Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 08.05.2015

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	11,5	8,5	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten (*unverbindlich*):

☐ Fr., 15.05.2015 ☐ Mo., 18.05.2015 ☐ Di., 19.05.2015

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben: **11,5 P.|**

   a) Gegeben ist das nichtlineare System **4 P.|**

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) =& x(t)\cos(ax(t)) - x(t)u(t), \qquad x(t_0) = x_0, \\ y(t) =& x(t)^2 + u(t). \end{aligned} \tag{1}$$

      i. Bestimmen Sie sämtliche Ruhelagen x_R des Systems für einen konstanten Eingang $u = u_R$. Geben Sie auch den zulässigen Wertebereich von u_R für die jeweiligen Ruhelagen an. 1 P.|

      ii. Linearisieren Sie das System um eine allgemeine Ruhelage x_R für $u(t) = u_R$. 1 P.|

      iii. Geben Sie für $a = 0$ das Abtastsystem zum nichtlinearen System (1) für die Abtastzeit T_a unter Verwendung des bekannten Haltegliedes nullter Ordnung an. 2 P.|

   b) Beurteilen Sie die Übertragungsfunktionen 2 P.|

$$G(s) = \frac{s^2}{s^2 - 2s + 4}, \qquad G(z) = \frac{z-2}{(z+\frac{1}{2})(z+2)}, \qquad G^{\#}(q) = \frac{10 - \frac{1}{2}q}{10 + q}$$

   hinsichtlich BIBO-Stabilität und Sprungfähigkeit. Für die Abtastsysteme gilt eine Abtastzeit $T_a = 0.1$. Begründen Sie ihre Antwort hinreichend!

   c) In Abbildung 1 sind die Impulsantworten (für $u(t) = \delta(t)$) von zwei Varianten von Haltegliedern erster Ordnung dargestellt. **5,5 P.|**

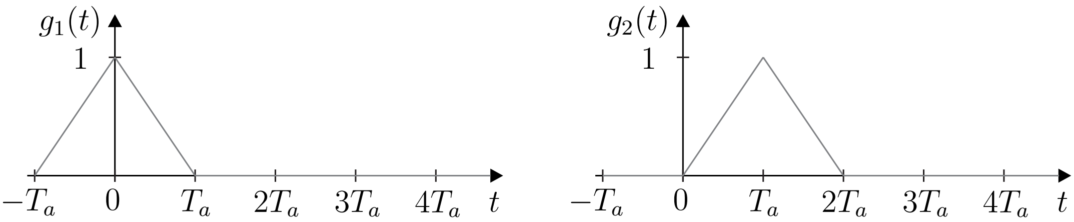


Abbildung 1: Impulsantworten der Halteglieder.

      i. Stellen die beiden Halteglieder kausale Systeme dar? Begründen Sie Ihre Antwort hinreichend! 1 P.|

      ii. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G_2(s)$ von Halteglied 2. 2 P.|

      iii. Bestimmen Sie für die in Abbildung 2 dargestellte Impulsfolge $(u_k) = 2\delta(t) + 3\delta(t - T_a)$ das zugehörige Ausgangssignal $y_2(t)$ von Halteglied 2 und skizzieren Sie es in Abbildung 2. 2,5 P.|

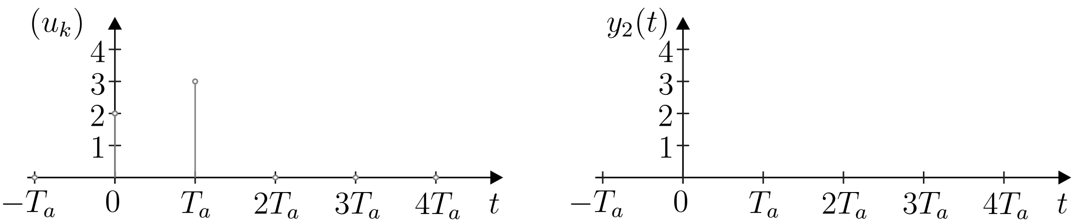


Abbildung 2: Systemantwort auf Impulsfolge.

2. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben: **8,5 P.|**

a) Gegeben ist das lineare, zeitkontinuierliche System **4 P.|**

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & \alpha \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \tag{2}$$

i. Überprüfen Sie mit Hilfe der Erreichbarkeitsmatrix in welchem Wertebereich α und β liegen müssen, damit das System (2) vollständig erreichbar ist. 1 P.|

ii. Für welchen Wertebereich von α und β ist für $u = 0$ die Ruhelage $\mathbf{x}_R = \mathbf{0}$ des Systems (2) global asymptotisch stabil? 1 P.|

iii. Leiten Sie für $\alpha = 1$ und $\beta = 0$ die Transitionsmatrix 2 P.|

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} & 1 - e^{-t} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

zum System (2) her.

b) Für das vollständig beobachtbare lineare, zeitkontinuierliche System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

sind die Zeitverläufe der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}$, der Stellgröße u und der Ausgangsgröße y für $t \geq 0$ bekannt

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad u = t, \qquad y = 1 + 2t + \frac{t^3}{6}.$$

Ermitteln Sie hieraus den Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ des Systems. 2 P.|

c) Entwerfen Sie für das vollständig beobachtbare lineare, zeitdiskrete System 2,5 P.|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix} u_k,$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

einen Zustandsbeobachter, welcher jeden Anfangsfehler $\mathbf{e}_0 = \hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0$ in höchstens 3 Schritten in $\mathbf{0}$ überführt.

3. Für die folgenden Teilaufgaben liegt ein einfacher offener Regelkreis mit Ausgangsstörung zugrunde, siehe Abbildung 3. **10 P.**|

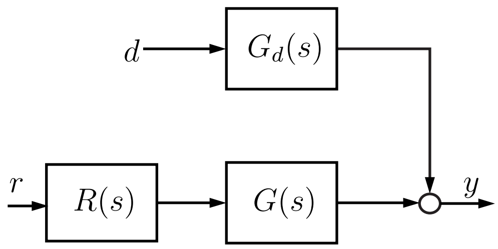


Abbildung 3: Strukturschaltbild des offenen Regelkreises.

a) Es wird angenommen, dass die Störung $d(t)$ messbar ist. **4 P.**|

i. Entwerfen Sie *allgemein* eine exakte Störgrößenkompensation für den *offenen* Kreis in Abbildung 3, indem Sie am Ausgang des Reglers $R(s)$ die Größe $R_d(s)d(s)$ subtrahieren. Legen Sie die Übertragungsfunktion $R_d(s)$ so aus, dass der Einfluss der Störung $d(t)$ am Ausgang $y(t)$ exakt kompensiert wird. 2 P.|

ii. Welche Voraussetzungen müssen die Zähler- und Nennerpolynome von $G(s)$ und $G_d(s)$ hinsichtlich Grad und Lage der Nullstellen erfüllen, damit $R_d(s)$ stabil und realisierbar ist? 2 P.|

b) Die Übertragungsfunktionen der Strecke und des Reglers in Abbildung 3 lauten **6 P.**|

$$G(s) = \frac{60000}{(s+3)(s+2000)} \quad \text{bzw.} \quad R(s) = K_P + \frac{K_I}{s},$$

mit $K_P = 1/20$ und $K_I = 1$.

i. Zeichnen Sie approximativ das Bode-Diagramm des offenen Kreises $L(s) = R(s)G(s)$ in die angehängte Vorlage. Geben Sie charakteristische Frequenzen an und zeichnen Sie die jeweiligen Asymptoten. 3 P.|

ii. Skizzieren Sie die Sprungantwort $h(t)$ des **geschlossenen Regelkreises** für einen Führungssprung $r(t) = \sigma(t)$ und $d(t) = 0$. Bestimmen Sie dazu mit Hilfe des Bode-Diagramms der offenen Strecke $L(s)$ näherungsweise die Anstiegszeit t_r und das prozentuale Überschwingen $\ddot{u}$. 2 P.|
Hinweis: Sollten Sie die Parameter nicht aus dem Bode-Diagramm ablesen können, verwenden Sie ersatzweise die Parameter $\omega_c = 5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ und $\arg L(\mathrm{I}\omega_c) = -135°$.

