

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 19.05.2017

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	11	9	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und
- ... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ Mo., 29.05.2017

☐ Di., 30.05.2017

Viel Erfolg!

1. Die folgenden Aufgaben zu zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten dynamischen Systemen können getrennt voneinander bearbeitet werden.

11 P. |

- a) Gegeben ist das nichtlineare zeitkontinuierliche System

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2^2 - e(2x_2 - 1) + x_1 \sin(u) \\ \dot{x}_2 &= (x_1 + d) \cos(u) \\ y &= 7x_1^2 + \frac{1}{x_2 + 1}\end{aligned}$$

mit dem Zustand $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T$, dem Eingang u , dem Ausgang y und den konstanten Skalaren d, e , wobei $e \geq 1$ gilt.

- i. Berechnen Sie alle Ruhelagen dieses Systems für $u = 0$. 1 P. |
- ii. Linearisieren Sie das nichtlineare System um die Ruhelagen aus der vorherigen Aufgabe und geben Sie das Ergebnis in der Form $\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u$, $\Delta y = \mathbf{c}^T \Delta \mathbf{x}$ an. 2.5 P. |
- iii. Bestimmen Sie d und e so, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ null sind. 1 P. |

- b) Es wird das lineare zeitinvariante autonome System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

betrachtet.

- i. Ist dieses System global asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P. |
- ii. Bestimmen Sie die Transitionsmatrix $\Phi(t)$. 2.5 P. |
- iii. Berechnen Sie $\mathbf{x}(t \geq 0)$ für $\mathbf{x}(t = 0) = [x_{1,0} \ x_{2,0}]^T$. 0.5 P. |

- c) Gegeben ist das lineare zeitdiskrete System

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= [1 \ 2] \mathbf{x}_k.\end{aligned}$$

- i. Ist dieses System vollständig beobachtbar? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P. |
- ii. Bestimmen Sie die z -Übertragungsfunktion $\mathbf{G}(z)$ des Abtastsystems. 1 P. |
- iii. Ist die z -Übertragungsfunktion $\mathbf{G}(z)$ BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort! 0.5 P. |

2. Gegeben ist das Pol/Nullstellen Diagramm der Übertragungsfunktion $G(s)$.

9 P. |

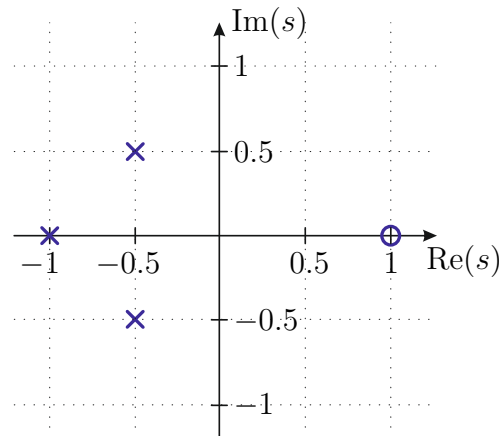


Abbildung 1: Pol/Nullstellendiagramm.

- a) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ an und charakterisieren Sie das System auf Phasenminimalität und Sprungfähigkeit. Begründen Sie ihre Antworten!
- b) Gemäß Abbildung 2 soll nun ein P-Regler mit dem konstanten Verstärkungsfaktor $\alpha \in \mathbb{R}$ entworfen werden. Bestimmen Sie den zulässigen Wertebereich für α für den der geschlossene Kreis BIBO-stabil ist.

1.5 P. |

3 P. |

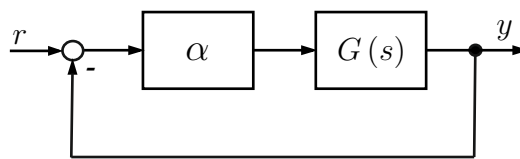


Abbildung 2: Einschleifiger Standardregelkreis.

