Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierungstechnik
am 06.02.2009

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	11	9	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, nicht auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich, und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie **nicht** zur mündlichen Prüfung antreten können

☐ 16.02.09 ☐ 17.02.09 ☐ 02.03.09

Viel Erfolg!

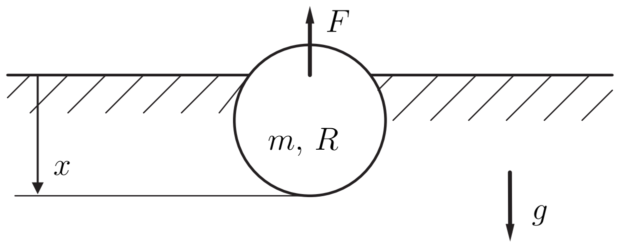


Abbildung 1: Schwimmende Kugel

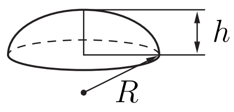


Abbildung 2: Hilfsgrößen zur Bestimmung des eingetauchten Volumens.

1. Eine Kugel (Radius $R > 0$, Masse $m > 0$) schwimmt in einer Flüssigkeit mit dem spezifischen Gewicht ρ (siehe Abbildung 1). Auf die Kugel wirkt eine äußere Kraft F und die Gravitationskraft mit der Gravitationskonstanten g. Es werden nur jene Werte der Parameter und der Kraft betrachtet, für welche die Eintauchtiefe x im Bereich $0 < x < 2R$ liegt. Strömungseffekte werden vernachlässigt.

   a) Bestimmen Sie das zugehörige mathematische Modell mit der Eingangsgröße F.
   Hinweis: Die Auftriebskraft eines Körpers mit dem Volumen V beträgt $\rho V g$, wobei das eingetauchte Volumen wie in Abbildung 2 dargestellt folgendermaßen berechnet wird:
   $$V = \frac{\pi h^2}{3}(3R - h)$$

   b) Bestimmen Sie jenen Wert der Kraft F_s, bei dem die Eintauchtiefe der Kugel in der Ruhe $x_s = \frac{R}{3}$ beträgt.

   c) Linearisieren Sie das mathematische Modell um die Ruhelage von Aufgabe 1b).

   d) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom des linearisierten Modells. Welchen Effekt hätte die Berücksichtigung einer geschwindigkeitsproportionalen Dämpfung bei der Modellierung auf die Stabilität des linearisierten Systems?

   e) Ist das linearisierte System durch Messung der Position x vollständig beobachtbar? Entwerfen Sie einen vollständigen Beobachter, so dass die Pole der Fehlerdynamik zu -1 werden. Nehmen Sie dazu folgende Parameterwerte an: $m = 9.81\pi$, $\rho = 1$, $g = 9.81$ und $R = 3$.

2. Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben (alle Teilaufgaben sind unabhängig voneinander lösbar).

   a) Welche Eigenschaften muss eine z-Übertragungsfunktion und eine q-Übertragungsfunktion aufweisen, damit das entsprechende Abtastsystem BIBO-stabil und sprungfähig ist?

   b) Gegeben ist ein diskretes, autonomes Abtastsystem der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k$$

   mit $\mathbf{\Phi} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$. Welche Eigenschaft muss $\mathbf{\Phi}$ aufweisen, damit $\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ für beliebige $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^3$ und $k \geq 3$ gilt. Geben Sie eine derartige, nichttriviale Matrix $\mathbf{\Phi}$ an.

   c) Gegeben ist die Matrix

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -2\alpha & -2\alpha+\beta+\gamma & -2\beta+2\gamma \\ 0 & -\beta-\gamma & 2\beta-2\gamma \\ 0 & \frac{1}{2}\beta-\frac{1}{2}\gamma & -\beta-\gamma \end{bmatrix}.$$

   Bestimmen Sie die Parameter $k_i \neq 0$, $i = 0, \ldots, 3$, sodass die folgende Gleichung erfüllt ist.

$$k_0\mathbf{E} + k_1\mathbf{H} + k_2\mathbf{H}^2 + k_3\mathbf{H}^3 = \mathbf{0}$$

   d) In Abbildung 3 ist die Ortskurve eines Polynoms $p(s)$ 4. Ordnung dargestellt. Ermitteln Sie die stetige Winkeländerung $\Delta \arg(p(I\omega))$ des Polynoms und folgern Sie, ob es sich um ein Hurwitzpolynom handelt oder nicht.

