

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 01.02.2019

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	11	9	9	11	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und
- ... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

11.02.2019

12.02.2019

Viel Erfolg!

1. Es sei eine Differentialgleichung der Form

$$m\ddot{y} + d\dot{y} + ky = u \quad (1)$$

mit den Konstanten m , d und k sowie dem Eingang u gegeben.

- a) Berechnen Sie die Lösung der Differentialgleichung im Laplace-Bereich unter Berücksichtigung allgemeiner Anfangsbedingungen $y(0)$ und $\dot{y}(0)$. **1 P. |**
- b) Geben Sie an für welche Wahl der Parameter m , d und k das System (1) BIBO-stabil ist. Begründen Sie Ihre Aussage. **1 P. |**
- c) Kreuzen Sie bezüglich Stabilität die richtige(n) Implikation(en) an. **1 P. |**
 BIBO-Stabilität \Rightarrow global asymptotische Stabilität
 global asymptotische Stabilität \Rightarrow BIBO-Stabilität
- d) Nehmen Sie als Eingangsgröße für (1) einen Sprung an und führen Sie eine Partialbruchzerlegung durch. Geben Sie die Lösung anschließend für die Parameter $m = 1$, $d = 0$ und $k = 1$ sowie $y(0) = 0$ und $\dot{y}(0) = 0$ im Zeitbereich an. **2 P. |**
- e) Skizzieren Sie die resultierende Sprungantwort. **1 P. |**

Die weiteren Aufgaben können unabhängig von den vorherigen Lösungen bearbeitet werden.

Zur Identifikation einer Übertragungsfunktion der Form

$$G(s) = \frac{V_G}{(s+a)(s+b)} \quad (2)$$

ist das Bode-Diagramm aus Abbildung 1 gegeben.

- f) Ermitteln Sie die unbekannt Parameter V_G , a und b mit Hilfe des Bode-Diagramms aus Abbildung 1. **1.5 P. |**
- g) Entwickeln Sie für die gegebene Strecke einen PI-Regler der Form **2 P. |**

$$R(s) = \frac{V_I(1 + sT_I)}{s} . \quad (3)$$

Für die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises soll sich dabei eine Anstiegszeit von 1.5 s und ein Überschwingen von 40% einstellen.

- h) Nehmen Sie nun an, dass die Strecke $G(s)$ eine zusätzliche Totzeit e^{-sT_t} aufweist. Wie groß darf die Totzeit T_t maximal sein, damit der geschlossene Regelkreis BIBO-Stabil ist. **1.5 P. |**

