA, 2000.
- [14] S. Küchler und O. Sawodny: Active Control for an Offshore Crane using Prediction of the Vessel's Motion. IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, Jahrgang 16, Seiten 297–309, 2011.
- [15] S. Küchler und O. Sawodny: Beobachtergestützte Prognose der Vertikalbewegung eines Schiffes. at - Automatisierungstechnik, Jahrgang 59, Seiten 502–511, 2011
- [16] S. Küchler, T. Mahl, J. Neupert, K. Schneider und O. Sawodny: Nonlinear Control of an Active Heave Compensation System with Time-Delay. Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications, Yokohama, Japan, Seiten 1313–1318, 2010.
- [17] W. Kümmel: Technische Strömungslehre. Teubner, Wiesbaden, 2007.
- [18] H. Mahlberg: Meteorologie und Klimatologie. Springer, Berlin/Heidelberg, 2007.
- [19] S. Messineo und A. Serrani: Offshore Crane Control based on Adaptive External Models. Automatica, Jahrgang 45, Seiten 2546–2556, 2009.
- [20] S. Messineo, F. Celani und O. Egeland: Crane feedback control in offshore moonpool operations. Control Engineering Practice, Jahrgang 16, Seiten 356–364, 2008.
- [21] D. McCloy und H. Martin: Control of Fluid Power: Analysis and Design. John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [22] H.E. Merritt: Hydraulic Control Systems. John Wiley & Sons, New York, 1967.
- [23] J. Neupert, T. Mahl, B. Haessig, O. Sawodny und K. Schneider: A Heave Compensation Approach for Offshore Cranes. Proceedings of the American Control Conference, Seiten 538–543, Seattle, USA, 2008
- [24] J.N. Newman: Marine Hydrodynamics. The MIT Press, USA, 1977.
- [25] J.N. Reddy: Energy Principles and Variational Methods in Applied Mechanics. John Wiley & Sons, New Jersey, 2002.
- [26] B. Skaare und O. Egeland: Parallel Force/Position Crane Control in Marine Operations. IEEE Journal of Oceanic Engineering, Jahrgang 31, Nr. 3, Seiten 599–613, 2006.

Manuskripteingang: 19. August 2011.



**Dipl.-Ing. Alexander Michel** ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) an der Technischen Universität Wien. Hauptarbeitsgebiete: modellbasierter Steuerungs- und Regelungsentwurf für thermohydraulische Systeme.

Adresse: TU Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, A-1040 Wien, E-Mail: michel@acin.tuwien.ac.at



**Dr.-Ing. Wolfgang Kemmetmüller** ist Post-Doktorand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) der Technischen Universität Wien. Hauptarbeitsgebiete: modellbasierter Steuerungs- und Regelungsentwurf für lineare und nichtlineare Systeme mit Anwendungen in der Hydraulik, der Mechatronik und in der Fahrzeugtechnik sowie Anwendungen mit intelligenten Fluiden (elektorrheologische Fluide).

Adresse: TU Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, A-1040 Wien, E-Mail: kemmetmueller@acin.tuwien.ac.at



**Univ.-Prof. Dr. techn. Andreas Kugi** ist Institutsvorstand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (ACIN) an der Technischen Universität Wien. Hauptarbeitsgebiete: Modellierung, Simulation und Regelung nichtlinearer sowie unendlich-dimensionaler mechatronischer Systeme mit Anwendungen in der hydraulischen Aktorik, der Walzwerksautomatisierung, in der Automobilindustrie sowie für mikromechanische Systeme.

Adresse: TU Wien, Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, A-1040 Wien, E-Mail: kugi@acin.tuwien.ac.at