Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 23.09.2016

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	12	9	11	8	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ Fr., 30.09.2016 ☐ Mo., 03.10.2016 ☐ Di., 04.10.2016

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben: 12 P.|

a) Gegeben ist die Übertragungsfunktion 5 P.|

$$G(s) = \frac{22500\sqrt{3}}{\left(s^2 + s150\sqrt{3}\right)\left(15 + \frac{s\left(2+\sqrt{3}\right)}{10}\right)}.$$

Entwerfen Sie einen **realisierbaren** Regler der Form

$$R(s) = V\frac{(1 + sT_D)}{s^\rho\,(1 + sT_R)^\chi}$$

mit einer minimalen Anzahl an Parametern nach dem FKL-Verfahren, sodass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises folgende Eigenschaften aufweist:

- Anstiegszeit $t_r = 0.01\mathrm{s}$
- Überschwingen $\ddot{u} = 25\ \%$
- $e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$.

Bestimmen Sie

i. die Parameter ρ, χ, 1 P.|

ii. die Zeitkonstante T_D, 1.5 P.|

iii. den Verstärkungsfaktor V, 1.5 P.|

iv. die Zeitkonstante T_R. 1 P.|

Hinweis: Vernachlässigen Sie bei der Bestimmung des Verstärkungsfaktors und der Zeitkonstante T_D eventuell notwendige Realisierungsterme.

b) Von einem kausalen **zeitkontinuierlichen** LTI System sind die Hankelmatrix 4 P.|

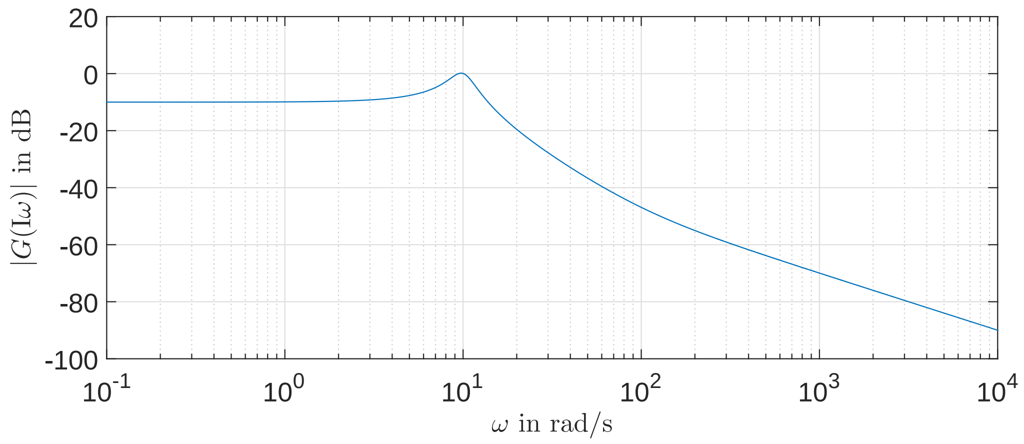
$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & -14 \\ 4 & -14 & 52 \end{bmatrix}$$

und die Eigenwerte $\lambda_1 = -3, \lambda_2 = -2$ sowie $\lambda_3 = -1$ bekannt.

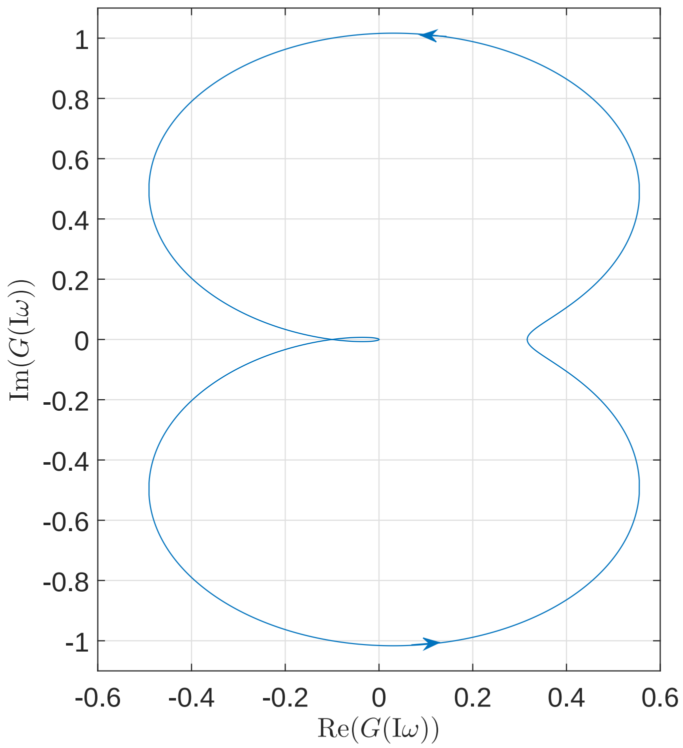
i. Berechnen Sie die Impulsantwort $g(t)$ des Systems. 3 P.|

ii. Berechnen Sie die Sprungantwort $h(t)$ des Systems. 1 P.|

c) Geben Sie eine mögliche Übertragungsfunktion $G(s)$ der Ortskurve und des Betragsganges an, welche in Abbildung 1 dargestellt sind. Begründen Sie ihren Lösungsweg. 3 P.|



