

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 29.09.2017

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	8.5	7.5	15	9	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und
- ... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ Fr., 06.10.2017

☐ Mo., 09.10.2017

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie die folgenden Unterpunkte. Die Punkte a) und b) sind unabhängig voneinander lösbar.

8.5 P. |

- a) Gegeben ist ein Regelkreis nach Abbildung 1 mit dem Regler $R(s)$ und der

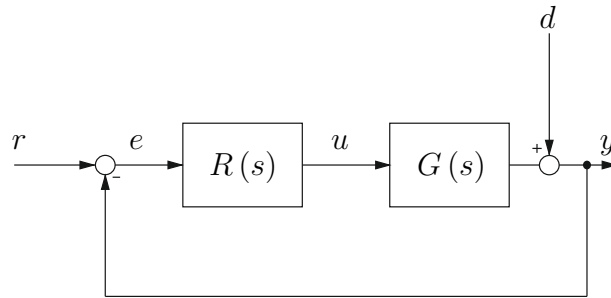


Abbildung 1: Standardregelkreis.

Strecke $G(s)$ in der Form

$$G(s) = 1000 \frac{(1-s)}{s(1+s)\left(1+\frac{s}{10}\right)}. \quad (1)$$

- i. Zeichnen Sie das Bodediagramm (Knickzugkennlinie/Asymptoten) von $G(s)$ in die beigelegte Vorlage. 2 P. |
- ii. Nehmen Sie an, dass ein Proportionalregler mit der Übertragungsfunktion $R(s) = 10$ das System stabilisieren soll. Zeichnen Sie sowohl das Bodediagramm des Reglers als auch jenes des offenen Regelkreises in die beigelegte Vorlage ein. Bestimmen Sie weiters die Durchtrittsfrequenz ω_c und die Phasenreserve Φ_r und markieren Sie diese im Diagramm. 2 P. |
- iii. Handelt es sich bei der Strecke $G(s)$ um ein phasenminimales System? (mit Begründung) 0.5 P. |
- iv. Bestimmen Sie den Bereich der Verstärkung k_p eines Proportionalreglers, für welchen der geschlossene Regelkreis ein stabiles System ergibt. 2 P. |

- b) Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{1}{10} \frac{(s+3)}{\left(\frac{s}{8}+1\right)(s+1)} e^{-3s} \quad (2)$$

und dem Eingang u . Das System wird nun mit

$$u(t) = \left(3 + 10 \sin\left(4t + \frac{2\pi}{3}\right) + e^{-t} + e^{-\frac{t}{10}} \cos\left(100t - \frac{\pi}{3}\right)\right) \sigma(t) \quad (3)$$

angeregt.

- i. Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Ausgangs $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand, wenn das System (2) mit $u(t)$ gemäß (3) beaufschlagt wird. 2 P. |

2. Bearbeiten Sie die folgenden Unterpunkte. Die Punkte a) und b) sind unabhängig voneinander lösbar.

7.5 P. |

- a) In diesem Beispiel soll eine Tauchtiefenregelung für ein Forschungs-U-Boot entwickelt werden. Die Dynamik der Tauchtiefe lässt sich mit

$$\frac{d^3}{dt^3}h + a\frac{d^2}{dt^2}h = b\underbrace{\Delta m}_u \quad (4)$$

beschreiben. Dabei kennzeichnet der Ausgang h die Tauchtiefe und Δm die aufzunehmende oder auszublasende Ballastwassermasse, welche gleichzeitig den Stelleingang bildet. Die Parameter a und b sind mit $a = b = 0.005$ anzunehmen.

Das System lässt sich offensichtlich durch die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{h(s)}{\Delta m(s)} = \frac{b}{s^2(a+s)}$ beschreiben. Entwerfen Sie eine Regelung für die Tauchtiefe, wobei der geschlossene Regelkreis nach Abbildung 1 die Eigenschaften

- Anstiegszeit $t_r = 1500\text{s}$
- Überspringen $\ddot{u} = 5\%$
- $e_\infty|_{d(t)=\sigma(t)} = 0$.

aufweisen soll.

