Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 30.11.2018

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	14	7	10	9	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ 11.12.2018 ☐ 12.12.2018

Viel Erfolg!

1. Die Lage und Position eines propulsiv angetriebenen Flugobjektes kann mit den Systemgleichungen **14 P.|**

$$m\ddot{x} = F\sin(\phi - \gamma) - k_x\dot{x} \tag{1a}$$
$$m\ddot{y} = F\cos(\phi - \gamma) - mg - k_y\dot{y} \tag{1b}$$
$$J\ddot{\gamma} = Fa\sin(\phi) - k_r\dot{\gamma} \tag{1c}$$

beschrieben werden. Dabei sind x, y die Koordinaten in der (xy) Ebene, γ ist die Drehung des Objektes im mathematisch positiven Sinn, F ist der Betrag des Schubvektors mit dem Winkel ϕ zur körperfesten x-Achse, g ist die Erdbeschleunigung und m, J, a, k_x, k_y, k_r sind die konstanten Parameter des Systems. Die Eingänge des Systems sind F, ϕ und die Koordinaten x, y sind die Ausgänge des Systems. Weiters gilt $-\pi < \gamma \leq \pi$, $-\pi/2 < \phi < \pi/2$ und $F > 0$.

a) Wie viele Zustände hat das System? Berechnen Sie die Ruhelagen des Systems (1). **1 P.|**

b) Linearisieren Sie das System (1) um diese Ruhelage und geben Sie das Resultat in Zustandsraumdarstellung an. **3 P.|**

c) Durch die Linearisierung wird das Mehrgrößensystem in zwei Eingrößensysteme zerlegt. Identifizieren Sie die beiden unabhängigen Teilsysteme und geben Sie diese in Zustandsraumdarstellung an. **1 P.|**

Die weiteren Aufgaben können unabhängig von den vorherigen Lösungen bearbeitet werden.

Betrachten Sie nun das Teilsystem

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -\alpha\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \beta\end{bmatrix}u \tag{2a}$$
$$y = \begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + d \tag{2b}$$

mit $\alpha > 0, \beta > 0$ und der am Ausgang wirkenden Störung $d(t)$.

d) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \hat{y}/\hat{u}|_{d=0}$ der Strecke (2). Ist diese Strecke stabil? **1 P.|**

e) Nun soll ein Proportionalregler $\hat{u} = k(\hat{r} - \hat{y})$ verwendet werden. Für welche Werte von k ist der geschlossene Regelkreis BIBO stabil? **1 P.|**

f) Zeichnen Sie ein Blockschaltbild des resultierenden Regelkreises und markieren Sie die Größen r, u, d, y. **1 P.|**

g) Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T_{r,y}$ mit dem P-Regler aus dem vorherigen Punkt. Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ auf einen Führungsgrößensprung $r(t) = \sigma(t)$. **1,5 P.|**

h) Berechnen Sie die Störübertragungsfunktion $T_{d,y}$ sowie den stationären Endwert y_∞ bei einem Störgrößensprung $d(t) = \sigma(t)$? Setzen Sie dafür $r = 0$. **1,5 P.|**

i) Es sei angenommen, dass die Störgröße d messtechnisch erfasst werden kann. Nun soll eine Störgrößenaufschaltung $\hat{u}_d = -R_d(s)\hat{d}$ zusätzlich zum Proportionalregler mit $\hat{u} = k(\hat{r} - \hat{y}) + \hat{u}_d$ verwendet werden. Berechnen Sie die Störübertragungsfunktion $T_{d,y}$ mit der Aufschaltung von u_d. **2 P.|**

j) Wie müsste $R_d(s)$ entworfen werden, um Störungen ideal kompensieren zu können? Ist der resultierende Regler realisierbar? **1 P.|**

2. Gegeben ist die Übertragungsfunktion **7 P.|**

$$G(s) = \frac{100 + s}{10 + 9s - s^2}. \tag{3}$$

a) Analysieren Sie $G(s)$ hinsichtlich Stabilität sowie Minimalphasigkeit. **1 P.|**

b) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $G(s)$ in Abbildung 2 ein. **3 P.|**

c) Berechnen Sie die q-Übertragungsfunktionen zu dem zeitkontinuierlichen System $G(s)$ für eine allgemeine Abtastzeit T_a. **3 P.|**

Hinweis: Wenden Sie zuvor die Partialbruchzerlegung auf $G(s)$ an!

