Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur VU Automatisierungstechnik am 12.12.2008

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	11	10	8	11	40
erreichte Punkte					

Bearbeitungshinweise:

- Bitte Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt eintragen.
- Bitte die Aufgaben auf separaten Blättern rechnen, nicht auf dem Angabebatt!
- Für jede Aufgabe eine neue Seite beginnen.
- Auf jedem Blatt den Namen, sowie die Matrikelnummer angeben.
- Begründen Sie Ihre Antworten ausführlich!

Viel Erfolg!

1. Gegeben ist das Transportsystem mit Förderbändern und einem Zwischenspeicher wie in Abbildung 1 dargestellt.

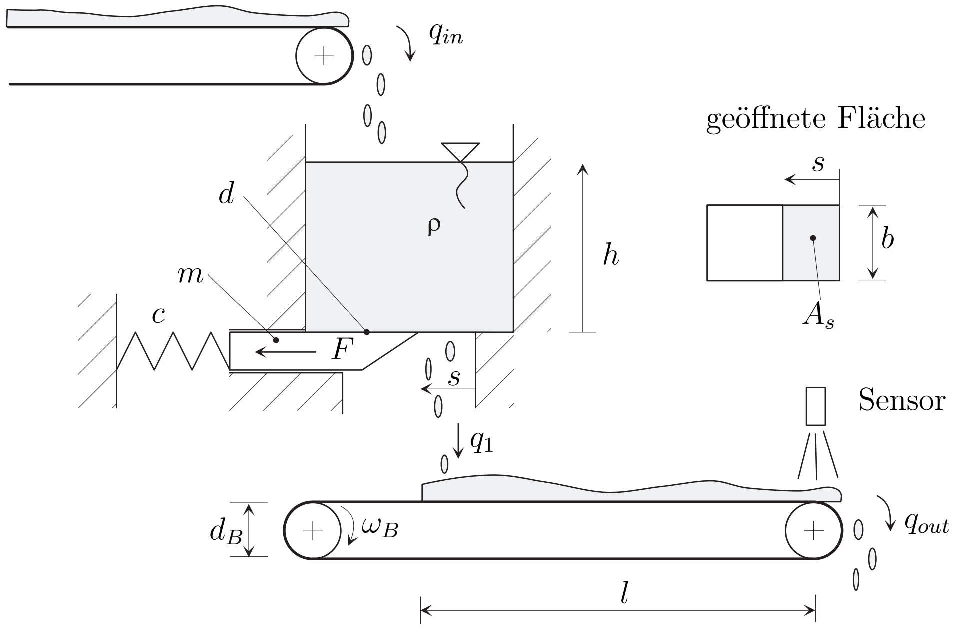


Abbildung 1: Skizze des Transportsystems mit Zwischenspeicher

Ein Schüttgut mit der Dichte ρ wird über ein Förderband in einen Behälter mit der konstanten Querschnittsfläche A befördert. Der einströmende Volumenstrom wird mit q_{in} und die sich einstellende Füllstandshöhe des Behälters mit h bezeichnet. Am Boden des Behälters befindet sich ein Auslass, dessen quadratische Querschnittsfläche $A_s = bs$ (siehe Detail-Skizze der geöffneten Fläche in Abbildung 1) sich mit Hilfe eines Schiebers linear in Richtung der Koordinate s verstellen lässt. Der Schieber besitzt die Masse m und ist über eine Feder mit der Steifigkeit c mit der Außenwand verbunden. Zwischen dem Schüttgut und dem Schieber tritt eine geschwindigkeitsproportionale Reibung mit dem Koeffizienten d auf. Auf den Schieber wirkt außerdem ein Aktor mit der Kraft F ein. Für $s = 0$ befindet sich die Feder in der entspannten Lage. Der Zusammenhang zwischen der Füllstandshöhe h und dem ausströmenden Volumenstrom q_1 ist durch eine nichtlineare Kennlinie der Form

$$q_1 = A_s\sqrt{2gh}\ , \quad h \geq 0$$

gegeben, wobei g die Erdbeschleunigung bezeichnet. Das ausströmende Schüttgut trifft auf ein Förderband, welches über Rollen mit dem Durchmesser d_B mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_B angetrieben wird, und wird über eine Länge l bis zum Auswurf transportiert. Dort detektiert ein Sensor den abtransportierten Volumenstrom q_{out}.

a) Erstellen Sie ein mathematisches Modell mit dem einströmenden Volumenstrom und der Kraft am Schieber als Eingang $\mathbf{u} = [\ q_{in},\ F\ ]^{\mathrm{T}}$ und dem abtransportierten Volumenstrom als Ausgang $y = q_{out}$ in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\ , \quad y = g(\mathbf{x})\ .$$

Wählen Sie dazu geeignete Zustandsgrößen $\mathbf{x}$.

b) Berechnen Sie die Ruhelage(n) des Systems für einen konstanten einströmenden Volumenstrom $q_{in,R}$ und eine konstante Kraft F_R auf den Schieber und linearisieren Sie das System um eine Ruhelage.

c) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ vom Eingang Δq_1 zum Ausgang Δq_{out}.