- i. Mit welchen der unten angeführten Regler können die Anforderungen an den geschlossenen Regelkreis prinzipiell erfüllt werden? Begründen Sie Ihre Antwort für jeden Reglertyp. (Fehlende Realisierungsterme können außer Acht gelassen werden)

2.5 P. |

$$\begin{array}{ll} \text{a) } R(s) = k_p & \text{b) } R(s) = \frac{k_I}{s} \\ \text{c) } R(s) = \frac{k_I(1+sT)}{s} & \text{d) } R(s) = \frac{k(1+sT)(1+sT_D)}{s} \\ \text{e) } R(s) = k\frac{(1+sT_1)}{(1+sT_2)} & \end{array}$$

- ii. Berechnen Sie die Reglerparameter k_D und T für einen Regler mit der Struktur $R(s) = k_D(1+sT)$. Den notwendigen Realisierungsterm können Sie für die Berechnung der Parameter vernachlässigen.

2 P. |

Hinweis: $\tan(10^\circ) \approx \frac{1}{5}$

b) Betrachten Sie die Ortskurve der Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{z(s)}{(s - 0.25)(s - 1)(s + 1)(s + 4)}$$

aus Abbildung 2. Beantworten Sie mithilfe der Ortskurve folgende Fragen,

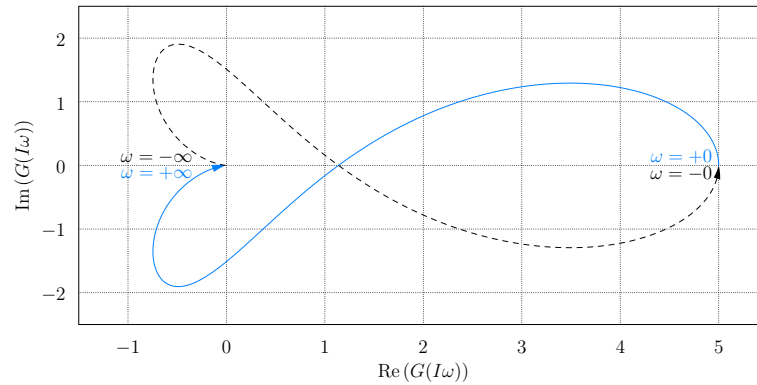


Abbildung 2: Ortskurve von $G(s)$.

ohne mit einem konkreten Polynom $z(s)$ zu argumentieren. Begründen Sie ihre Antworten ausführlich. Einfache Ja/Nein Aussagen sind nicht ausreichend!

- | | |
|--|--------|
| i. Ist $G(s)$ sprungfähig? | 0.5 P. |
| ii. Wie groß ist die stetige Winkeländerung von $G(s)$? | 0.5 P. |
| iii. Handelt es sich bei $z(s)$ um ein Hurwitzpolynom? | 2.0 P. |

3. Bearbeiten Sie die folgenden Unterpunkte. Die Punkte a) und b) sind unabhängig voneinander lösbar. 15 P. |

a) Gegeben ist ein zeitdiskretes System der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\Phi} \mathbf{x}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Gamma} u_k, \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0) \quad (5a)$$

mit

$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \alpha u_k \quad (5b)$$

- i. Ermitteln Sie die zeitdiskrete Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems (5). 2 P. |
- ii. Ist dieses System vollständig beobachtbar? 1 P. |
- iii. Hat der direkte Durchgriff α in (5b) einen Einfluss auf die Beobachtbarkeit des Systems? Begründen Sie ausführlich Ihre Antwort! 1 P. |
- iv. Reicht ein trivialer Beobachter (Simulator) aus, um den Zustand $\mathbf{x}_k$ zu schätzen? Klingt der Beobachtungsfehler $\mathbf{e}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k$ ab? **Hinweis:** Das explizite Berechnen der Eigenwerte ist nicht notwendig 1 P. |
- v. Entwerfen Sie einen vollständigen Luenberger Beobachter für den Zustand $\mathbf{x}_k$. Die Eigenwerte der Dynamikmatrix Φ_e des Fehlersystems $\mathbf{e}_{k+1} = \Phi_e \mathbf{e}_k$ mit $\mathbf{e}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k$ sollen die Werte $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = -\frac{1}{2}$ annehmen. 3 P. |
- vi. Überprüfen Sie, ob es möglich ist, die Eigenwerte der Dynamikmatrix $\Phi_g = \Phi + \Gamma \mathbf{k}^T$ des geschlossenen Kreises mit einer Zustandsrückführung der Form $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k + gr_k$ beliebig vorzugeben. 1 P. |
- vii. Es wird nun angenommen, dass das System mit einem Zustandsregler stabilisiert werden soll. Skizzieren Sie das Blockschaltbild (Zustandsregler/Zustandsbeobachter Konfiguration), welche das oben angegebene System als Strecke verwendet. Zudem soll der ermittelte Beobachter verwendet werden. Beschriften und benennen Sie sämtliche Blöcke und Verbindungslinien. 2 P. |

