Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierungstechnik
am 10.10.2008

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	9	9	11	11	40
erreichte Punkte					

Bearbeitungshinweise:

- Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt eintragen.
- Bitte die Aufgaben auf separaten Blättern rechnen, nicht auf dem Angabebatt!
- Für jede Aufgabe eine neue Seite beginnen.
- Auf jedem Blatt den Namen, sowie die Matrikelnummer angeben.
- Begründen Sie Ihre Antworten ausführlich!

Viel Erfolg!

1. Gegeben ist das System eines Magnetlagers wie in Abbildung 1 dargestellt.

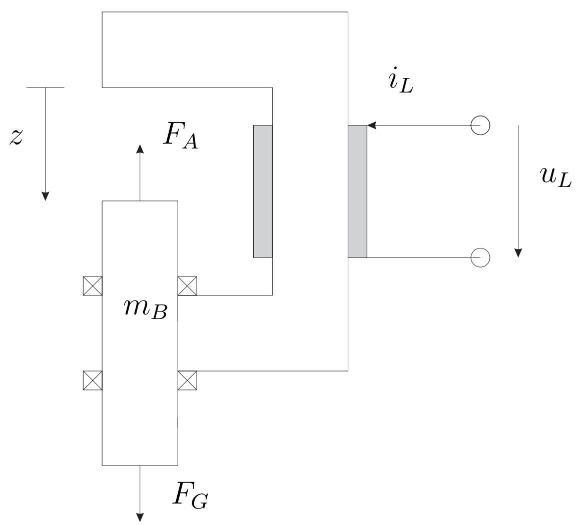


Abbildung 1: Skizze eines Magnetlagers

Die Kräfte, die auf den Bolzen (Masse m_B) wirken, sind einerseits die Schwerkraft

$$F_G = m_B g$$

und andererseits die Kraft

$$F_A = \frac{1}{2}\mu_0 A \frac{N i_L^2}{z}.$$

Hier bezeichnet $i_L(t)$ den Strom durch die Spule des Elektromagneten und $z(t)$ die Luftspaltlänge (μ_0... magnetische Permeabilität von Luft, N...Windungszahl, A...Querschnitt des Luftspaltes). Berücksichtigen Sie für den elektrischen Teil das Ersatzschaltbild aus Abbildung 2.

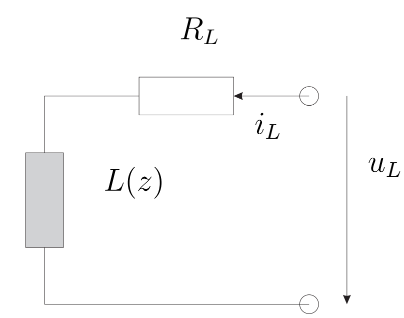


Abbildung 2: Ersatzschaltbild

Die Induktivität wird dabei in erster Näherung durch

$$L(z) = N^2 \frac{\mu_0 A}{z}$$

bestimmt.

a) Erstellen Sie ein mathematisches Modell mit der Spannung u_L als Eingang in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u_L)$$

Wählen Sie dazu geeignete Zustandsgrößen $\mathbf{x}$. Beachten Sie, dass der verkettete Fluss der Spule folgende Form hat

$$\Psi(z, i_L) = L(z) i_L.$$

im Zustandsvektor aufzunehmen.

b) Berechnen Sie allgemein die Ruhelagen des Systems. Welche stationäre Spannung u_L benötigen Sie, um den Bolzen an der Position $z_0 = 1$ zu halten? Nehmen Sie für die Parameter folgende Werte an:

$$N = \mu_0 = A = R_L = g = m = 1$$

c) Linearisieren Sie das Zustandsmodell um eine allgemeine sowie um die in b) berechnete Ruhelage(n) für $z_0 = 1$ und geben Sie es in der Form

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u$$

an.

