

Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 28.09.2018

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	10	10	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und
- ... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ Fr., 05.10.2018

☐ Mo., 08.10.2018

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie die folgenden Unterpunkte.

10 P. |

In diesem Beispiel soll eine kaskadierte Regelung für eine Ausgangsspannungsstabilisierung für einen einphasigen Buck-Converter, welcher in Abbildung 1 dargestellt ist, entworfen werden. Ein innerer Regelkreis ist für die Stromregelung und ein äußerer Regelkreis ist für die Spannungsstabilisierung zuständig.

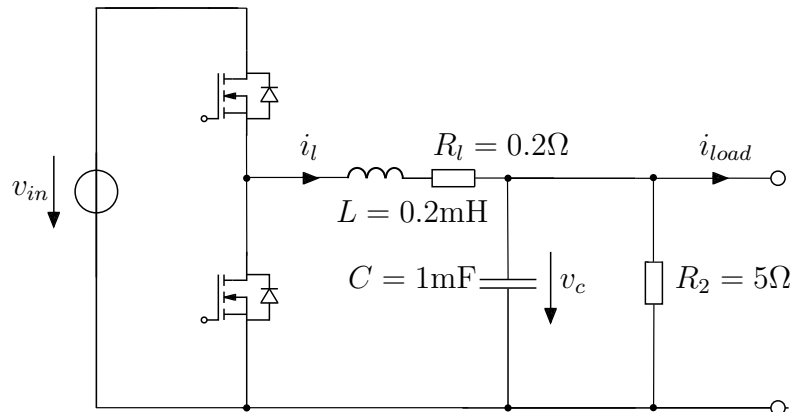


Abbildung 1: Topologie des einphasigen Buck Converters

Das Verhalten des Buck-Converters lässt sich über die Systemgleichungen

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} i_l &= \frac{1}{L} (\alpha v_{in} - R_l i_l - v_c) \\ \frac{d}{dt} v_c &= \frac{1}{C} \left(i_l - i_{load} - \frac{v_c}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

mit den Zuständen $\mathbf{x} = [i_l, v_c]^T$, der Stellgröße $u = \alpha \in [0, 1]$ (Tastverhältnis der Halbbrücke) und den exogenen Größen $\mathbf{w} = [v_{in}, i_{load}]^T$ beschreiben.

- a) Berechnen Sie die stationären Systemzustände $\mathbf{x}_R = [i_{l,R}, v_{c,R}]^T$ und die Stellgröße $u_R = \alpha_R$, sodass im Arbeitspunkt

$$\begin{aligned} i_{load,R} &= 6\text{A} \\ v_{c,R} &= 20\text{V} \\ v_{in,R} &= 44\text{V} \end{aligned} \quad (2)$$

gilt.

1 P. |

- b) Linearisieren Sie das System (1) um diese Ruhelage und schreiben Sie das linearisierte System allgemein in einer Zustandsraumdarstellung gemäß

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u + \mathbf{B}_w \Delta \mathbf{w} \\ \Delta \mathbf{y} &= \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{d} \Delta u + \mathbf{D}_w \Delta \mathbf{w} \end{aligned} \quad (3)$$

mit $\mathbf{y} = [i_l, v_c]^T$ an.

2 P. |

- c) Berechnen Sie allgemein (keine Zahlenwerte einsetzen) die Übertragungsfunktion $G_{i_l, \alpha}(s) = \frac{i_l(s)}{\alpha(s)}$.

1.5 P. |

d) Verwenden Sie im Weiteren

2 P. |

$$G_{i_l, \alpha}(s) = 10^{-\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{s}{200}}{\left(1 + \frac{s}{10^4}\right)^2}. \quad (4)$$

Zeichnen Sie den Amplituden- und Phasengang für $G_{i_l, \alpha}(s)$ in Form einer Knickzugkennlinie in das beigelegte Bodediagramm.

e) Entwerfen Sie für $G_{i_l, \alpha}(s)$ von (4) einen zeitkontinuierlichen PI-Regler

2 P. |

$G_{i_l-reg}(s) = \frac{V_1(1+sT_1)}{s}$ zur Stromregelung von i_l mithilfe des FKL-Verfahrens, welcher folgende Anforderungen erfüllt

- Anstiegszeit $t_r = 7.5 \mu s$
- Überschwingen $\ddot{u} = 25\%$

Hinweis: Verwenden Sie dabei $\arctan(20) \approx 90^\circ$.

f) Der innere Regelkreis kann als ausreichend schnell angenommen werden, sodass die Stromregelung als eine Durchschaltung für die Spannungsregelung von v_c betrachtet werden kann. Führen Sie nun i_l^d (Sollgröße für die Stromregelung) als neue Stellgröße für den äußeren Regelkreis ein und schreiben Sie das zu regelnde System in Zustandsraumdarstellung sowie die resultierende Übertragungsfunktion $G_{v_c, i_l^d}(s) = \frac{v_c(s)}{i_l^d(s)}$ an.

