**Technische Universität Wien**
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 27.11.2015

Arbeitszeit: 120 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|
| erreichbare Punkte | 12 | 8 | 11 | 9 | 40 |
| erreichte Punkte | | | | | |

**Bitte** ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ Do., 03.12.2015 ☐ Mo., 07.12.2015 ☐ Mi., 09.12.2015

**Viel Erfolg!**

1. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben: 12 P.|

   a) Gegeben ist die Systemantwort eines Abtastsystems laut Abbildung 1. Bearbeiten Sie folgende Aufgaben: 7 P.|

      i. Bestimmen Sie die Impulsantwort und zeichnen Sie diese in Abbildung 1 ein. 2 P.|

      ii. Der Eingangs- und Ausgangsvektor des Systems lauten 3 P.|

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ \beta \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

      Bestimmen Sie den Parameter $\beta$ sowie die Dynamikmatrix $\mathbf{\Phi}$.
      **Hinweis:** Falls Sie Punkt i. nicht gelöst haben verwenden Sie die Impulsantwort $g_k = \delta_{k-1} - 2\delta_{k-2} + 8\delta_{k-4}$.
      Nutzen Sie die Eigenschaft der finiten Impulsantwort für den Ansatz der Dynamikmatrix und nehmen Sie $\Phi_{i,j} \geq 0$ an.

      iii. Ist das System vollständig steuerbar und/oder vollständig erreichbar? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich. 2 P.|

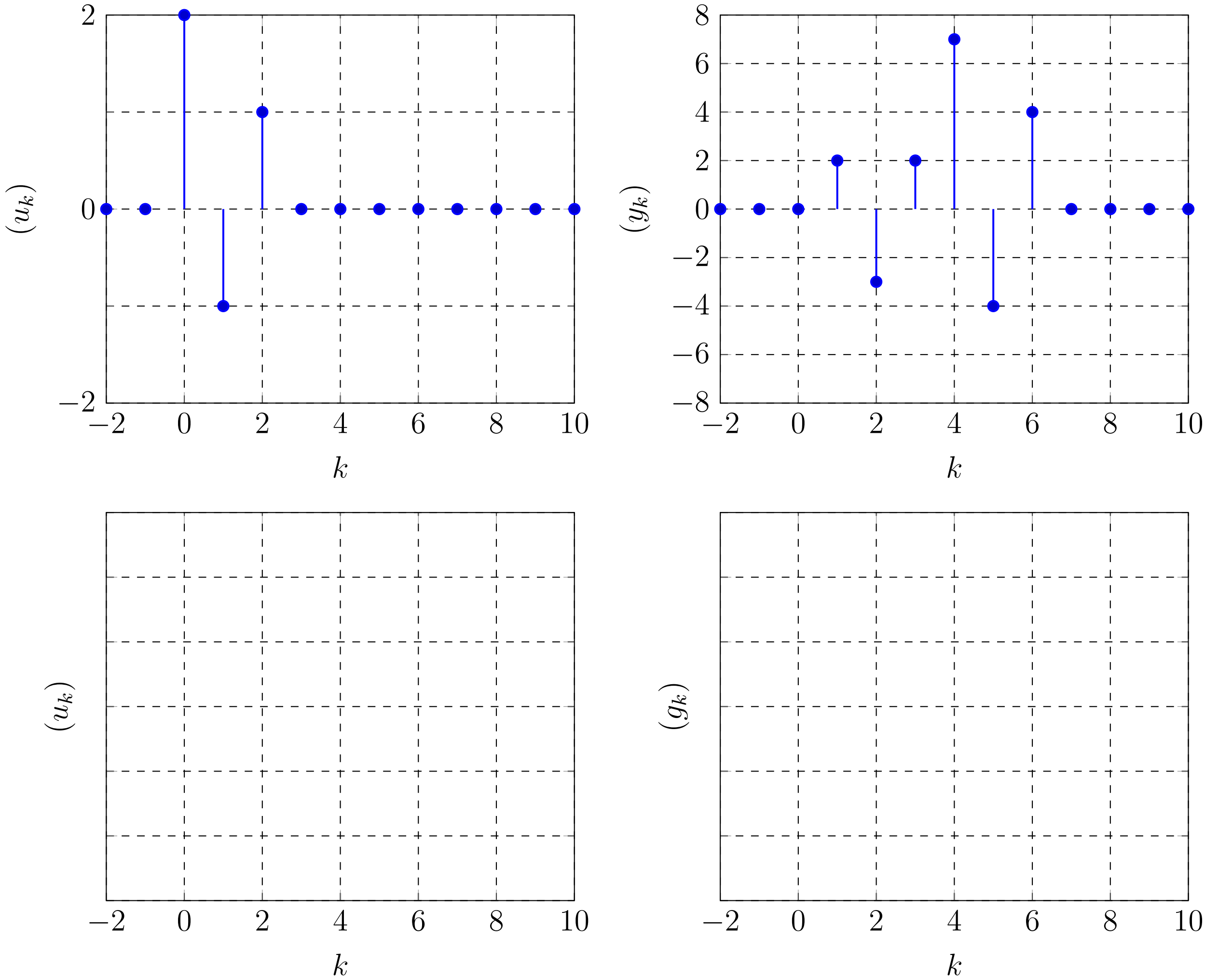


Abbildung 1: Eingangs-Ausgangsverhalten eines zeitdiskreten LTI-Systems.