2. a) Gegeben ist ein System der Form

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}u_k, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = \hat{\mathbf{x}}_0 \\ y_k &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}_k. \end{aligned}$$

Geben Sie die Gleichungen eines trivialen und eines vollständigen Beobachters an. Wann ist es möglich, alle Zustände $\mathbf{x}_k$ des Systems mit Hilfe eines trivialen Beobachters zu schätzen. Welche Eigenschaften muss das System aufweisen um die Eigenwerte eines vollständigen Beobachters beliebig zu platzieren?

b) Gegeben ist das System

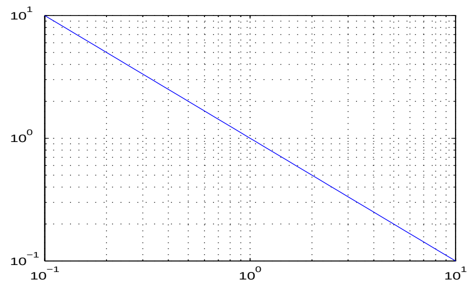
$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k. \end{aligned}$$

Berechnen Sie einen vollständigen Beobachter, der den Beobachtungsfehler in minimaler Zeit zu $\mathbf{0}$ macht. Geben Sie weiterhin die Fehlerdynamik dieses Beobachters an.

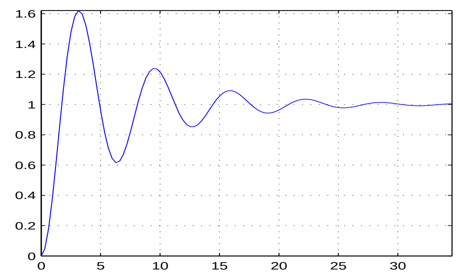
c) Was besagt das Dualitätsprinzip? Veranschaulichen Sie anhand einer Systemdarstellung im Zustandsraum.

d) Erweitern Sie das System aus Aufgabenteil b) möglichst einfach um ein nicht beobachtbares Teilsystem.

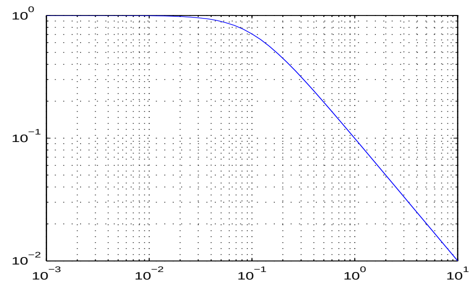
3. a) Ordnen Sie den vier Amplitudengängen die passenden Einheitssprungantworten zu. Begründen Sie jeweils kurz!



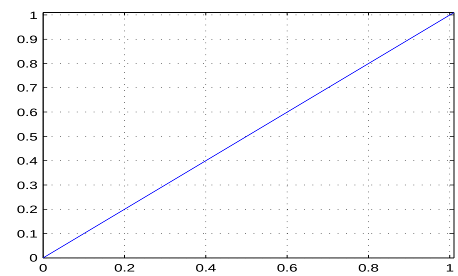
(a)



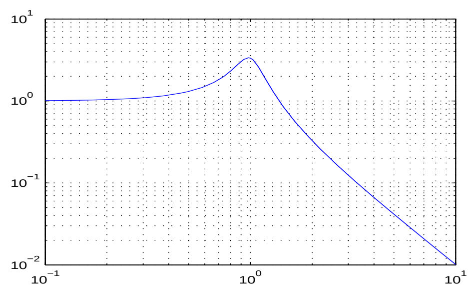
(1)



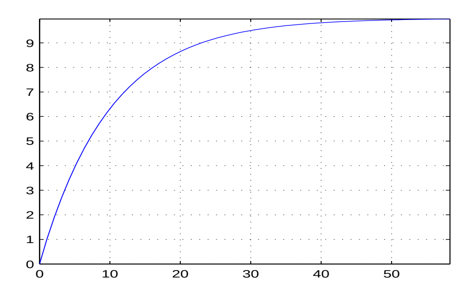
(b)



