Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 02.10.2015

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	8	11	11	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten (*unverbindlich*):

☐ Fr., 09.10.2015 ☐ Mo., 12.10.2015

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben **8 P.|**

   a) Gegeben ist das nichtlineare zeitdiskrete System der Form **3 P.|**

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} x_{1,k} + 3x_{1,k}^2 - 2\mathrm{e}^{-x_{2,k}} \\ \left(2 + x_{1,k}\right)^3 + x_{2,k}\left(1 + \sinh\left(u_k\right)\right) \end{bmatrix} \\
y_k &= 2\sqrt{x_{1,k}^2 + x_{2,k}^2}.
\end{aligned}
$$

      i. Berechnen Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems für $u = u_R = 0$. 1 P.|

      ii. Linearisieren Sie das System um diese Ruhelagen und geben Sie alle Systemmatrizen an. 2 P.|

   b) Berechnen Sie für das System **5 P.|**

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} -1 & 8 & 7 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\
y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}
\end{aligned}
$$

      i. die Übertragungsfunktion $G(s)$ 2.5 P.|

      ii. und die Impulsantwort $g(t)$. 2.5 P.|

   Hinweis: Die Rechnung vereinfacht sich, wenn Sie die besondere Struktur des Eingangsvektors und des Ausgangsvektors berücksichtigen.

2. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben: **11 P.|**

a) Gegeben ist das folgende System **3.5 P.|**

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 & 0 & 3 & 7 \\ -3 & -2 & 0 & 0 & 8 & 8 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 7 & -5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 3 & 8 & 7 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + 25u$$

i. Testen Sie das System auf asymptotische Stabilität. 2 P.|

ii. Die Erreichbarkeitsmatrix $\mathcal{R}$ des Systems besitzt den Rang 5. Bestimmen Sie den **nicht** erreichbaren Zustand. 1 P.|

iii. Ist das System sprungfähig? 0.5 P.|

Begründen Sie Ihre Antworten ausführlich!

b) Die Hankelmatrix $\mathbf{H}_d$ eines nicht sprungfähigen, linearen, zeitdiskreten Systems ist durch **7.5 P.|**

$$\mathbf{H}_d = \begin{bmatrix} \alpha & \beta & 1 \\ \beta & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

mit $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ gegeben.

i. Zeigen Sie, dass das zugehörige dynamische System vollständig erreichbar und beobachtbar ist. 1 P.|

ii. Ermitteln Sie die Impulsantwort (g_k) des Systems anhand der Markov-Parameter unter der Annahme, dass $g_k = 0$ für $k > 5$ gilt. Bestimmen Sie weiterhin die zugehörige z-Übertragungsfunktion $G(z)$. 1.5 P.|

iii. In den weiteren Teilaufgaben wird der Spezialfall

$$G(z) = \frac{z^2 - \sqrt{2} + 1}{z^3},$$

welcher sich für eine bestimmten Wahl von α und β ergibt, betrachtet. Berechnen Sie die eingeschwungene Lösung (y_∞) des Ausgangs y_k der Übertragungsfunktion $G(z)$ für $(u_k) = \left(\sin\left(\frac{1}{4}kT_a\right)\right)$, mit der Abtastzeit $T_a = \pi$. 2 P.|

iv. Ermitteln Sie eine Minimalrealisierung von $G(z)$. 1 P.|

v. Für eine Eingangsfolge (u_k) und $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ ergibt sich der Ausgang zu $(y_k) = (0, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0, 0, \dots)$. Bestimmen Sie den Anfangsvektor $\mathbf{x}_0$ der gewählten Minimalrealsierung derart, dass bei gleicher Eingangsfolge die Ausgangsfolge $(y_k) = (0, 0, 0, \dots)$ folgt. 2 P.|

3. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben **11 P.|**

a) Gegeben ist das System der Form 3.5 P.|

$$
\begin{aligned}
\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{37}{67} & \frac{96}{67} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\
y &= \begin{bmatrix} \frac{4}{67} & \frac{4}{67} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k .
\end{aligned}
$$

Berechnen Sie für dieses System die zugehörige q-Übertragungsfunktion $G^{\#}(q)$ für ein allgemeines $\Omega_0 = \frac{2}{T_a}$.

b) Nehmen Sie an, dass die q-Übertragungsfunktion des Systems durch 4.5 P.|

$$
G^{\#}(q) = \frac{1 - \frac{q}{5}}{1 + \frac{3}{2}q + q^2}
$$

gegeben ist. Bestimmen Sie für diese Strecke die Parameter ρ, V_I und T_I des Reglers

$$
R^{\#}(q) = \frac{V_I (1 + qT_I)}{q^{\rho}}
$$

mit Hilfe des FKL-Verfahrens so, dass der geschlossene Kreis folgenden Eigenschaften aufweist:

- Anstiegszeit $t_r = 2.4$ s
- $\ddot{u} = 1$ %
- $e_{\infty}|_{(r_k)=(1^k)} = 0$.