iii. Der geschlossene Kreis wird mit einer Führungsrampe $r(t) = t$ beaufschlagt. Bestimmen Sie den zu erwartenden Regelfehler $e_{\infty|r(t)=t}$ für $t \to \infty$. 1 P.|

4. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben. Begründen Sie Ihre Ergebnisse. **10 P.|**

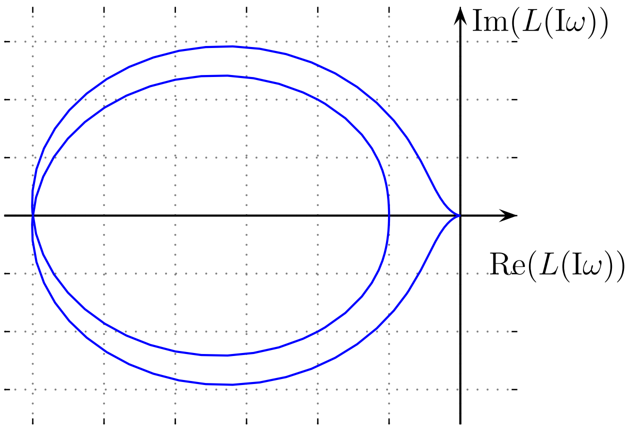
a) Gegeben ist die Regelstrecke **7,5 P.|**

$$G(s) = \frac{s-1}{s^3+2s^2+s+4}.$$

Die Strecke soll in einem Standard-Regelkreis mit einem P-Regler $R(s) = K_P$ geregelt werden.

i. Prüfen Sie mit dem Routh-Hurwitz Verfahren die Stabilität der Strecke $G(s)$. 2 P.|

ii. Die folgende Abbildung zeigt das Bild der imaginären Achse $s = \mathrm{I}\omega$ von $L(s) = R(s)G(s)$ in der $L(\mathrm{I}\omega)$-Ebene für $K_P = 1$. Der so geschlossene Regelkreis ist stabil.



A. Die Strecke $G(s)$ besitzt eine Polstelle mit negativem Realteil und zwei Polstellen mit positivem Realteil. Welche stetige Winkeländerung muss demnach $1 + L(\mathrm{I}\omega)$ haben, wenn der geschlossene Kreis stabil ist? 1,5 P.|

B. Markieren Sie den Bildpunkt von $s = \mathrm{I}0$ und den Punkt -1. 1,5 P.|

C. Kennzeichnen Sie qualitativ, was für $\omega \to \pm\infty$ geschieht. 1,5 P.|

D. Markieren Sie durch Pfeile die Laufrichtung von $L(\mathrm{I}\omega)$ für wachsende ω. *Hinweis:* Nehmen Sie das Ergebnis aus A. zu Hilfe. 1 P.|

b) Gegeben sind die folgenden Differentialgleichungen zur Beschreibung eines Systems bestehend aus einer Strecke und einem Stellglied,

$$\dddot{w} = \left(a e^{w} - \frac{b\ddot{w}}{\sqrt{w}}\right)\sin v + c\dot{v}^2, \quad \dot{p} = \arctan(wv), \quad w^2 z = gv.$$

Dabei können die Größen w und p sowie ihre Ableitungen der Strecke und die Größe v und ihre Ableitung dem Stellglied zugeordnet werden. Die Größe z ist messbar und a, b, c und g sind konstante Parameter.