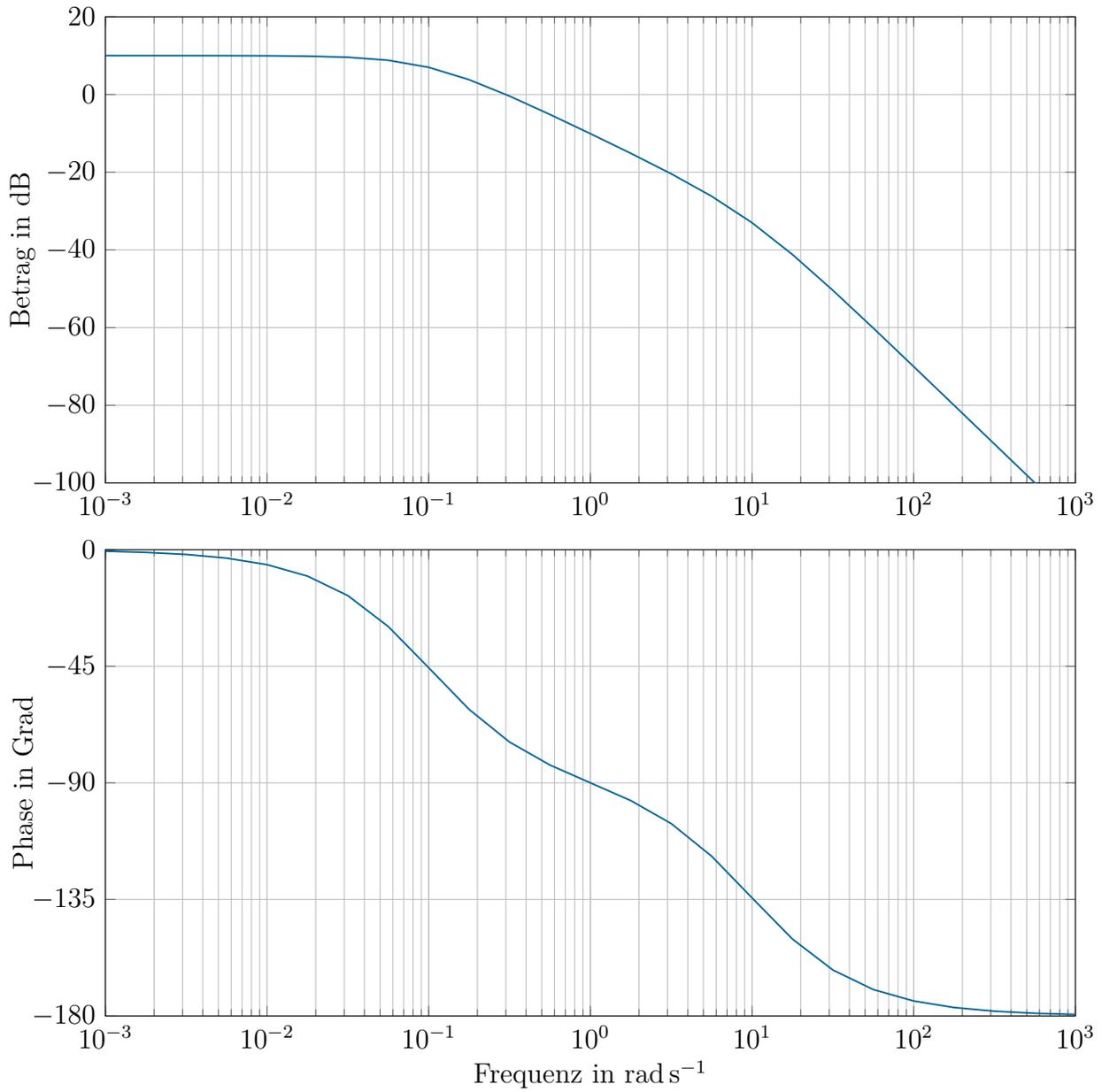


Abbildung 1: Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion $G(s)$.

2. Gegeben ist das Pol-Nullstellen Diagramm einer Übertragungsfunktion $G(s)$.

9 P. |

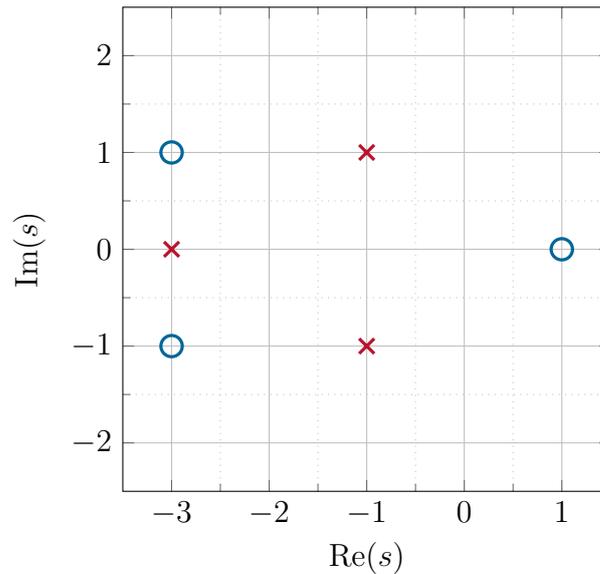


Abbildung 2: Pol-Nullstellen Diagramm zu Aufgabe 2 (Nullstellen \circ , Polstellen \times).

a) Analysieren Sie $G(s)$ hinsichtlich BIBO-Stabilität, Minimalphasigkeit, Sprungfähigkeit sowie Realisierbarkeit. **2 P. |**

b) Bestimmen Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s)$ und geben Sie diese in der ersten Standardform an. **2 P. |**

Hinweis: Im Pol-Nullstellen Diagramm kann die Verstärkung V nicht eindeutig abgelesen werden. Schreiben Sie die Übertragungsfunktion daher mit einem allgemeinen Verstärkungsfaktor V an.

Die weiteren Aufgaben können unabhängig von den vorherigen Lösungen bearbeitet werden.

