Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 26.06.2015

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	12	12	6	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten (*unverbindlich*):

☐ Fr., 03.07.2015 ☐ Mo., 06.07.2015 ☐ Di., 07.07.2015

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben: **10 P.|**
Gegeben ist das nichtlineare System

$$\begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(x_1(t) - x_2(t)) \\ g_2(x_1(t) - x_2(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} j(\dot{x}_1(t), z_1(t), \dot{z}_1(t)) \\ j(\dot{x}_2(t), z_2(t), \dot{z}_2(t)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, \tag{1}$$

mit

$$\begin{aligned} g_i(x_1(t) - x_2(t)) &= c_{i,1}(x_1(t) - x_2(t)) + c_{i,2}(x_1(t) - x_2(t))^3 \quad i \in \{1, 2\}, \\ j(\dot{x}_i(t), z_i(t), \dot{z}_i(t)) &= \sigma_0 z_i(t) + \sigma_1 \dot{z}_i(t) + \sigma_2 \dot{x}_i(t), \end{aligned}$$

wobei die Zeitfunktionen $z_i(t)$ mit $i \in \{1, 2\}$ folgender Differentialgleichung genügen

$$\dot{z}_i(t) = \dot{x}_i - \sigma_3 \dot{x}_i z_i.$$

a) Geben Sie das System in der Form 3 P.|

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{f}}(\tilde{\mathbf{x}}) + \tilde{\mathbf{g}}(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u})$$

mit $\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \dots \tilde{x}_6 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}, \mathbf{z} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2, z_1, z_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ und $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1, u_2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ an.

b) Führen Sie eine nichtreguläre Zustandstransformation der Form $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}$ mithilfe der Transformationsmatrix

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

durch und berechnen Sie alle Ruhelagen des Systems für die $\varepsilon_1 = 0$ gilt. 3 P.|

c) Linearisieren Sie das System um die Ruhelage $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{RL}} = \mathbf{0}, u_1 = u_2 = 0$, mit dem Ausgang $y = \varepsilon_1 = x_1 - x_2$ und geben Sie die Systemmatrizen an. 4 P.|

2. Gegeben ist der zeitdiskrete Regelkreis aus Abbildung 1 mit der Abtastzeit T_a. Die Reglerparameter k_p und k_I seien in den Teilaufgaben a) bis d) so dimensioniert, dass der geschlossene Regelkreis stabil ist. **12 P.|**

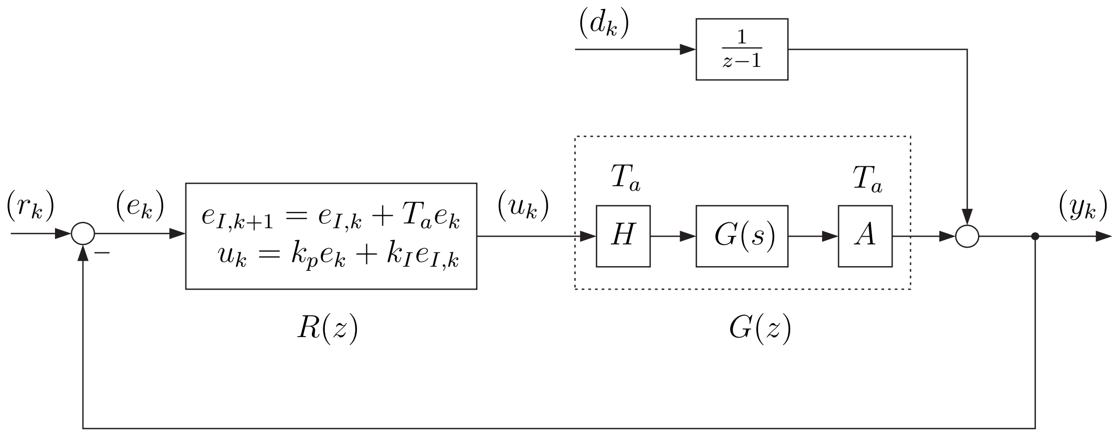


Abbildung 1: Zeitdiskreter Regelkreis für Aufgabe 2.

a) Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion des Reglers $R(z)$ und skizzieren Sie seine zeitdiskrete Sprungantwort! 2 P.|

b) Der zeitdiskrete Regler $R(z)$ nimmt im q-Bereich die Form 1 P.|

$$R(q) = \frac{V_I(1 + qT_I)}{q}$$

an. Bestimmen Sie die Parameter V_I und T_I in Abhängigkeit der Abtastzeit T_a sowie der Parameter k_p und k_I!

c) Bestimmen Sie für eine kontinuierliche Streckenübertragungsfunktion der Form 2 P.|

$$G(s) = \frac{4}{2 + s}$$

und die Abtastzeit $T_a = \ln(2)$ die zugehörige z-Übertragungsfunktion $G(z)$.

d) Welcher Anforderung muss das Nennerpolynom $n_G(z)$ einer Streckenübertragungsfunktion der Form 4 P.|

$$G(z) = \frac{V_0}{n_G(z)}, \quad V_0 \in \mathbb{R}$$

genügen, damit für $(r_k) = (1^k)$ eine Störung der Form $(d_k) = (1^k)$ am Ausgang stationär unterdrückt wird, also $\lim_{k\to\infty} y_k = r_k$ gilt. Leiten Sie dazu mit Hilfe des Endwertsatzes der z-Transformation eine Strukturbedingung für das Nennerpolynom $n_G(z)$ her.

e) Für diese Teilaufgabe gelte $k_I = 0$ im Regler $R(z)$. Bestimmen Sie mit Hilfe des Verfahrens von Jury für eine diskrete Strecke der Form 3 P.|

$$G(z) = \frac{z}{z^2 - a}$$

den Wertebereich des Reglerparameters k_p in Abhängigkeit des Streckenparameters $a \in \mathbb{R}$, für den der geschlossene Regelkreis stabil ist.

