Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur VU Automatisierung am 02.02.2018

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	9	9	11	11	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ 12.02.2018 ☐ 13.02.2018

Viel Erfolg!

1. Gegeben ist das kontinuierliche System **9 P.|**

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{x}} &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b}u \\ y &= \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} \end{aligned} \tag{1}$$

mit den Matrizen

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ und } \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

a) Ist das gegebene System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. **1 P.|**

b) Geben Sie Bedingungen für die Koeffizienten a und b an, damit das System (1) vollständig beobachtbar ist. **2 P.|**

c) Berechnen Sie ein Zustandsregelgesetz für das System (1) unter der Annahme, dass für die Koeffizienten $a = -1$ sowie $b = 2$ gilt. Die Eigenwerte des geschlossenen Kreises sollen bei {-1, -1, -3} zu liegen kommen. **3 P.|**
Hinweis: Die Anwendung der Formel von Ackermann ist nicht notwendig aber nicht verboten!

d) Das Regelgesetz soll nun um einen Term der Form **3 P.|**

$$u = \boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} + gr$$

erweitert werden. Wählen Sie den Faktor g so, dass $\lim_{t\to\infty} y(t) = r$, wobei r eine Konstante ist.

2. Aufgabe **a)** und Aufgabe **b)** können voneinander unabhängig gelöst werden. **9 P.|**

a) Von einer Strecke ist die Übertragungsfunktion **6 P.|**

$$G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{(1+10s)}{(s)(1+0.1\frac{s}{10}+\frac{s^2}{100})} \tag{2}$$

bekannt.

i. Zeichnen Sie im beiliegenden Blatt den Amplitudengang sowie den Phasengang der drei Teile (jeweils in Klammern) der Übertragungsfunktion ein. Stellen Sie ebenfalls den Amplituden- bzw. Phasengang der gesamten Übertragungsfunktion $G(s)$ dar. 3 P.|

ii. Die Strecke (2) wird nun gemäß Abbildung 1 aufgeteilt. Berechnen Sie die Ausgangsgröße $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand für die Größe 3 P.|

$$e(t) = (3e^{-3t} + e^{-\frac{t}{10}} - 4\sin(10t + \frac{\pi}{4}))\sigma(t)\,.$$

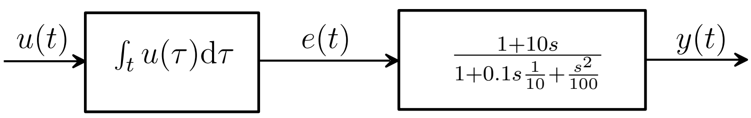

Abbildung 1: Aufteilung der Strecke.

Hinweis: Für diesen Unterpunkt können Sie eine Näherung mittels Frequenzkennlinien verwenden.

b) Von einem System ist die Differenzengleichung **3 P.|**

$$ay_{k+3} + by_{k+2} + cy_{k+1} + dy_k + eu_k = 0$$

gegeben.

i. Geben Sie das System in Zustandsdarstellung für $a \neq 0$ an. Wählen sie als Ausgang y_k. 2 P.|

ii. Wie müssen die Koeffizienten (a, b, c, d, e) gewählt werden, dass alle Eigenwerte der Dynamikmatrix bei 0 zu liegen kommen? 1 P.|

3. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben **11 P.|**

a) Gegeben ist die Übertragungsfunktion **2 P.|**

$$G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{1}{s}\,. \tag{3}$$

i. Geben Sie die Zustandsdarstellung von (3) an. 1 P.|

ii. Kann für das System aus i. ein trivialer Beobachter eingesetzt werden? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P.|

b) Gegeben ist die Übertragungsfunktion der Strecke **6 P.|**

$$G(s) = \frac{5}{\left(\frac{s}{\omega_1}\right)^2 + 2\xi\frac{s}{\omega_1} + 1} \tag{4}$$

mit $\omega_1 = 3\sqrt{3}$ und $\xi = 1$.