b) Von einem System sind die zeitkontinuierliche und die zeitdiskrete Dynamikmatrix 5 P.|

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -20 & 10 & 4 \\ 0 & -20 & 23 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \exp(-2) & \exp(-2) & 0.5 \\ 0 & \exp(-2) & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

sowie der Eingangsvektor und die Ausgangsgleichung

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) \tag{3}$$

gegeben.

i. Berechnen Sie die Abtastzeit $T_A$ des Systems (2). 1 P.|

ii. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$. 2 P.|

iii. Ist das System BIBO-stabil? Kann aus BIBO-Stabilität auf asymptotische Stabilität geschlossen werden? Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Systems (2). 2 P.|

2. Gegeben ist das System 8 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \tag{4a}$$

$$y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \tag{4b}$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4c}$$

$$\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{4d}$$

Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben:

a) Für das System wird ein trivialer Beobachter mit dem geschätzten Zustand $\tilde{\mathbf{x}}$ verwendet. Was für ein Beobachtungsfehler $\mathbf{e} = \tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ ergibt sich im eingeschwungenen Zustand für einen Anfangsfehler von $\mathbf{e}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.7 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ und $u = 0$. 2 P.|

b) Ist das System (4) vollständig beobachtbar? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich. 2 P.|

c) Entwerfen Sie für das System (4) einen vollständigen Luenberger Beobachter für den das charakteristische Polynom des Fehlersystems 3 P.|

$$p(\lambda) = \lambda^3 + 9\lambda^2 + 26\lambda + 24 \tag{5}$$

lautet.

d) Welche Bedingung muss ein System erfüllen, um einen trivialen Beobachter anwenden zu können? Welche Bedingungen müssen beim Anwenden eines vollständigen Luenberger Beobachters gelten? 1 P.|

3. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben. 11 P.|

a) Gegeben ist ein Standardregelkreis mit einem Freiheitsgrad und 4.5 P.|

$$R(s) = \frac{1+\beta s}{1-2s} \qquad G(s) = \frac{1}{s-\alpha}.$$

i. Wie muss die Regelstrecke $G$ beschaffen sein, damit der vorgeschlagene Regler grundsätzlich sinnvoll verwendbar ist? Das heißt, in welchem Bereich muss $\alpha \in \mathbb{R}$ liegen, damit unabhängig von $\beta \in \mathbb{R}$ Stabilität möglich ist? 1.5 P.|

ii. Für welchen Parameterbereich von $\beta \in \mathbb{R}$ ist der Regelkreis unter der Berücksichtigung des Ergebnisses aus dem vorigen Unterpunkt i. intern stabil? 3 P.|

b) Gegeben ist ein lineares zeitinvariantes System in **Steuerbarkeitsnormalform** 6.5 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_R\mathbf{x} + \mathbf{b}_R u$$

mit $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$ und dem charakteristischen Polynom $p(\lambda) = \lambda^3 - \lambda$.

i. Geben Sie $\mathbf{A}_R$ und $\mathbf{b}_R$ an. 2 P.|

ii. Ist das System vollständig erreichbar? Begründen Sie Ihre Antwort! 1.5 P.|

iii. Es soll ein Regler entworfen werden, der den Zustand $x_1$ einer Solltrajektorie $z_1(t)$ nachführt. Dazu wird ein Regelgesetz der Form 3 P.|

$$u = \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} - k_1 z_1 - k_2 z_2 - k_3 z_3 - z_2 + \dot{z}_3$$

mit $\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$ angesetzt. Es gilt

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad \text{und} \quad \dot{z}_2 = z_3.$$

Berechnen Sie $\mathbf{k}^{\mathrm{T}}$ so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix $\mathbf{F}$ der Fehlerdynamik

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{F}\mathbf{e}$$

mit

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}$$

bei $-1$ liegen.

**Hinweis:** Berechnen Sie zuerst die Matrix $\mathbf{F}$.

4. Bearbeiten Sie folgende Teilaufgaben. 9 P.|

a) Gegeben ist das nichtlineare System 6 P.|

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1^2\cos(x_2) - 10 + u_1^2 \\ \dot{x}_2 &= -x_2 + \frac{u_2}{1+u_1} \\ \dot{x}_3 &= x_2^2 - x_3.\end{aligned} \tag{6}$$

i. Berechnen Sie alle Ruhelagen $\mathbf{x}_R$ des Systems (6) für einen allgemeinen konstanten Wert $\mathbf{u}_R$ der Eingangsgrößen. 1 P.|

ii. Berechnen Sie die Linearisierung von (6) mit der Ausgangsgröße 3 P.|

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} x_1x_2 + x_3 \\ \cos(x_1) + x_2u_1^2 \end{bmatrix}$$

um eine allgemeine Trajektorie $\mathbf{x}(t) = \tilde{\mathbf{x}}(t)$ mit den zugehörigen Eingangsgrößen $\mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{u}}(t)$.

iii. Geben Sie für $u_1 \equiv u_2 \equiv 0$ eine Trajektorie $\tilde{\mathbf{x}}$ so an, dass die Linearisierung von (6) um diese Trajektorie ein zeitinvariantes System darstellt. Beachten Sie, dass zumindest eine Komponente von $\tilde{\mathbf{x}}$ explizit von der Zeit abhängig sein soll. 2 P.|

b) Geben Sie eine mögliche Übertragungsfunktion $G(s)$ zum nachstehend abgebildeten Bode-Diagramm an und beschreiben Sie Ihren Lösungsweg. 3 P.|