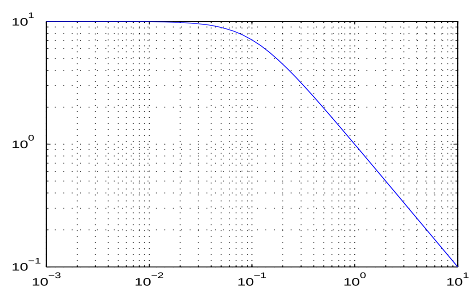
(2)



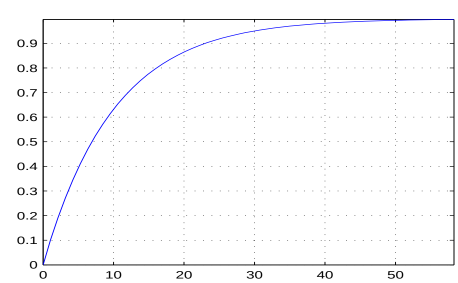
(c)



(3)



(d)



(4)

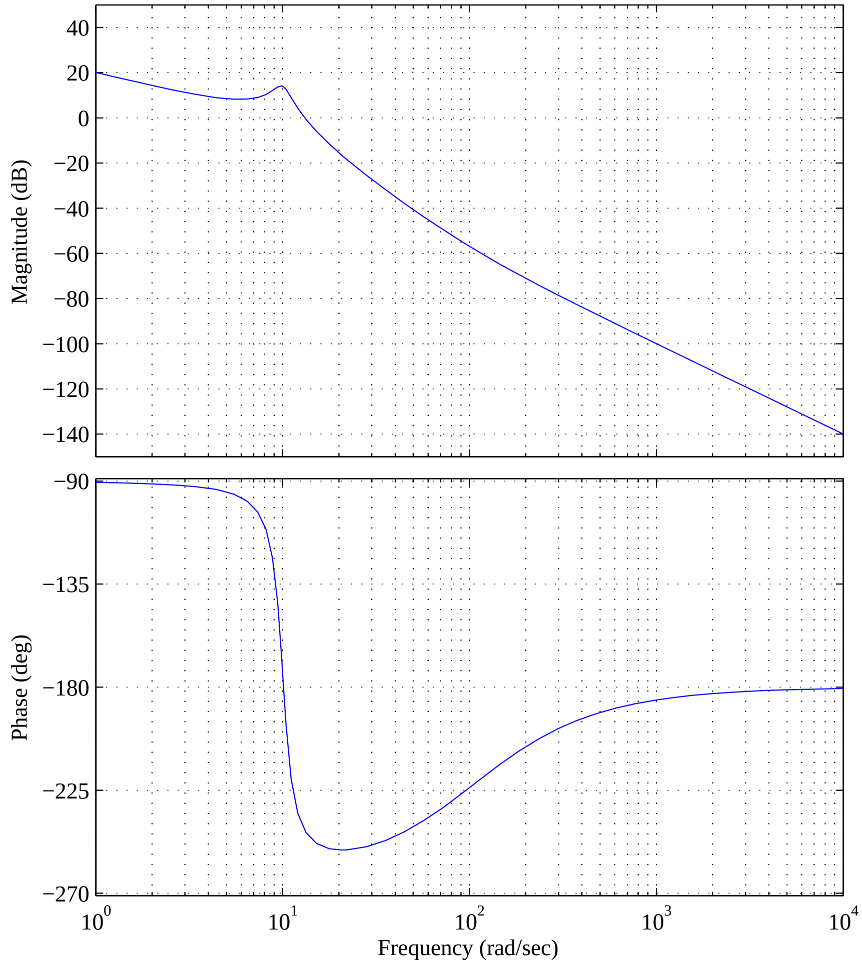
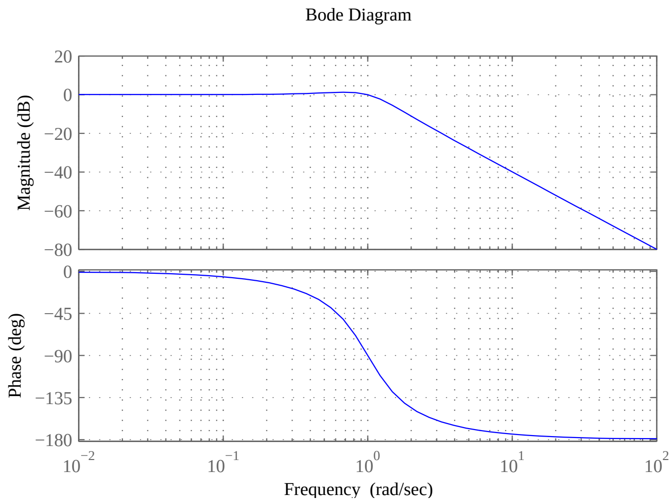