Hinweis: Verwenden Sie die Approximationen $\arctan(0.1) \approx 6°$ und $\arctan(10) \approx 84°$.

c) Zeichnen Sie den Betrags- und Phasengang der Übertragungsfunktion 3 P.|

$$
G(s) = -10^{-3} \frac{s^2 - 10^8}{10^4 + 100\sqrt{2}s + s^2}
$$

in der beiliegenden Vorlage.

4. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben: **10 P.|**

a) Gegeben ist das linear zeitdiskrete System **8 P.|**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} u_k$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + u_k$$

i. Zeigen Sie, dass das System vollständig beobachtbar ist. 2 P.|

ii. Entwerfen Sie einen vollständigen Zustandsbeobachter mit Hilfe der Formel von Ackermann so, dass alle Eigenwerte des Fehlersystems bei $\frac{1}{2}$ liegen. 6 P.|

b) Geben Sie ein lineares, zeitinvariantes, zeitkontinuierliches System 2. Ordnung an, das folgende Eigenschaften aufweist: **2 P.|**

- Das System ist BIBO-stabil,
- das System ist nicht asymptotisch stabil und
- das System ist vollständig erreichbar.

.

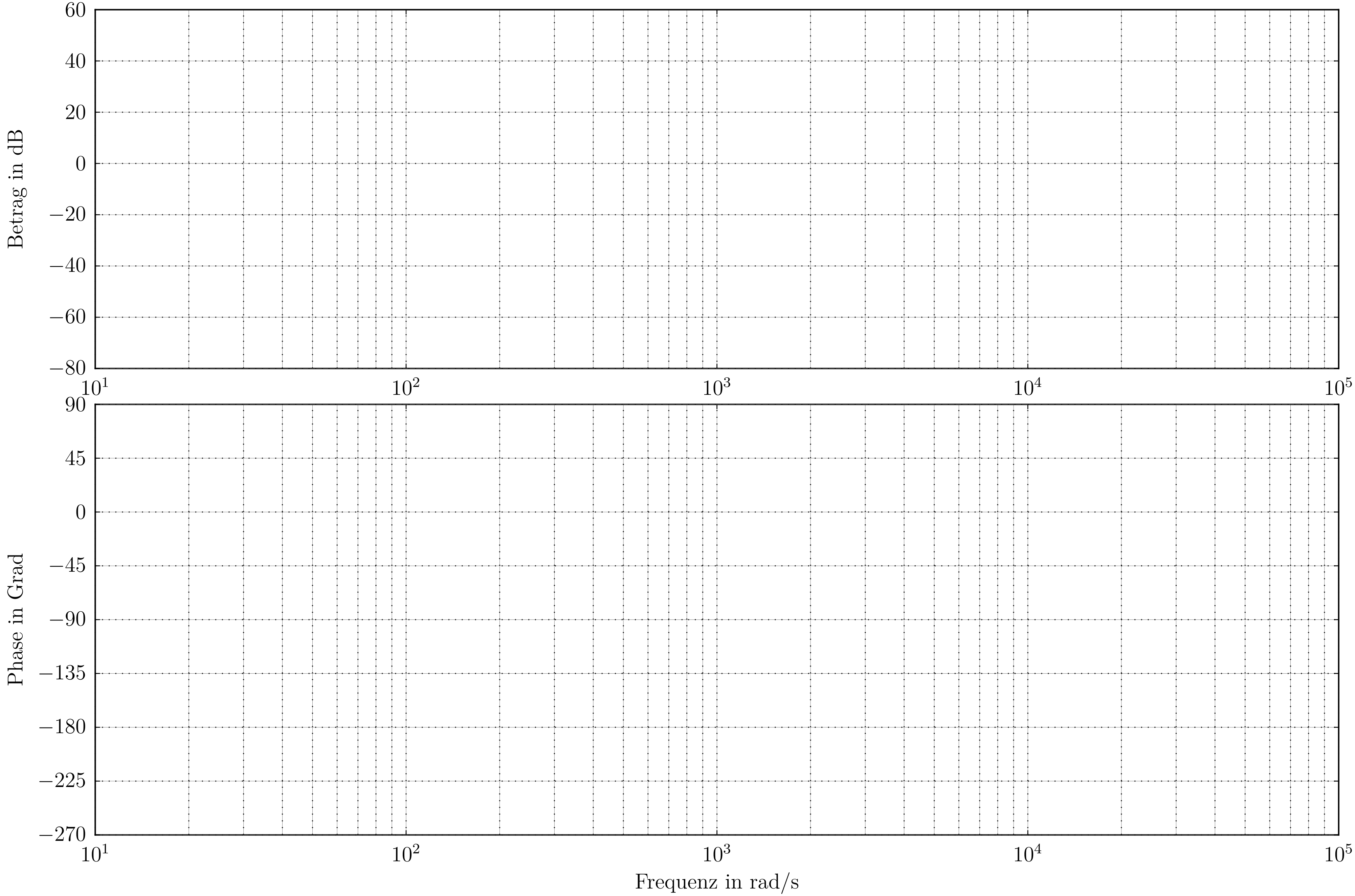

Abbildung 1: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 3c