i. Entwerfen Sie mittels des Frequenzkennlinienverfahrens einen PI-Regler der Form 3 P.|

$$R(s) = \frac{V_I(1 + sT_I)}{s} \tag{5}$$

so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises den folgenden Anforderungen genügt:

- Anstiegszeit $t_r = 0.5\,\mathrm{s}$
- prozentuelles Überschwingen $ü = 10\,\%$
- bleibende Regelabweichung $e_\infty = 0$

ii. Skizzieren Sie die Sprungantwort des geschlossenen Kreises und zeichnen Sie Anstiegszeit, Überschwingen und die bleibende Regelabweichung ein. 2 P.|

iii. Skizzieren Sie die Sprungantwort des PI-Reglers (5) und zeichnen Sie V_I und T_I ein. 1 P.|

c) Gegeben ist die Übertragungsfunktion **3 P.|**

$$G(s) = \frac{4}{\left(1 + \frac{s}{2}\right)s}\,. \tag{6}$$

Bestimmen Sie die q-Übertragungsfunktion $G^{\#}(q)$ mit der Abtastzeit $T_a = 0.1\,\mathrm{s}$. **Hinweis:** $\tanh(x) \approx x$ für $|x| \ll 1$

4. Lösen Sie folgende Aufgaben! **11 P.**

a) Gegeben ist das nichtlineare Differenzialgleichungssystem eines chemischen Prozesses **5 P.**

$$\dot{x}_1 = c_1 - c_2 x_1 + c_3 x_1^2 x_2 - c_4 x_1 \tag{7a}$$
$$\dot{x}_2 = c_2 x_1 - c_3 x_1^2 x_2 \tag{7b}$$

i. Berechnen Sie die Ruhelagen $(x_{1,\mathrm{R}}, x_{2,\mathrm{R}})$ des Systems! 2 P.

ii. Linearisieren Sie das autonome System um eine allgemeine Ruhelage $(x_{1,\mathrm{R}}, x_{2,\mathrm{R}})$. 2 P.

iii. Wie lautet der Zusammenhang zwischen dem Zustand $\mathbf{x}^\mathrm{T} = [x_1, x_2]$ des Systems (7) und dem Zustand $\Delta\mathbf{x}^\mathrm{T} = [\Delta x_1, \Delta x_2]$ des linearisierten Systems? 1 P.

b) Bestimmen Sie für die in (8) gegebene Transitionsmatrix eines linearen, zeitinvarianten Systems **2 P.**

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-3t} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2t} & \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-3t} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2t} \\ \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-3t} - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2t} & \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-3t} + \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2t} \end{bmatrix} \tag{8}$$

i. die dazugehörige Dynamikmatrix $\mathbf{A}$, 1 P.

ii. deren Inverse $\mathbf{\Phi}^{-1}(t)$. 1 P.

c) Gegeben ist der in Abbildung 2 dargestellte Regelkreis mit der Übertragungsfunktion **4 P.**

$$G(s) = \frac{2(s-1)}{(s^2-4)} \,. \tag{9}$$

Welche der folgenden Regler führen zu einem intern stabilen Regelkreis? Begründen Sie Ihre Antworten!

$$R_1(s) = \frac{s-2}{s+10} \qquad R_2(s) = \frac{16\left(1+s\frac{1}{2}\right)}{s-10} \qquad R_3(s) = 10$$

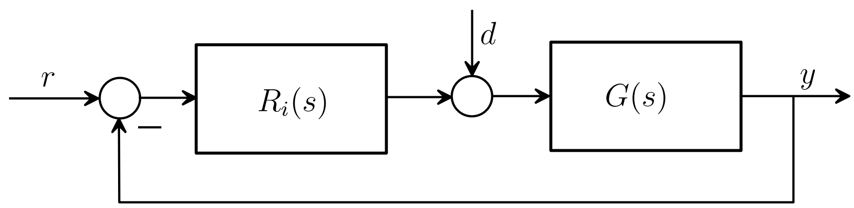

Abbildung 2: Regelkreis.