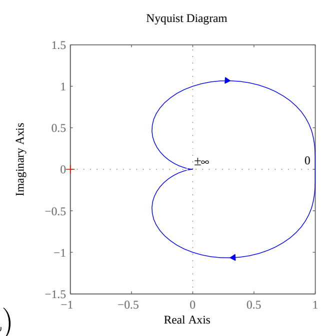
Abbildung 3: Bodediagramm zu Aufgabe 2b)

b) Ermitteln Sie eine Übertragungsfunktion, die durch das Bode Diagramm in Abbildung 3 beschrieben wird. Machen Sie durch Kennzeichnung von Asymptoten und Wendepunkten deutlich, wie Sie auf Ihre Lösung kommen

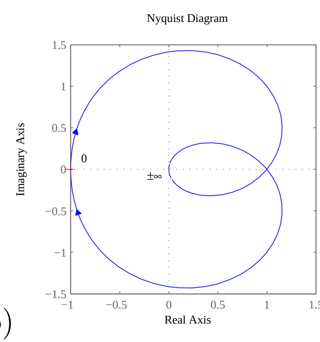
c) Gegeben ist folgendes Bodediagramm



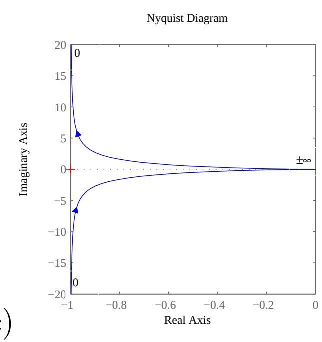
Welche der abgebildeten Ortskurven entspricht der Strecke aus dem Bodediagramm? Begründen Sie und geben Sie insbesondere an, warum die anderen Ortskurven nicht in Frage kommen.



a)



b)



c)

4.

a) Skizzieren Sie die Impulsantwort zu der gegebenen Sprungantwort in Abbildung 4. Ist die zugehörige z–Übertragungsfunktion BIBO-stabil (Begründung!)?

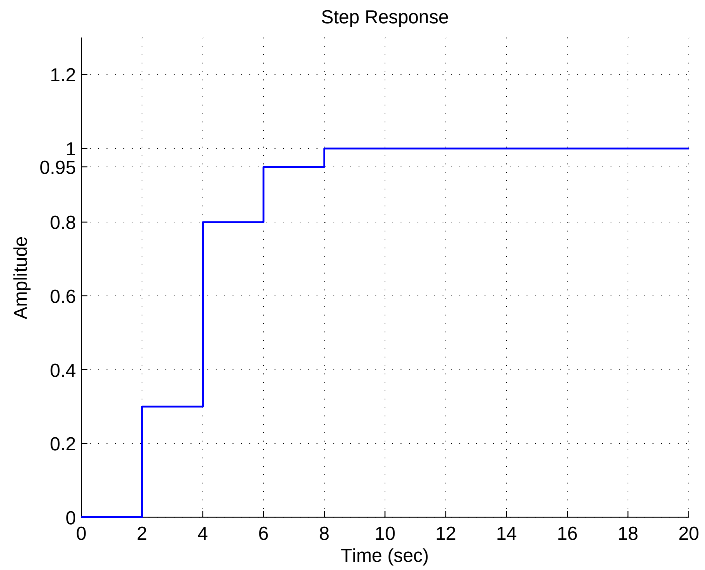


Abbildung 4: Sprung–Antwort

b) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ mit den gegebenen Pol- und Nullstellen laut Abbildung 5 unter der Annahme einer stationären Verstärkung von 1.