(a) Betragsgang



(b) Ortskurve

Abbildung 1: Betragsgang und Ortskurve von $G(s)$ zur Aufgabe 1c.

2. Gegeben ist das mathematische Modell einer Regelstrecke 9 P.|

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} u \\
y &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}
\end{aligned} \tag{1}
$$

wobei $\alpha \in \mathbb{R}$ gilt.

a) Bestimmen Sie alle Werte des Parameters α, für welche das System vollständig erreichbar, vollständig beobachtbar und asymptotisch stabil ist. 5 P.|

b) Wählen Sie $\alpha = 1$. Ist es sinnvoll unter dieser Bedingung für das System (2) einen trivialen Beobachter zu entwerfen? (Begründen Sie Ihre Antwort) 1 P.|

c) Entwerfen Sie für das System (2) mit $\alpha = 1$ einen vollständigen Luenberger Beobachter. Wählen Sie hierbei für das charakteristische Polynom der Dynamikmatrix des Fehlersystems 3 P.|

$$p(\lambda) = \lambda^3 + 6\lambda^2 + 12\lambda + 8.$$

3. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben: 11 P.|

a) Gegeben ist das **vollständig steuerbare** zeitdiskrete LTI-System 7 P.|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} u_k. \tag{2}$$

i. Ist das System (2) vollständig erreichbar? Begründen Sie ihre Antwort. 1 P.|

ii. Geben Sie eine Eingangsfolge u_k an, welche das System (2) von einem beliebigen Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ in maximal drei Zeitschritten in den Ursprung überführt, d.h. $\mathbf{x}_k = \mathbf{0}$ für $k \geq 3$. 3 P.|

iii. Entwerfen Sie für das System (2) einen Zustandsregler der Form $u_k = \mathbf{k}^\mathrm{T}\mathbf{x}_k$ mit dem Vektor $\mathbf{k}^\mathrm{T} = [k_1, k_2, k_3]$, sodass die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $\left[0, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$ zu liegen kommen. 3 P.|
Hinweis: Ein Koeffizient von $\mathbf{k}$ ist nach belieben wählbar.

b) Gegeben ist ein zeitdiskretes LTI System in Form der Differenzengleichung 4 P.|

$$-\frac{1}{2}y_k + \frac{1}{4}y_{k-2} = -2u_{k-1} + 6u_{k-2}. \tag{3}$$

i. Berechnen Sie für die Differenzengleichung (3) die z-Übertragungsfunktion $G(z)$. 2 P.|

ii. Beurteilen Sie die BIBO-Stabilität des Systems . 1 P.|

iii. Berechnen Sie den stationären Endwert y_∞ der **Sprungantwort** . 1 P.|

4. Betrachten Sie das nichtlineare mathematische Modell einer Regelstrecke 8 P.|

$$
\begin{aligned}
\dot{x_1} &= x_2 \\
\dot{x_2} &= \sin(x_1)x_2^2 - x_2 + u \\
\dot{x_3} &= x_4 \\
\dot{x_4} &= -\sin(2x_1) + 3x_2 - x_4 + u \\
y &= x_4
\end{aligned}
\tag{4}
$$

mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4]^{\mathrm{T}}$, der Eingangsgröße u und dem Streckenausgang y.

a) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems (4). 2 P.|

b) Linearisieren Sie das System (4) um die Ruhelage $\mathbf{x}_R = [\pi\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$, $u_R = 0$. Geben Sie das resultierende lineare System an. 4 P.|

c) Angenommen $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ ist eine Trajektorie des Systems (4) für eine vorgegebene Eingangsgröße $\tilde{u}(t)$, welche den Zustand des Systems von $\mathbf{x}_0 = \tilde{\mathbf{x}}_0$ in $\mathbf{x}_{op} = \tilde{\mathbf{x}}_{op}$ überführt. Linearisieren das System (4) um diese Trajektorie und geben Sie das resultierende lineare System an. Zu welcher Systemklasse kann das linearisierte System zugeordnet werden? 2 P.|