2. Gegeben ist die Strecke

$$G(s) = \frac{1}{\frac{s^2}{100} + \frac{s}{10}} \ .$$

a) Skizzieren Sie das Bode-Diagramm der Streckenübertragungsfunktion anhand der Asymptoten. Verwenden Sie dafür die beiliegende Vorlage.

b) Entwerfen Sie für die Strecke $G(s)$ mit dem Frequenzkennlinienverfahren einen Regler $R(s)$ mit dem der geschlossene Regelkreis folgende Spezifikationen erfüllt:

- Anstiegszeit $t_r = 0.15\,\mathrm{s}$
- Prozentuelles Überschwingen ü= 25%
- Bleibende Regelabweichung $e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t)|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$

i) Geben Sie die Anforderungen an den offenen Kreis an.

ii) Welches Übertragungsglied benötigen Sie für den Regler, um diesen Anforderungen gerecht zu werden? Berechnen Sie die Reglerkoeffizienten.

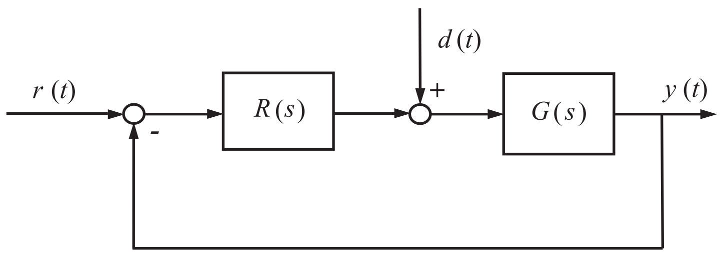


Abbildung 2: Regelkreis mit einem Freiheitsgrad.

c) Auf den Eingang der Strecke aus Abbildung 2 wirkt eine Störung der Form

$$d(t) = 0.25\sigma(t) + 0.5\sin(5t) \ .$$

Bestimmen Sie die eingeschwungene Lösung des Ausgangs $y(t)$ für $r(t) = 0$ mit der gegebenen Strecke $G(s)$ und dem berechneten Regler $R(s)$ aus Aufgabe b).
Hinweis: Die numerischen Endergebnisse müssen NICHT explizit berechnet werden!

d) Der Regler

$$R(s) = \frac{s-1}{s}$$

und die Strecke

$$G(s) = \frac{s+3}{s^2+s-2}$$

werden in einem einfachen Regelkreis nach Abbildung 2 verwendet.

i) Ist die Führungsübertragungsfunktion $T_{r,y}$ des geschlossenen Regelkreises BIBO-stabil?

ii) Ist der geschlossene Regelkreis intern stabil?

Begründen Sie Ihre Aussagen.

3. Lösen Sie die folgenden Aufgaben.

   a) Gegeben ist ein System der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} =& \mathbf{f}\left(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t\right), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y} =& \mathbf{h}\left(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t\right).\end{aligned}$$

   Definieren Sie anhand dieses Systems die Begriffe Linearität und Zeitinvarianz.

   b) Klassifizieren Sie die folgenden beiden Systeme hinsichtlich Linearität und Zeitinvarianz.

$$\begin{aligned}\Sigma_1 : \dot{x} =& t + 2x + u \\ y =& x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Sigma_2 : \dot{x} =& 2tx + u \\ y =& x\end{aligned}$$

   c) Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System der Form

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -3 \\ 0 & \alpha - 2 & 0 \\ \alpha & 0 & -\alpha - 3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\end{aligned}$$

   Bestimmen Sie den Wertebereich des Parameters α so, dass das System asymptotisch stabil ist. Welche Aussage können sie damit über die BIBO-Stabilität der zugehörigen Übertragungsfunktion $G(s)$ treffen?