0.5 P. |

g) Geben Sie die Struktur der Regelung in Form eines Blockschaltbildes an. Als Struktur für die Strecke soll die Darstellung von Abbildung 2 verwendet werden. Benennen Sie alle Größen im Blockschaltbild.

1 P. |

Hinweis: Berücksichtigen Sie dabei die Ruhelagen!

Annahme: Das System $G_{v_c, i_l^d}(s)$ wird mit $G_{v_c-reg}(s)$ stabilisiert.

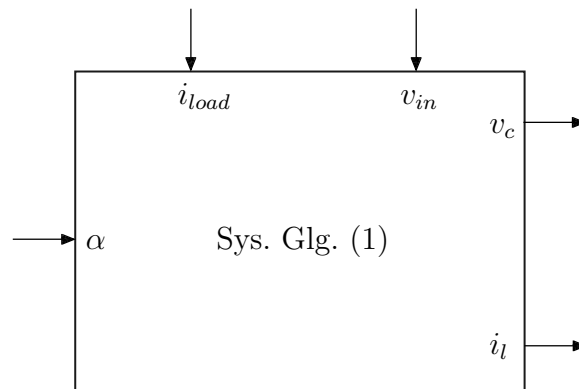


Abbildung 2: Struktur der Strecke für das Blockschaltbild

2. Bearbeiten Sie die folgenden unabhängig voneinander lösbaren Punkte a) und b).

10 P. |

a) Gegeben ist ein zeitdiskretes System der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\Phi} \mathbf{x}_k + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\Gamma} u_k, \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$$

mit

$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \beta u_k.$$

- i. Ermitteln Sie die zeitdiskrete Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems. 1.5 P. |
- ii. Ist dieses System vollständig beobachtbar? 1 P. |
- iii. Ist es möglich, mit einem trivialen Beobachter (Simulator) den Zustand $\mathbf{x}_k$ zu schätzen? Klingt der Beobachtungsfehler $\mathbf{e}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k$ ab? **Hinweis:** Die explizite Berechnung der Eigenwerte ist nicht notwendig 1 P. |
- iv. Entwerfen Sie einen vollständigen Luenberger Beobachter für den Zustand $\mathbf{x}_k$. Die Eigenwerte der Dynamikmatrix Φ_e des Fehlersystems $\mathbf{e}_{k+1} = \Phi_e \mathbf{e}_k$ mit $\mathbf{e}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k$ sollen die Werte $\lambda_1 = -\frac{1}{2}$, $\lambda_2 = -\frac{1}{4}$ und $\lambda_3 = 0$ annehmen. 2.5 P. |
- v. Können die Eigenwerte der Dynamikmatrix $\Phi_g = \Phi + \Gamma \mathbf{k}^T$ des geschlossenen Kreises mit einer Zustandsrückführung der Form $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k + g r_k$ beliebig vorgegeben werden? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P. |

b) Gegeben ist ein System mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = 2 \frac{(s - 10)}{(s + 10) \left(\frac{s}{10\sqrt{3}} + 1 \right)} e^{-6s} \quad (6)$$

und dem Eingang u . Das System wird nun mit

$$u(t) = \left(2 + \frac{1}{10} \cos \left(10t + \frac{4\pi}{3} \right) + e^{-\frac{t}{10}} \sin \left(8t - \frac{\pi}{3} \right) \right) \sigma(t) \quad (7)$$

angeregt.

- i. Untersuchen Sie das System $F(s)$ hinsichtlich Minimalphasigkeit? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich! 0.5 P. |
- ii. Bestimmen Sie den zeitlichen Verlauf des Ausgangs $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand, wenn das System (6) mit $u(t)$ gemäß (7) beaufschlagt wird. 2.5 P. |

3. Folgende Aufgabe besteht aus vier Unterpunkten a), b), c) und d), die unabhängig voneinander bearbeitet werden können. 10 P. |

- a) Gegeben ist eine nichtlineare Differentialgleichung höherer Ordnung der Form 2 P. |

$$\int_0^t (u(\tau) + y(\tau) + \dot{y}(\tau)) \, d\tau - \ddot{y}(t) - y(t)\dot{y}(t) = 0. \quad (8)$$

Schreiben Sie (8) in der Zustandsformdarstellung $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$, $y(t) = h(\mathbf{x}, u)$ mit dem Zustandsvektor $\mathbf{x}(t)$ und dem Eingang $u(t)$ an.