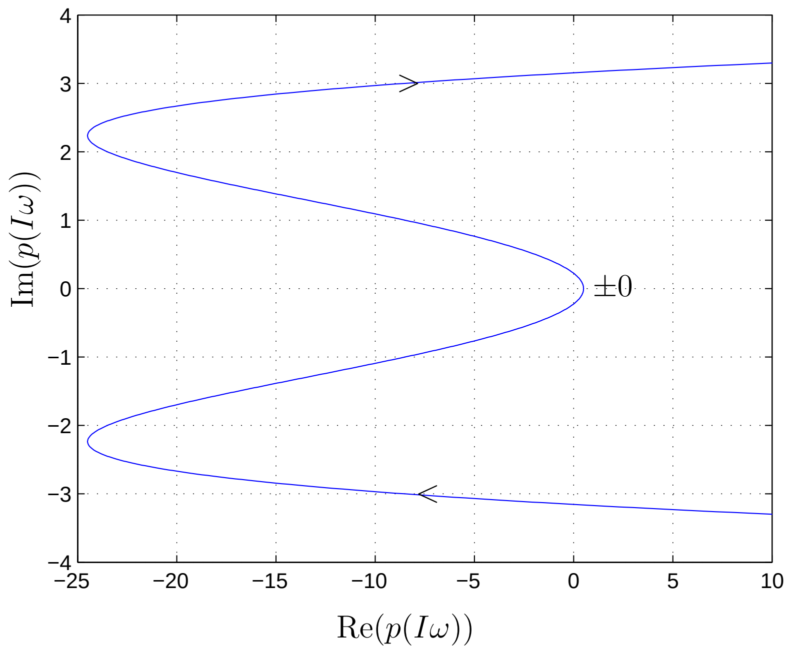


Abbildung 3: Ortskurve eines Polynoms $p(s)$.

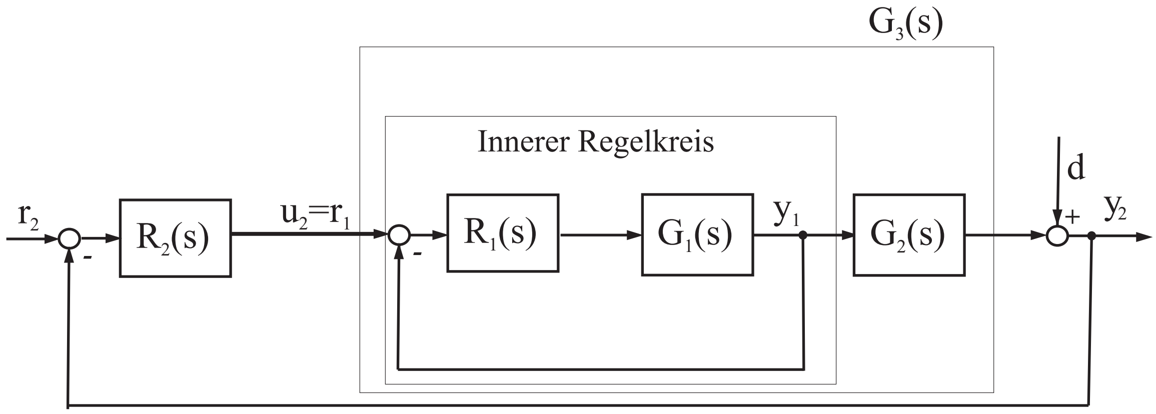


Abbildung 4: Strukturschaltbild des kaskadierten Regelkreises

3. Gegeben ist ein kaskadierter Regelkreis wie in Abbildung 4 dargestellt. Folgende Streckenübertragungsfunktionen sind gegeben:

$$G_1(s) = \frac{1}{\sqrt{3}s}$$

$$G_2(s) = \frac{10}{1+s}$$

Für den inneren Regelkreis wird ein P-Regler mit:

$$R_1(s) = 3$$

verwendet.

a) Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion T_{r_1,y_1} des inneren Regelkreises.

b) Skizzieren Sie das Bodediagramm der Übertragungsfunktion $G_3(s) = T_{r_1,y_1}G_2(s)$. Benutzen Sie dazu die beiliegende Vorlage und zeichnen Sie im Betragsgang die Asymptoten ein.

c) Entwerfen Sie für den äußeren Regelkreis einen Regler $R_2(s)$, sodass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises die nachfolgenden Spezifikationen erfüllt: $t_r = 1.5s$, ü$= 10\%$, $e_\infty|_{r2(t)=\sigma(t)} = 0$.

d) Am Ausgang der Strecke $G_2(s)$ wirkt eine Störung der Form $d(t) = a\sigma(t)$. Weisen Sie nach, dass diese Störung stationär unterdrückt werden kann. Es sei $r_2(t) = 0$.