Gegeben ist die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises

$$L(s) = K \frac{s^2 + 4s + 4}{(s^2 + s + 1)^2} . \quad (4)$$

In Abbildung 3 ist die Ortskurve von (4) für einen Verstärkungsfaktor von $K = 1$ dargestellt.

c) Zeichnen Sie den Durchlaufsinne sowie die Frequenzen $\omega = 0$, $\omega = \pm\infty$ in die Ortskurve aus Abbildung 3 ein. **2 P. |**

d) Ist der zugehörige geschlossene Regelkreis für $K = 1$ BIBO-Stabil? Begründen Sie Ihre Antwort anhand des Nyquist-Kriteriums. **1 P. |**

e) Für welche $K > 0$ ist der geschlossene Regelkreis BIBO-Stabil? **2 P. |**

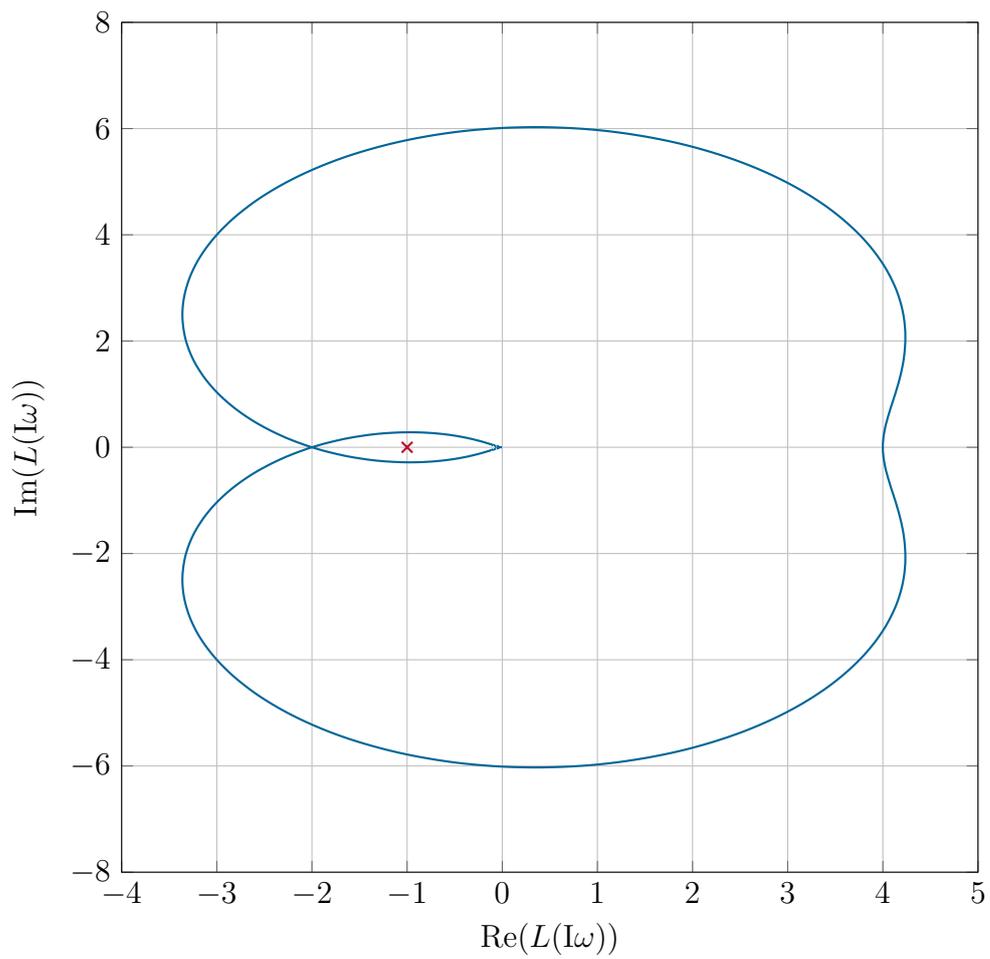


Abbildung 3: Ortskurve von $L(s)$ für $K = 1$.

3. Gegeben ist das System

9 P. |

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) = \begin{bmatrix} au - b\sqrt{x_1} \\ x_3 \\ -cx_3 - dx_2 + ax_1^2 \end{bmatrix} \quad (5a)$$

$$y = h(\mathbf{x}) = x_2 + \sin(x_3) + e \quad (5b)$$

mit den konstanten positiven Parametern a, b, c, d und e .

- a) Ist das System linear? Begründen Sie ihre Antwort! 1 P. |
- b) Bestimmen Sie alle Ruhelagen des Systems. Wieviele Ruhelagen besitzt das System bei einem vorgegebenen Eingang $u = u_R > 0$? 2 P. |
- c) Linearisieren Sie das System um eine Ruhelage welche durch $u = u_R$ definiert ist. Geben Sie das linearisierte System in der Zustandsraumdarstellung 3 P. |

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u \quad (6a)$$

$$\Delta y = \mathbf{c}^T \Delta \mathbf{x} + d \Delta u \quad (6b)$$

an.