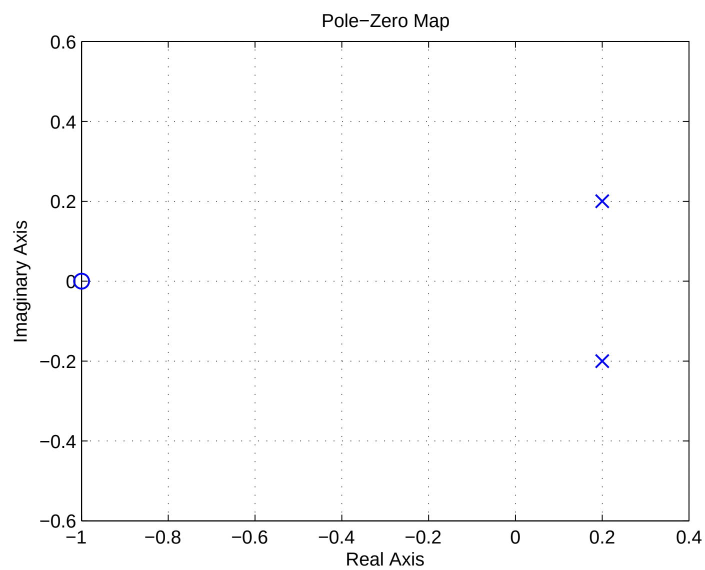


Abbildung 5: Sprung–Antwort

c) Berechnen Sie die Ausgangsgröße der Übertragungsfunktion aus b) im eingeschwungenen Zustand auf das Eingangssignal (Abtastzeit $T_a = 2$)

$$u(t) = 5\sin(\frac{\pi}{4}t) + \frac{1}{2}\sigma(t).$$

d) Gegeben ist ein Regelkreis wie in Abbildung 6 dargestellt, bestehend aus der Strecke $G(s)$ und dem zeitdiskreten Regler $R(z)$

$$G(s) = \frac{4}{s+1}, \quad R(z) = \frac{z}{z-1+K}. \tag{1}$$

Die Abtastzeit beträgt $T_a = \ln(2)$ s. Welche Bedingungen muss der Parameter K erfüllen, damit der geschlossene Regelkreis stabil ist.

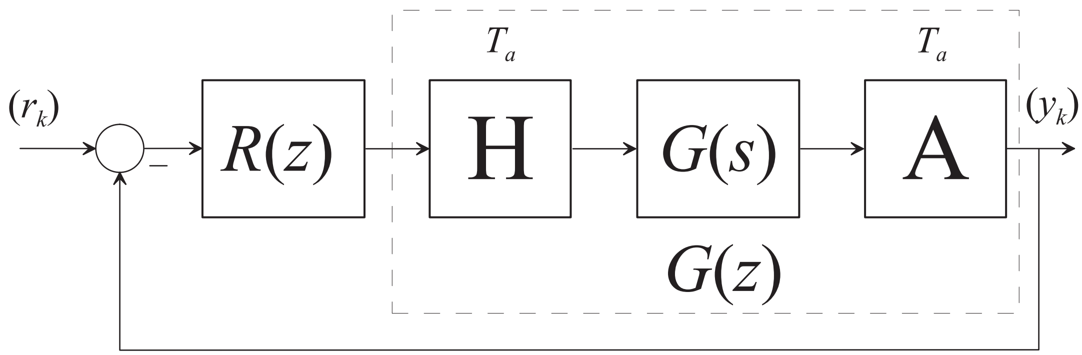


Abbildung 6: Regelkreis

e) λ_j ist ein Eigenwert eines linearen, zeitinvariaten, zeitkontinuierlichen Systems. Wie lautet allgemein der Eigenwert des zugehörigen Abtastsystems?