b) Gegeben ist das lineare zeitinvariante System

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u.$$

- i. Bestimmen Sie die Transitionsmatrix Φ des zugehörigen Abtastsystems für die Abtastzeit T_a mithilfe der Laplace Transformation. Geben Sie auch den zugehörigen Eingangsvektor Γ an. 2.0 P. |
- ii. Gegeben seien die Eigenwerte λ_j eines allgemeinen linearen zeitinvarianten Systems. Zeigen Sie, dass die Eigenwerte des entsprechenden Abtastsystems durch $\exp(\lambda_j T_a)$ gegeben sind. 2.0 P. |

4. Betrachten Sie die folgenden Unterpunkte. Die Punkte a) und b) sind unabhängig voneinander lösbar. 9 P.

a) Gegeben ist das lineare zeitinvariante System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u, & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}\end{aligned}$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

- i. Bestimmen Sie notwendige Bedingungen für α und β , damit die Ruhelage des autonomen Systems global asymptotisch stabil ist. 1.0 P.
- ii. Bestimmen Sie für den Fall $\alpha = -2, \beta = 1$ eine reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x} = \mathbf{V}\mathbf{z}$ derart, dass die Dynamikmatrix $\tilde{\mathbf{A}}$ des transformierten Systems 3 P.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{z}} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{b}}u, & \mathbf{z}(0) &= \mathbf{z}_0 \\ \tilde{\mathbf{y}} &= \tilde{\mathbf{c}}^T \mathbf{z}\end{aligned}$$

Diagonalform hat. Berechnen Sie die Transitionsmatrizen $\tilde{\Phi}$ und Φ des transformierten bzw. des ursprünglichen Systems.

- iii. Geben Sie ein hinreichendes und ein notwendiges Kriterium dafür an, dass eine allgemeine Dynamikmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ durch eine Ähnlichkeitstransformation auf Diagonalform transformiert werden kann. 1 P.

b) Betrachten Sie die folgenden Bewegungsgleichungen eines Satelliten

$$\ddot{r} = r\dot{\theta}^2 - \frac{k}{r^2} + u_1 \tag{7a}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{-2\dot{\theta}\dot{r}}{r} + \frac{1}{r}u_2. \tag{7b}$$

Dabei beschreibt r den Radius, θ den Winkel gemessen zur Vertikalen, u_1 den Schub in radialer Richtung und u_2 den Schub in tangentialer Richtung. Weiters gelte $k > 0$.

- i. Zeigen Sie, dass 1 P.

$$r(t) = r_0 = \text{const.} \tag{8a}$$

$$\dot{\theta}(t) = \omega_0 = \text{const.} \tag{8b}$$

und damit

$$\theta(t) = \omega_0 t + \theta_0 \tag{8c}$$

eine Lösung von (7) für $r(0) = r_0, \dot{r}(0) = 0, \theta(0) = \theta_0, \dot{\theta}(0) = \omega_0, u_1(t) = 0, u_2(t) = 0$ und $t \geq 0$ darstellt und bestimmen Sie das dafür nötige ω_0 .

- ii. Schreiben Sie das System (7) als Zustandsraummodell mit dem Zustand $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [r \ \dot{r} \ \theta \ \dot{\theta}]$ an. 1 P.
- iii. Linearisieren Sie dieses Zustandsraummodell um die Trajektorie (8) mit $u_1(t) = u_2(t) = 0$ und geben Sie das linearisierte Modell um diese Trajektorie an. 2.0 P.