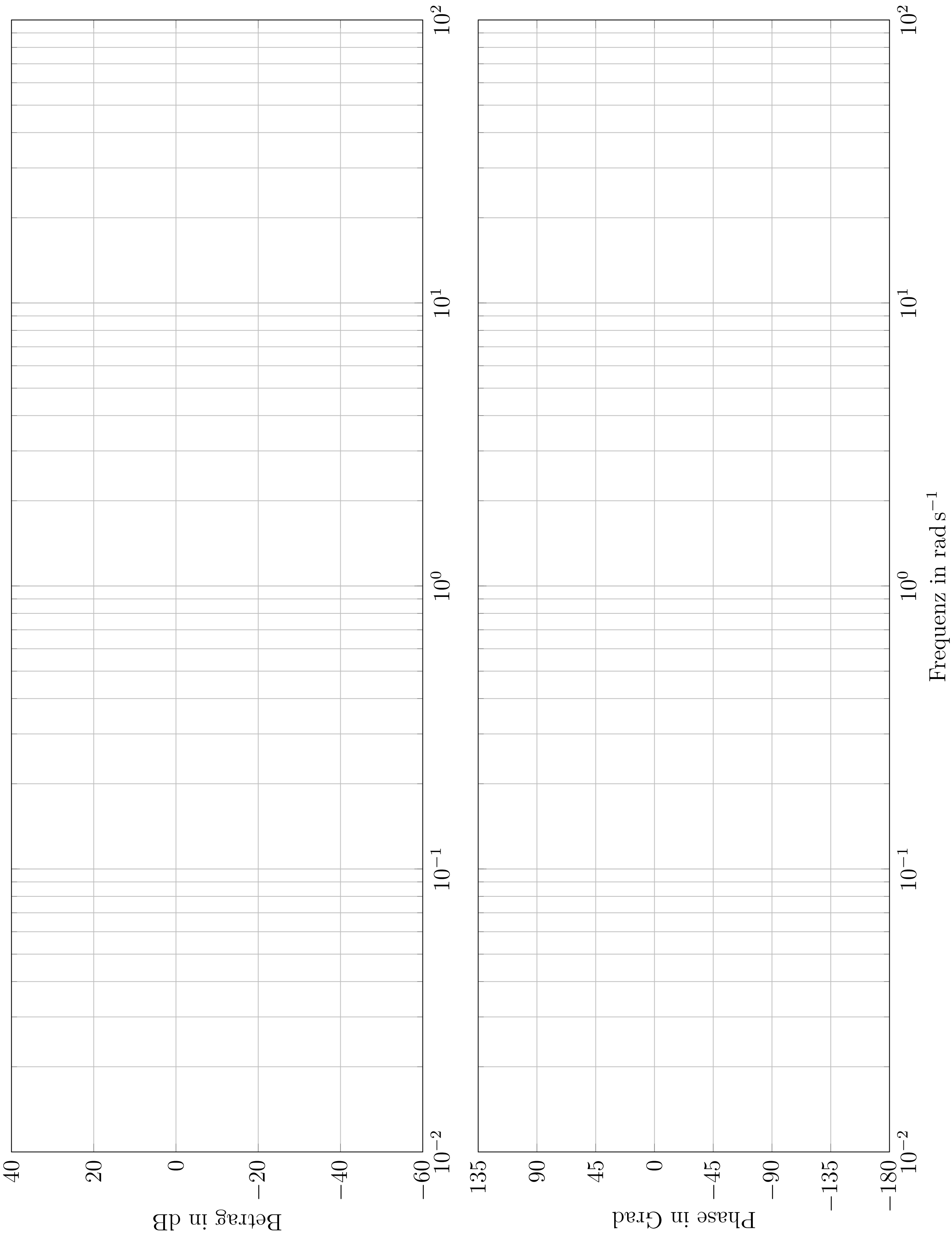

Abbildung 3: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 2