4. Von einem linearen zeitinvarianten kausalen diskreten System ist die Impulsantwort (g_k) gegeben durch:

$$(g_k) = \delta_k + \left(\frac{1}{2}\right)^{(k-2)} \sigma[k-2]$$

wobei gilt:

$$\sigma[k-2] = \begin{cases} 1 & \text{für } k \geq 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Ermitteln Sie die dazugehörige z-Übertragungsfunktion $G_z(z)$.

b) Ist das System BIBO-stabil?

c) Berechnen Sie die eingeschwungene Lösung des Systems auf eine Eingangsfolge der Form:

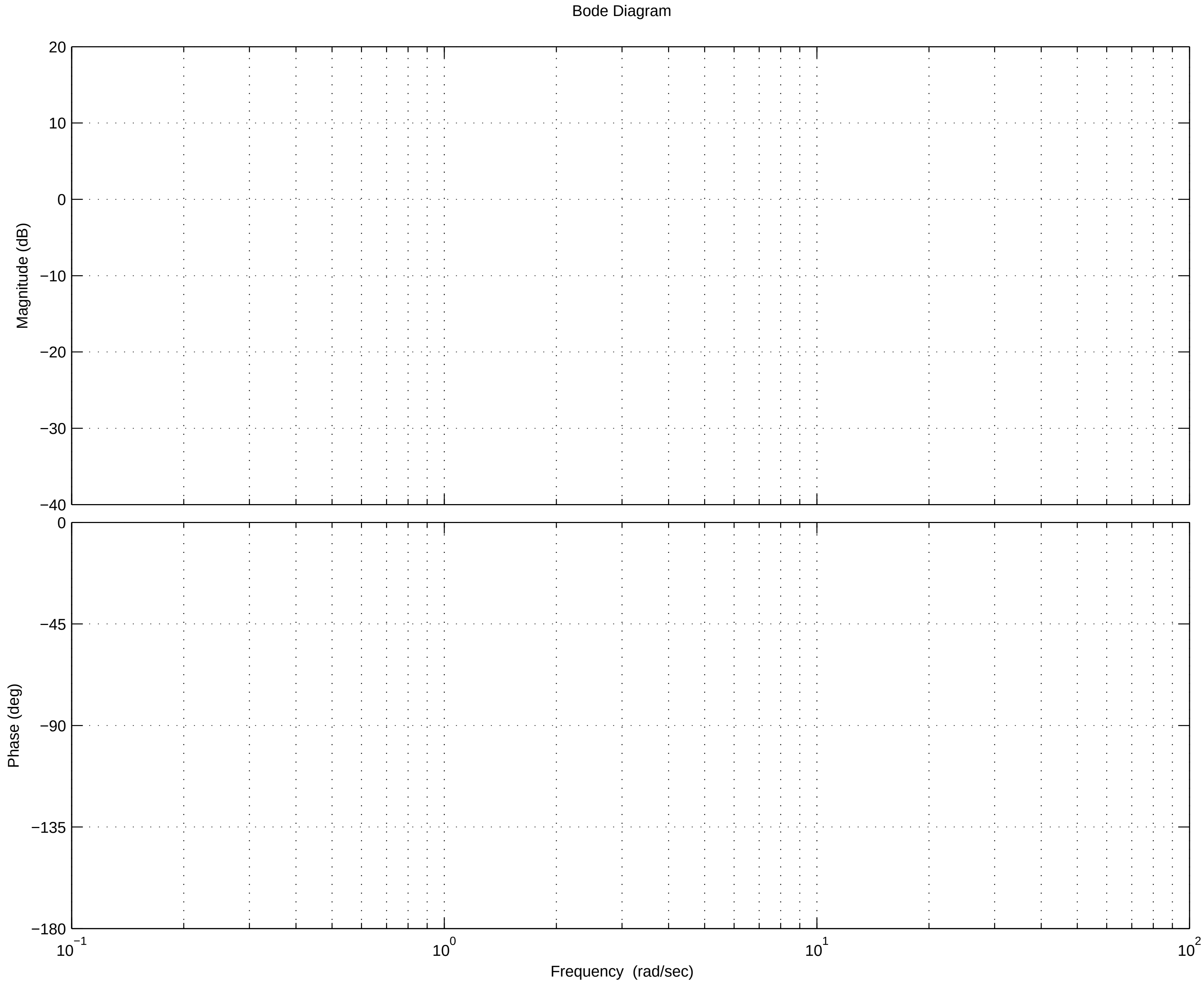
$$(u_k) = 4\cos\left(k\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - 1^k$$

d) Gegeben ist ein lineares zeitdiskretes System der Form:

$$x_{k+3} - x_{k+2} + 5x_{k+1} - 7x_k = u_k$$

$$y_k = x_{k+2} - 10x_k$$

Geben Sie hierfür die zugehörige Zustandsdarstellung an.


Bode Diagram
Magnitude (dB)
20
10
0
−10
−20
−30
−40
Phase (deg)
0
−45
−90
−135
−180
10^−1
10^0
10^1
10^2
Frequency (rad/sec)