Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung am 27.11.2015

LÖSUNG

Aufgabe 1:

a) Lösung zur Unteraufgabe

i.

$$g_k = \delta_{k-1} - \delta_{k-2} + 4\delta_{k-4}$$

ii.

$$\beta = -1, \quad \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

iii. Das System ist vollständig steuerbar und vollständig erreichbar. Die Steuerbarkeit folgt direkt aus der finiten Impulsantwort des Systems und die Erreichbarkeit aus $\mathrm{rang}(\mathcal{R}) = 4$.

b) Lösung zur Unteraufgabe

i. $T_A = 100\,\mathrm{ms}$

ii.

$$G(z) = \frac{1}{z - \exp(-2)}$$

iii. Das System ist BIBO-stabil (alle Pole im Einheitskreis), allerdings nicht asymptotisch stabil (ein Eigenwert bei $\lambda = 1$). Dieser Eigenwert tritt nicht im Eingangs-Ausgangsverhalten auf, wodurch von BIBO-Stabilität nicht auf asymptotische Stabilität geschlossen werden kann.

Aufgabe 2:

a) $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

b) Das System ist vollständig beobachtbar, da die Beobachbarkeitsmatrix

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

vollen Rang hat.

c)

$$\hat{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} -5 & 9 & -6 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

d) Für den trivialen Beobachter muss das System stabil sein und für den Luenberger Beobachter vollständig beobachtbar.

Aufgabe 3:

a) Lösung zur Unteraufgabe

i. $\alpha > 1$

ii. $\beta < -1 - 2\alpha$, durch $\alpha > 1$ könnte prinzipiell eine Pol-/Nullstellenkürzung in der rechten abgeschlossenen s-Halbebene in RG auftreten, durch $\beta < -1 - 2\alpha$ ist aber auch das ausgeschlossen, damit ist interne Stabilität gegeben.

b) Lösung zur Unteraufgabe

i.

$$\mathbf{A}_R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{b}_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ii. Ja, weil in Steuerbarkeitsnormalform.

iii.

$$k_1 = -1 \quad k_2 = -4 \quad k_3 = -3$$

Aufgabe 4:

a) Lösung zur Unteraufgabe

i.

$$\mathbf{x}_R = \begin{bmatrix} \pm\sqrt{\frac{10-u_{R,1}^2}{\cos\left(\frac{u_{R,2}}{1+u_{R,1}}\right)}} \\ \frac{u_{R,2}}{1+u_{R,1}} \\ \left(\frac{u_{R,2}}{1+u_{R,1}}\right)^2 \end{bmatrix}$$

ii. Die Matrizen der Linearisierung lauten

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 2x_1\cos(x_2) & -x_1^2\sin(x_2) & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2x_2 & -1 \end{bmatrix}\Bigg|_{\mathbf{x}=\tilde{\mathbf{x}}(t)} \qquad \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} 2u_1 & 0 \\ -\frac{u_2}{(1+u_1)^2} & \frac{1}{1+u_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\Bigg|_{\mathbf{u}=\tilde{\mathbf{u}}(t)}$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} x_2 & x_1 & 1 \\ -\sin(x_1) & u_1^2 & 0 \end{bmatrix}\Bigg|_{\mathbf{u}=\tilde{\mathbf{u}}(t),\mathbf{x}=\tilde{\mathbf{x}}(t)} \qquad \mathbf{D}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2u_1x_2 & 0 \end{bmatrix}\Bigg|_{\mathbf{u}=\tilde{\mathbf{u}}(t),\mathbf{x}=\tilde{\mathbf{x}}(t)}.$$

iii.

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \pm\sqrt{10} \\ 0 \\ e^{-t} \end{bmatrix}$$

b)

$$G(s) = \frac{1000\left(\frac{s}{0.1}+1\right)\left(\frac{s}{10^4}+1\right)}{\left(\frac{s}{10}+1\right)^2}$$