3. Lösen Sie die voneinander unabhängigen Teilaufgaben 3a) und 3b) zu Beobachter- und Reglerentwurf von zeitdiskreten Systemen. **10 P.|**

   a) Gegeben ist das zeitdiskrete System mit der Zustandsdarstellung **6 P.|**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} u_k \tag{4a}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \,. \tag{4b}$$

      i. Ist das System vollständig beobachtbar? Begründen Sie Ihre Antwort! 2 P.|

      ii. Kann für das beobachtbare (Teil-)System ein trivialer Beobachter entworfen werden? Bezeichnen Sie dazu das beobachtbare (Teil-)System und begründen Sie wiederum Ihre Antwort! 2 P.|
      Hinweis: Beachten Sie die besondere Struktur des Systems!

      iii. Entwerfen Sie für das beobachtbare (Teil-)System einen vollständigen Luenberger Beobachter so, dass alle Eigenwerte des Fehlersystems bei $\frac{1}{2}$ liegen. 2 P.|

   b) Für das System (4) wurde ein Zustandsregler der Form **4 P.|**

$$u_k = \mathbf{k}^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_k + g r_k \tag{5}$$

   mit $\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 & 0 \end{bmatrix}$ entworfen.

      i. Wo liegen die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises? 2 P.|

      ii. Bestimmen Sie den Verstärkungsfaktor g in (5) so, dass für die Sprungfolge $(r_k) = \left(1^k\right)$ gilt $\lim_{k \to +\infty} y_k = 1$. 2 P.|

4. Lösen Sie die voneinander unabhängigen Aufgaben! **9 P.|**

a) Gegeben ist der in Abbildung 1 dargestellte Regelkreis mit der Übertragungsfunktion **4 P.|**

$$G(s) = \frac{V_G(s-2)}{(s+1)(s^2+2s+2)}\,. \tag{6}$$

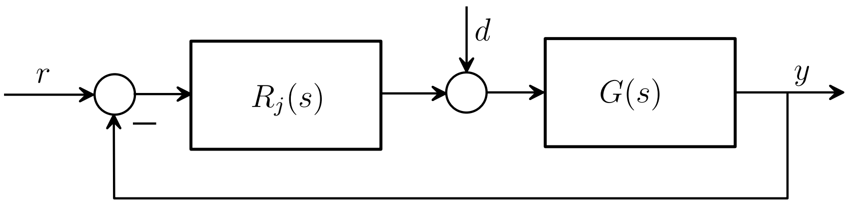

Abbildung 1: Regelkreis.

und den Reglern

$$R_1(s) = \frac{V_R(s+1)(s^2+2s+2)}{(s-2)(s+2)^2} \qquad R_2(s) = \frac{V_R(s+1)(s^2+2s+2)}{(s+2)^2}$$

$$R_3(s) = \frac{V_R(s+1)(s^2+2s+2)}{(s+2)^3}$$

Welcher der (realisierbaren) Regler führt zu einem intern stabilen Regelkreis? Begründen Sie Ihre Antwort! Bestimmen Sie gegebenenfalls einen Wertebereich für das Produkt $V_G V_R$ mithilfe des Routh-Hurwitz Verfahrens welcher die Strecke stabilisiert.

b) Gegeben ist die Transitionsmatrix **5 P.|**

$$\mathbf{\Phi}(t) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-t} & \mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t} \\ 0 & \mathrm{e}^{-2t} \end{bmatrix} \tag{7}$$

eines linearen zeitinvarianten Systems

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}\,. \end{aligned}$$

i. Bestimmen Sie die Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ des Systems. 1 P.|

ii. Von der Transitionsmatrix des zeitkontinuierlichen Systems (7) is die Dynamikmatrix des zugehörigen zeitdiskreten Systems 1 P.|

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix} \tag{8}$$

gegeben. Bestimmen Sie die zur Diskretisierung verwendete Abtastzeit T_a.

