Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 31.03.2017

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	11	8	11	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ Mo., 10.04.2017 ☐ Di., 11.04.2017

Viel Erfolg!

1. Die folgenden Aufgaben können getrennt voneinander bearbeitet werden. 11 P.|

   a) Gegeben ist die folgende Übertragungsfunktion:

   $$G(z) = \frac{41z^2 + 2z - 39}{8z^2 - 4z + 4}$$

   Berechnen Sie für ein allgemeines Ω_0 die zugehörige q-Übertragungsfunktion $G^{\#}(q)$. 3 P.|

   b) Für eine Abtastzeit von $T_a = 1\text{s}$ ergibt sich die q-Übertragungsfunktion 4 P.|

   $$G^{\#}(q) = \frac{1 + 20q}{q^2 + q + 2}\,. \tag{1}$$

   Entwerfen Sie für (1) einen Regler der Form

   $$R^{\#}(q) = V_R \frac{z_R(q)}{q^{\gamma}(1 + qT_R)^{\delta}}$$

   so, dass die konjugiert-komplexen Polstellen von $G^{\#}(q)$ kompensiert werden. Bestimmen Sie γ, δ, T_R und V_R für die Vorgaben

   i. $t_r = 12\text{s}$
   ii. $\ddot{\text{u}} = 7\%$
   iii. $e_\infty|_{r_k=(1)^k} = 0$

   an den geschlossenen Regelkreis.
   Hinweis: $\arctan(2) \approx 63°$

   c) Gegeben ist die Impulsantwort $(g_k) = (0, 1, 2, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \dots)$ eines linearen, zeitinvarianten Abtastsystems mit $n = 3$ Zuständen. 4 P.|

   i. Bestimmen Sie die zur Eingangsfolge $(u_k) = (1, -1, 0, 2, 0, 0, \dots)$ zugehörige Ausgangsfolge (y_k). 1 P.|
   ii. Prüfen Sie das System auf BIBO-Stabilität, Erreichbarkeit sowie Beobachtbarkeit. 3 P.|

2. Gegeben ist das zeitdiskrete System 8 P.|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k$$

a) Bestimmen Sie unter welchen Bedingungen an die Parameter $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$ das System vollständig beobachtbar ist. 4 P.|
Hinweis: Verwenden Sie den PBH-Eigenvektortest.

b) Entwerfen Sie einen Zustandsregler $u_k = \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k$ so, dass das charakteristische Polynom des geschlossenen Kreises sich zu 4 P.|

$$p(\lambda) = \lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + \frac{1}{2}$$

ergibt.

3. Betrachten Sie den in Abbildung 1 dargestellten Regelkreis. 11 P.|

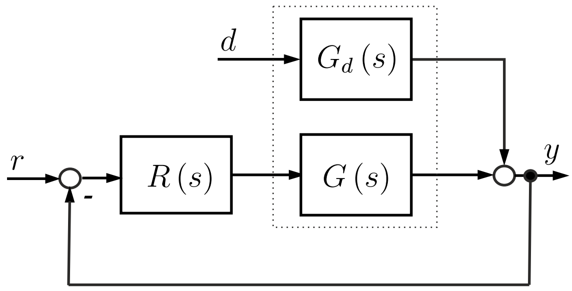

Abbildung 1: Einschleifiger Standardregelkreis.

Die Strecke ist durch die Übertragungsfunktionen

$$G(s) = \frac{s + \frac{1}{2}}{s^2 - 3\alpha s - 2}, \quad G_d(s) = \frac{1}{s}$$

mit einem Parameter $\alpha \in \mathbb{R}$ gegeben. Der Regler ist durch

$$R(s) = \frac{a_0 + a_1 s}{b_0 + b_1 s}$$

mit $a_0, a_1, b_0, b_1 \in \mathbb{R}$ gegeben.

a) Nehmen Sie an, dass $\alpha = 1$ gilt. Berechnen Sie den Regler $R(s)$ so, dass alle Pole der Führungsübertragungsfunktion auf -1 liegen. 3 P.|

b) In weiterer Folge wird wieder $\alpha \in \mathbb{R}$ betrachtet. Bestimmen Sie den zulässigen Wertebereich für α unter dem die Führungsübertragungsfunktion mit dem Regler aus Unterpunkt a) BIBO-stabil ist. 3 P.|

   Hinweise: Bitte stellen Sie eindeutig dar, welche Bedingung(en) an α zu stellen ist (sind), damit die Führungsübertragungsfunktion BIBO-stabil ist. Insbesondere können redundante Bedingungen nicht berücksichtigt werden. Falls Sie im Unterpunkt a) kein Ergebnis für $R(s)$ erhalten haben, können Sie ersatzweise den Regler $R(s) = \frac{5+s}{1+s}$ verwenden. Dies gilt auch für die nachfolgenden Unterpunkte, bei denen $R(s)$ benötigt wird.

