Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung am 06.03.2015

LÖSUNG

Aufgabe 1: Lösungen zu Aufgabe 1

a) i.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, u) = \begin{bmatrix} \alpha x_2 - x_1\alpha\beta \\ u + \cos(x_1) + x_1 - x_2 \end{bmatrix}$$
$$y = \cos(x_1)$$

ii.

$$v_R = w_R, \qquad v_R = \frac{\pi}{2} + n\pi, \qquad n \in \mathcal{Z}$$

iii.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\alpha & \alpha \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

iv.

$$G(s) = \frac{-\alpha}{(s+\alpha)(s+1)}.$$

v.

$$\alpha > 0.$$

b) i. Nein, da $\lambda_1 > 0$.

ii.

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

iii.

$$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -2, \qquad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

iv.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 2:

a)

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} x_{2,k} \\ x_{3,k} \\ -4e^{x_{3,k}} - 8\sin(u_k) + \frac{\alpha}{5}\sqrt{x_{2,k}} \end{bmatrix}$$

b) i. Ja, da alle Pole innerhalb des Einheitskreises liegen.

ii.

$$G(z) = \frac{5}{2}\frac{z}{z^2 + z + 1/2}$$

iii.

$$(g_k) = 5e^{akT_a}\sin(bkT_a)$$
$$a = \frac{-\ln(2)}{2T_a}, b = \frac{3\pi}{4T_a}$$

c)

$$\begin{aligned}
(y_k) &= (y_k^I) + (y_k^{II}) \\
(y_k^{II}) &= \frac{3}{4} \\
(y_k^I) &= 3\left|G(e^{j\frac{\pi}{4}})\right|\sin\left(\frac{\pi}{4}k + 1 + \arg\left(G(e^{j\frac{\pi}{4}})\right)\right) \\
&= \frac{3}{4}\sqrt{2\sqrt{2}+5}\sin\left(\frac{\pi}{4}k + 1 + \arctan\left(\frac{-\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right)\right)
\end{aligned}$$

Aufgabe 3: Lösungen zu Aufgabe 3

a) $\lambda_1 = -\frac{1}{4}, \lambda_2 = -\frac{1}{2}$ ⇒ Eine mögliche Wahl der Eigenvektoren ist somit $\mathbf{w}_1^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$ und $\mathbf{w}_2^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 \end{bmatrix}$ ⇒ Da $\mathbf{w}_1^T\mathbf{\Gamma} = -2$ und $\mathbf{w}_2^T\mathbf{\Gamma} = -4$ gilt, ist das System vollständig erreichbar.

b) $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{16} & \frac{5}{8} \end{bmatrix}$

c) $g = -\frac{9}{16}$

d) Wegen $\det(\mathbf{H}) = -1$, ist das vorliegende System vollständig beobachtbar.

Aufgabe 4: Lösungen zu Aufgabe 4

a) Die korrekte Übertragungsfunktion lautet G_2

b) Reglerentwurf

i.A $\lim_{s\to 0} e(s) = \lim_{s\to 0} s\,(1 - T_{ry}(s))\,r(s) = \lim_{s\to 0}\frac{s^\beta}{V_R} = 0$ für $\beta \geq 1$

i.B $\omega_c = 4, \Phi = 45°$, $\arg\left(L(j\omega_c)\right) = -\frac{13}{12}\pi = -195°$ → Phase muss um 60° angehoben werden → $\arg\left(j\omega_c T_R + 1\right) \overset{!}{=} 60°$ → $T_R = \frac{\sqrt{3}}{4}$
$V_R = 8\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

ii. Das Totzeitglied wirkt sich lediglich auf die Phase aus. Da die Phasenreserve 45° beträgt darf das Totzeitglied die Phase bei ω_c maximal um diesen Wert absenken damit der geschlossene Kreis noch stabil ist → $\arg\left(e^{-j\omega_c T_t}\right) = -\omega_c T_t > -45° = -\frac{\pi}{4}$ → $T_t < \frac{\pi}{16}$