4. Gegeben ist das lineare zeitdiskrete System

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma} u_k \\ y_k &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k \ . \end{aligned} \tag{1}$$

mit

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} . \tag{2}$$

a) Testen Sie das System auf Erreichbarkeit mittels des PBH-Eigenvektor-Tests.

b) Berechnen Sie für das System mit Hilfe der Formel von Ackermann einen Zustandsregler der Form $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k + l\, r_k$ so, dass die Pole des geschlossenen Kreises λ bei $\lambda = \left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$ liegen und für die Folge $r_k = (1, 1, 1, \ldots)$ gilt

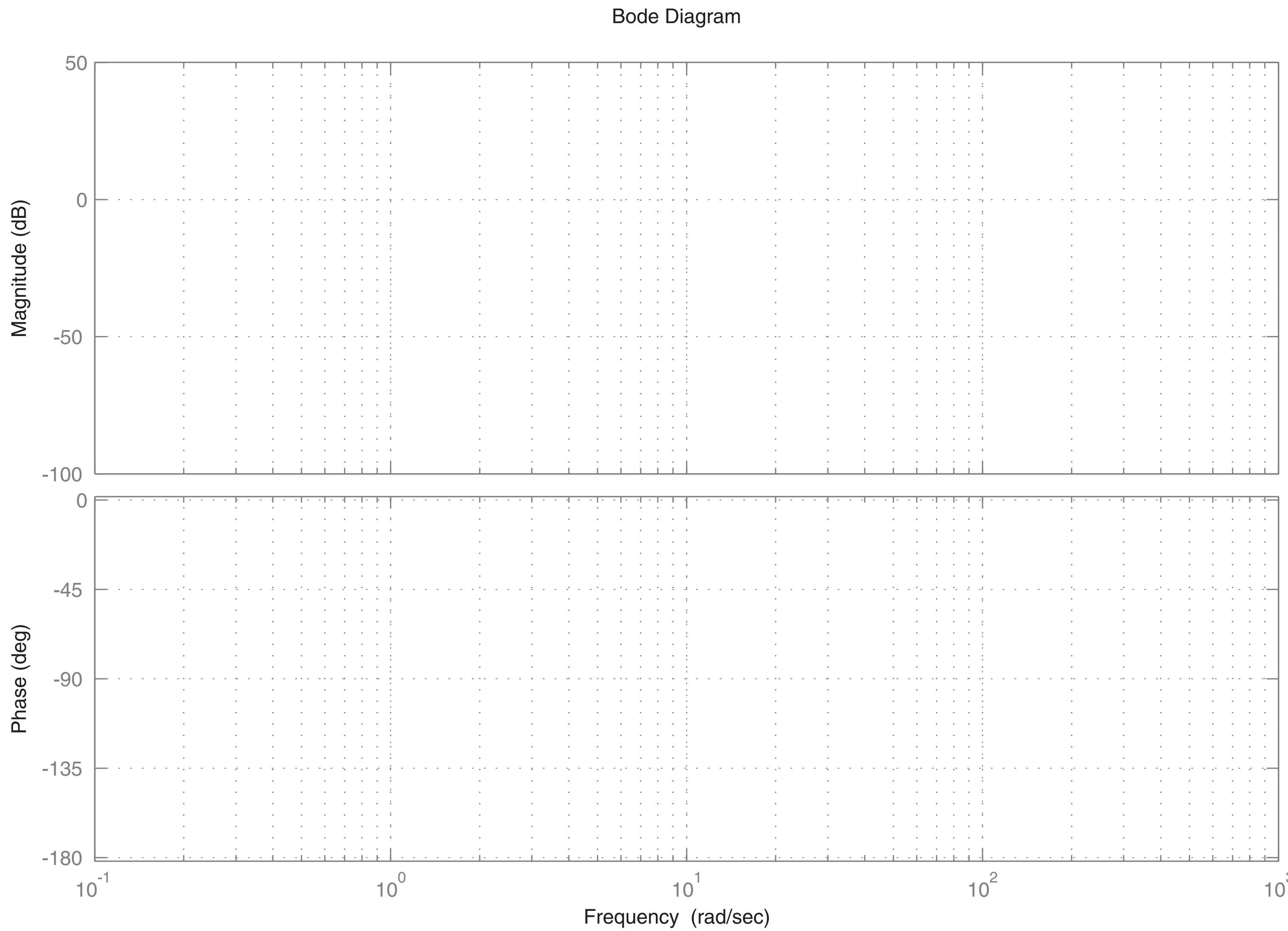
$$\lim_{k \to \infty} y_k = r_k = 1 \ .$$

c) Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion $G(z)$ des obigen Systems.

d) Gegeben ist ein lineares zeitdiskretes System der Form

$$\begin{aligned} x_{k+2} + 2x_{k+1} + x_k &= -u_k \\ y_k &= x_{k+1} + 3x_k \ . \end{aligned}$$

Berechnen Sie eine Zustandsdarstellung der Form (1).


Bode Diagram
Magnitude (dB)
50
0
-50
-100
Phase (deg)
0
-45
-90
-135
-180
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
Frequency (rad/sec)