Bringen Sie die Differentialgleichungen auf die Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$, $y = h(\mathbf{x}, u)$. Führen Sie dazu einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x}$, eine Eingangsgröße u und eine Ausgangsgröße y ein. 2,5 P.|

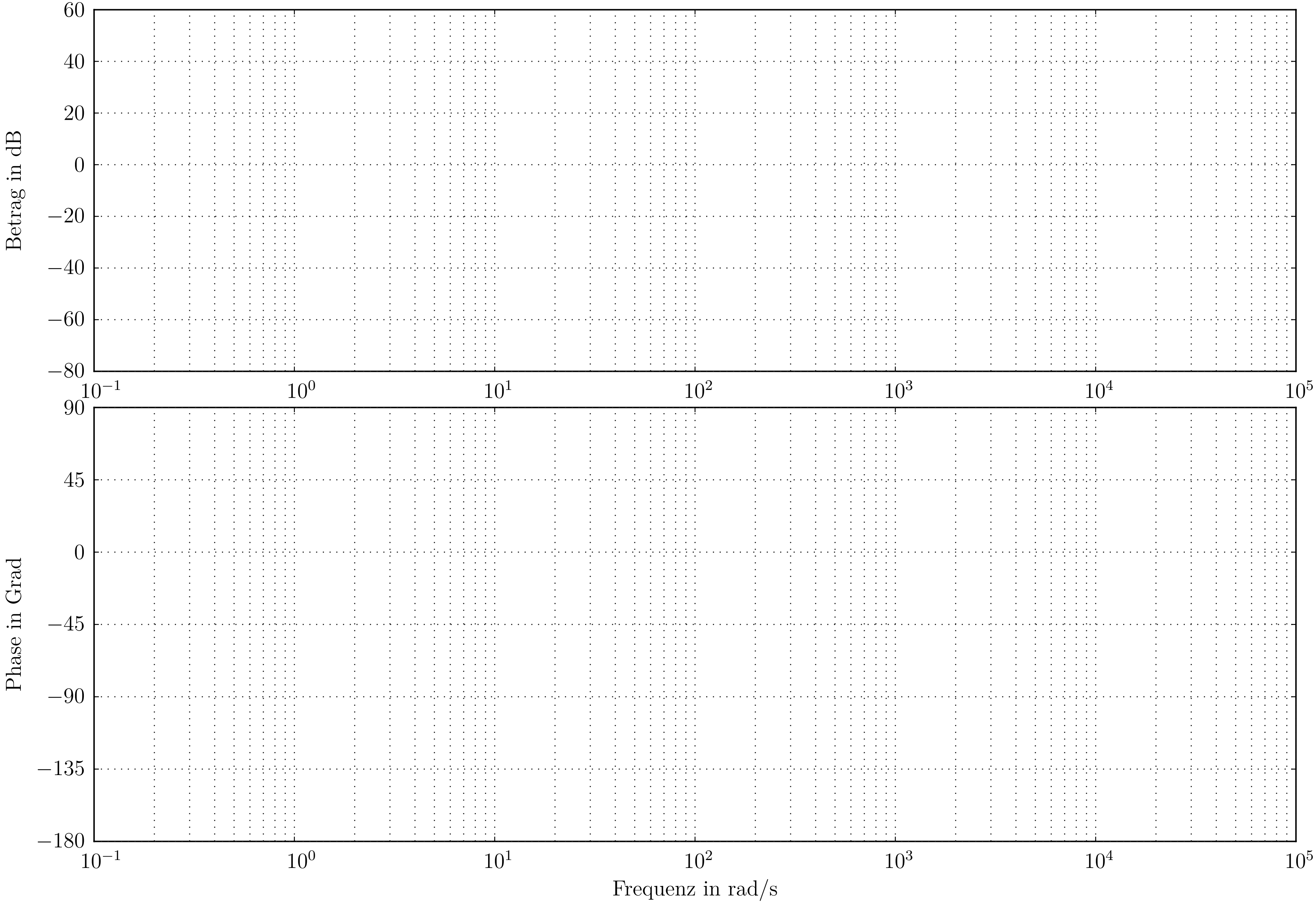


Abbildung 4: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 3