c) Bestimmen Sie eine Minimalrealisierung des Reglers $R(s)$ aus Unterpunkt a). 1 P.|

d) Es gelte $\alpha = -1$. Werden mit dem Regler aus Unterpunkt a) konstante Störungen $d(t) = d_c$ stationär unterdrückt? Falls nicht, geben Sie die bleibende Abweichung $\lim_{t\to\infty} y(t)$ zufolge von d_c an. Argumentieren Sie bezüglich der Anwendbarkeit des Grenzwertsatzes. 2 P.|

e) Nehmen Sie an, es gilt $R(s) = 4$ und $\alpha = 1$. Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ für $r(t) = 0$ sowie $d(t) = \sigma(t)$. 2 P.|

4. Bearbeiten Sie die nachfolgenden voneinander unabhängigen Aufgabenstellungen. 10 P.|

a) Abbildung 2 zeigt die Sprungantwort eines linearen zeitinvarianten Systems. 3 P.|

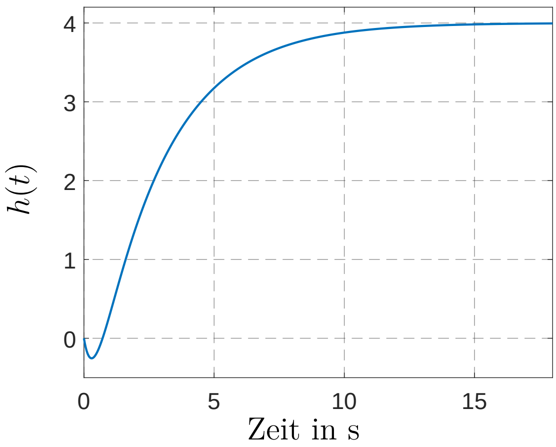

Abbildung 2: Sprungantwort $h(t)$ eines linearen zeitinvarianten Systems.

Bestimmen Sie aus den gegebenen Übertragungsfunktionen $G_i(s)$, $i = 1, \ldots, 4$, die zu der Sprungantwort gemäß Abbildung 2 passende und berechnen Sie weiters die Konstante $c \in \mathbb{R}$ mit $c \neq 0$. Achten Sie auf eine ausreichende Begründung Ihrer Antworten.

$$G_1(s) = c\frac{s-2}{s^2+3s+1} \qquad G_2(s) = c\frac{s(s-2)}{s^2+3s+1}$$
$$G_3(s) = c\frac{s+2}{s^2+3s+1} \qquad G_4(s) = c\frac{s-2}{s^2+0.01s+1}$$

b) Die Transitionsmatrix eines linearen zeitkontinuierlichen zeitinvarianten Systems lautet 3 P.|

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-4t}\left(-\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right) + 2\cos\left(\sqrt{2}t\right)\right) & \frac{3}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{-4t}\sin\left(\sqrt{2}t\right) \\ \frac{-1}{\sqrt{2}}\mathrm{e}^{-4t}\sin\left(\sqrt{2}t\right) & \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-4t}\left(\sqrt{2}\sin\left(\sqrt{2}t\right) + 2\cos\left(\sqrt{2}t\right)\right) \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Dynamikmatrix $\mathbf{A}$. Wie lauten die zugehörigen Eigenwerte?

Hinweis: Benutzen Sie die Eigenschaften der Transitionsmatrix.

c) Wie groß ist die stetige Winkeländerung des Polynoms 1 P.|

$$p(s) = s^2 + 8s + 2 \quad ?$$

d) Gegeben ist das nichtlineare System zweiter Ordnung 3 P.|

$$\dot{x}_1 = x_1(x_2^2 - 2), \tag{2a}$$
$$\dot{x}_2 = 2\cos(x_1) + (x_2 - 2) + u. \tag{2b}$$

i. Berechnen Sie für $u_R = 2$ sämtliche Ruhelagen $\mathbf{x}_R = [x_{1,R}\ x_{2,R}]^{\mathrm{T}}$ des Systems (2). 2 P.|

ii. Wählen Sie aus der Menge aller Ruhelagen von (2) eine solche mit dem kleinsten Abstand zu $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Linearisieren Sie das System um diese Ruhelage und geben Sie das resultierende lineare zeitinvariante dynamische System explizit an. 1 P.|

Hinweis: Der Abstand r eines Zustandsvektors $\mathbf{x} = [x_1\ x_2]^{\mathrm{T}}$ zu $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ist durch $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ gegeben.