iii. Bestimmen Sie nun mit dem Eingangsvektor $\mathbf{b}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ und dem Ausgangsvektor $\mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$ des zeitkontinuierlichen Systems die z-Übertragungsfunktion des zeitdiskreten Systems. 3 P.|

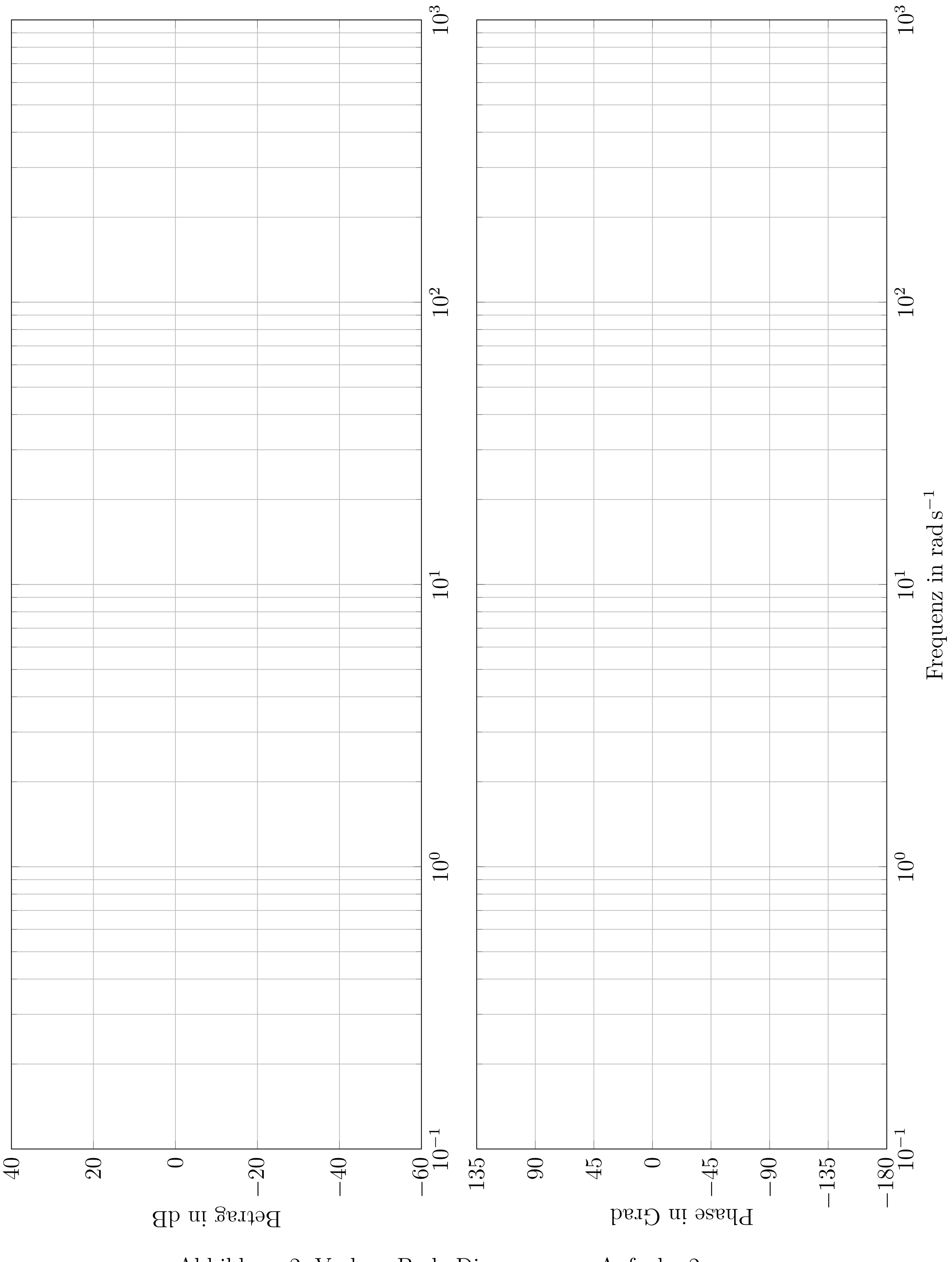

Abbildung 2: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 2