- c) Entwerfen Sie mithilfe des FKL-Verfahrens einen Kompensationsregler der Form

4.5 P. |

$$R_1(s) = \frac{V_R n(s)}{s(1 + sT_R)^\rho} \quad (1)$$

für die Übertragungsfunktion

$$G_1(s) = \frac{s + 2}{\left(s + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)(s^2 + s + 1)} \quad (2)$$

sodass die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises folgenden Anforderungen genügt:

- Anstiegszeit $t_r = 0.75s$
- Prozentuelles Überschwingen $\ddot{u} = 25\%$
- Keine bleibende Regelabweichung

Wählen Sie den kleinst möglichen Wert für $\rho \in \mathbb{N}$, damit die obigen Anforderungen erfüllt werden können.

3. Die folgenden Aufgaben können getrennt voneinander bearbeitet werden.

10 P. |

a) Gegeben ist das zeitkontinuierliche System 5. Ordnung

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Die Erreichbarkeitsmatrix $\mathcal{R}$ und die Beobachtbarkeitsmatrix $\mathcal{O}$ des obigen Systems besitzen jeweils den Rang 4.

i. Bestimmen Sie den nicht erreichbaren Zustand.

1 P. |

ii. Bestimmen Sie den nicht beobachtbaren Zustand.

1 P. |

b) Gegeben ist das zeitdiskrete System

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k. \end{aligned} \quad (4)$$

i. Entwerfen Sie einen Dead-Beat Regler für das System (4).

3 P. |

ii. Bestimmen Sie jenes Gebiet $\mathcal{D}$ in der $(x_{1,0}, x_{2,0})$ -Ebene des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0$, damit die Stellgrößenbeschränkung $0 \leq u_k \leq 12$ nicht verletzt wird.

2 P. |

c) Entwerfen Sie für das zeitdiskrete System

3 P. |

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{8} & 0 & 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k &= \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \end{aligned} \quad (5)$$

einen Zustandsregler der Form $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$, sodass alle Eigenwerte des geschlossenen Kreises bei $\lambda_i = -\frac{1}{2}$ zu liegen kommen.

Hinweis: Um die Aufgabe zu lösen, muss die Erreichbarkeitsmatrix nicht berechnet werden.

4. Es soll das Separationsprinzip hergeleitet werden. Dieses besagt, dass bei der Kombination eines linearen Zustandsreglers mit einem vollständigen Luenberger Beobachter die Eigenwerte beim Entwurf des Reglers und des Beobachters getrennt voneinander vorgegeben werden können. Dazu wird das lineare zeitdiskrete System 10 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi \mathbf{x}_k + \Gamma u_k, \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$$

$$y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k$$

betrachtet. Als Messgröße steht nur der Ausgang y_k zur Verfügung und der Zustand $\mathbf{x}_k$ soll geschätzt werden. Der Zustandsregler besitzt die konstanten Verstärkungen $\mathbf{k}^T$ für den Zustand und g für die Führungsgröße r_k .

- a) Schreiben Sie den geschlossenen Kreis als Differenzengleichungssystem im Zustand $\mathbf{x}_{ges}^T = [\mathbf{x}^T \ \mathbf{e}^T]$ mit dem Schätzfehler $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ und der Führungsgröße r_k als neuem Eingang an. Dabei bezeichnet $\hat{\mathbf{x}}$ den beobachteten Zustand. 5 P. |
- b) Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $p_{ges}(z)$ des geschlossenen Kreises und trennen Sie dieses in das charakteristische Polynom für den Zustandsreglerentwurf $p_g(z)$ und für den Zustandsbeobachterentwurf $\hat{p}_g(z)$ auf. 2 P. |
- c) Bestimmen Sie die z -Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises vom Eingang r_k zum Ausgang y_k . Welche Ordnung hat die Übertragungsfunktion wenn $\dim(\mathbf{x}) = n$ ist? 3 P. |