3. Die folgenden Teilaufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden. **12 P.|**

a) Gegeben ist das System aus Abbildung 2, mit den Übertragungsgliedern

$$F_1(s) = 5, \quad F_2(s) = \frac{1}{1+s}, \quad F_3(s) = \frac{2}{s}, \quad F_4(s) = 2.$$

i. Fassen Sie das System zu einer Funktion $F_a(s) = y_1/u_1$ zusammen. 3 P.|

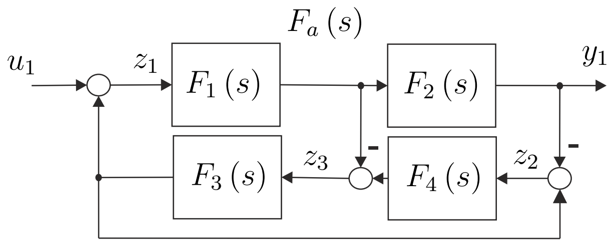


Abbildung 2: Blockschaltbild des Gesamsystems.

ii. Ist die resultierende Übertragungsfunktion $F_a(s)$ stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.|

iii. Berechnen Sie mithilfe des Anfangs- sowie des Endwertsatzes jeweils Betrag und Phase der resultierenden Übertragungsfunktion. 2 P.|

b) Gegeben ist der Regelkreis mit der totzeitbehafteten Strecke aus Abbildung 3. Zur Regelung solcher totzeitbehafteter Strecken eignet sich z.B. ein sogenannter Smith Prädiktor. Dieser enthält ein Modell der Strecke ($G_m(s)$ und e^{-sT_m}).

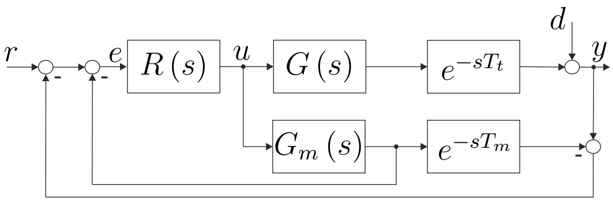


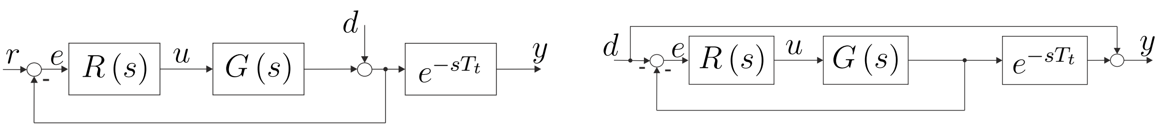
Abbildung 3: Blockschaltbild eines Regelkreises mit Smith Prädiktor.

i. Berechnen Sie allgemein die Führungs- sowie die Störübertragungsfunktion des Systems. 2 P.|

ii. Nehmen Sie an, dass das Model der Strecke ideal ist, und auch die Totzeit bekannt ist. Es gilt also $G_m(s) = G(s)$ sowie $T_m = T_t$.

A. Zeigen Sie, dass sich das störungsfreie ($d(t) = 0$) System mit idealem Modell in der Form von Abbildung 4a darstellen lässt. 2 P.|

B. Zeigen Sie, dass sich das System mit idealem Modell und verschwindender Führungsgröße ($r(t) = 0$) in der Form von Abbildung 4b darstellen lässt. 2 P.|



(a) Blockschaltbild zur Führungsübertragungsfunktion.

(b) Blockschaltbild zur Störübertragungsfunktion.

Abbildung 4: Blockschaltbilder für $G_m(s) = G(s)$ und $T_m = T_t$.

4. In dieser Aufgabe wird das zeitdiskrete LTI-System **6 P.**|

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}u_k \\ y_k &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k + du_k \end{aligned}$$

mit dem Anfangszustand $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ betrachtet.

a) Berechnen Sie allgemein die z-Transformierte $y_z(z)$ für einen Anfangszustand $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$! 2 P.|

b) Der Systemzustand wird mit einem trivialen Beobachter mit dem charakteristischen Polynom des Beobachterfehlersystems 1 P.|

$$p(z) = (z - \frac{1}{2})^2(z + \frac{1}{4})$$

rekonstruiert. Bestimmen Sie die Matrix $\mathbf{\Phi}$ unter der Voraussetzung, dass das System in Beobachtungsnormalform vorliegt!

c) Für diese Teilaufgabe gilt 3 P.|

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ 1 & \beta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & \gamma \end{bmatrix}, \quad d = 0,$$

mit $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Für dieses System soll der Systemzustand mit einem zeitdiskreten vollständigen Luenberger-Beobachter rekonstruiert werden. Geben Sie die Gleichungen für die Beobachterdynamik an und berechnen Sie die Verstärkung des Beobachters in Abhängigkeit der Parameter α, β und γ so, dass die Fehlerdynamik Pole bei $z_{1,2} = -\frac{1}{2}$ aufweist.