- b) Für die folgenden skalaren Differentialgleichungen sollen die zugehörigen exakten Abtastsysteme mit der Abtastzeit T_a hergeleitet werden.

i. $\dot{x}(t) = ax(t) + bu(t - 2T_a)$, $x(t_0) = x_0$ 1 P. |

ii. $\dot{x}(t) = -x(t)^2$, $x(t_0) > 0$ **Hinweis:** $\frac{d}{dx}(x^{-1}) = -\frac{1}{x^2}$. 2 P. |

- c) Zeigen Sie anhand der Definition die Zeitinvarianz des Systems 2 P. |

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= a + bu(t) \\ y(t) &= x(t). \end{aligned}$$

- d) Gegeben ist ein LTI System $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$ in der 1-ten Standardform. Zeigen Sie für einen allgemeinen Fall mit $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, dass die Einträge in der letzten Zeile der Matrix $\mathbf{A}$ den Koeffizienten des charakteristischen Polynoms $p(s)$ von $\mathbf{A}$ entsprechen. **Hinweis:** Nutzen Sie die Tatsache, dass aus $p(\lambda) = 0$ die Existenz eines nichttrivialen Vektors $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ mit $(\lambda\mathbf{E} - \mathbf{A})\mathbf{v} = \mathbf{0}$ folgt. 3 P. |

4. Betrachtet wird eine in Abbildung 3 dargestellte zeitdiskrete Strecke mit dem Eingang u_k , dem Ausgang y_k und den reellen Parametern a_i , $i = 1, 2$.

10 P. |

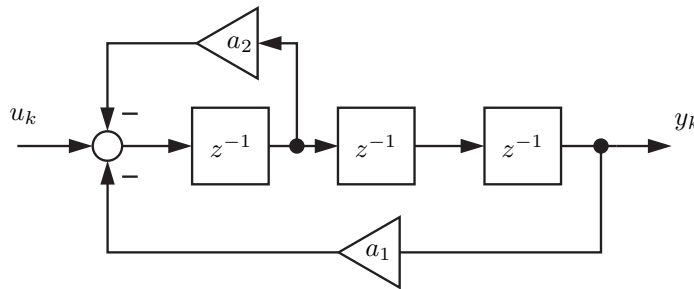


Abbildung 3: Blockschaltbild einer zeitdiskreten Strecke.

- a) Bestimmen Sie die zeitdiskrete Zustandsraumdarstellung der Strecke in der Form

3 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi \mathbf{x}_k + \Gamma u_k, \quad (10a)$$

$$y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k. \quad (10b)$$

- b) Entwerfen Sie eine Zustandsrückführung für u_k der Form $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$, so dass jede Anfangsauslenkung $\mathbf{x}_0$ in höchstens drei Schritten zu $\mathbf{0}$ übergeht.
- c) Das System (10) soll nun um einen Integrator erweitert werden. Geben Sie die Differenzengleichung des Integratorzustands $x_{I,k}$ an, welche die Differenz zwischen der Führungsgröße r_k und dem Ausgang y_k aufsummiert. Bestimmen Sie die Dynamikmatrix Φ_e und den Eingangsvektor Γ_e des erweiterten Systems.
- d) Skizzieren Sie das Blockschaltbild des um den Integrator erweiterten geschlossenen Regelkreises. Markieren Sie in der Skizze folgende Signale: Führungsgröße r_k , Regelfehler $e_k = r_k - y_k$, Eingangsgröße u_k , Systemzustand $\mathbf{x}_k$, Integratorzustand $x_{I,k}$ und Ausgangsgröße y_k . Berücksichtigen Sie in der Skizze sowohl die Gewichtung des rückgeführten Zustandes $\mathbf{x}_k$ als auch die des Integratorzustands $x_{I,k}$. Nutzen Sie das Ersatzblockschaltbild aus Abbildung 4 für die in

2.5 P. |

2.5 P. |

2 P. |

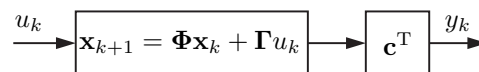


Abbildung 4: Ersatzblockschaltbild.

Abbildung 3 dargestellte Strecke.