- d) Nehmen sie nun an, dass für das linearisierte System ein Zustandsbeobachter $\Delta \dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \Delta \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b} \Delta u + \mathbf{k}_B (\Delta y - \Delta \hat{y})$, $\Delta \hat{y} = \mathbf{c}^T \Delta \hat{\mathbf{x}} + d \Delta u$ und ein Zustandsregler $\Delta u = \mathbf{k}_R^T \Delta \hat{\mathbf{x}}$ zum Stabilisieren des Arbeitspunktes $u = u_R$ entworfen wurde. Zeichnen Sie den Zustandsbeobachter und den Zustandsregler in Abbildung 4 ein. Achten Sie hierbei auf den Arbeitspunkt! 3 P. |

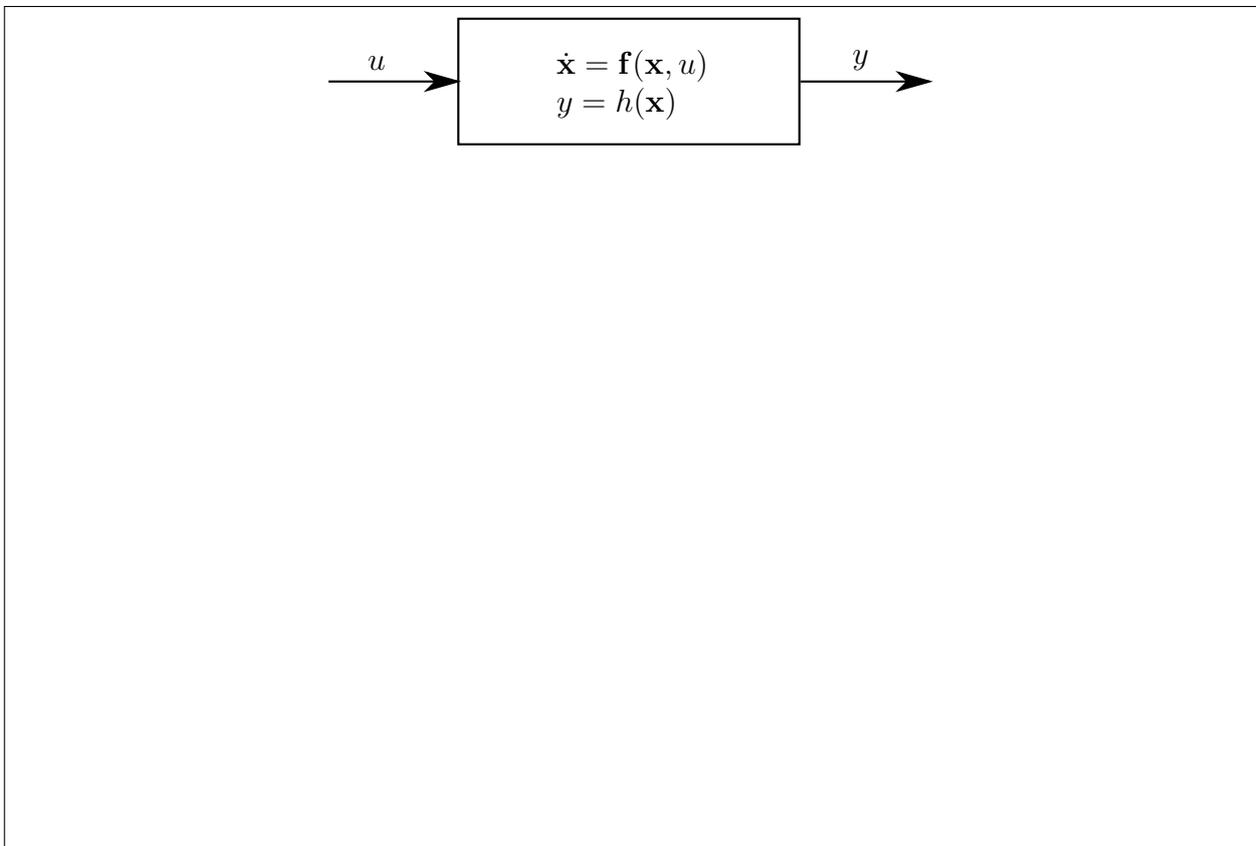


Abbildung 4: Abbildung zu Aufgabe 3.d)

4. Folgende Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden

11 P. |

a) Für das zeitdiskrete dynamische System

6 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & a & -1 \\ b & c & -4 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_k$$

wurde ein Dead-Beat Regler mit dem Rückführungsvektor $\mathbf{k}^T = [1 \ 2 \ 3]$ entworfen.

- i. Bestimmen Sie die Parameter a , b und c damit obige Aussage erfüllt ist. 3 P. |
- ii. Bestimmen Sie das Gebiet in dem $x_{0,1}$ für den Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = [x_{0,1} \ 0 \ 0]^T$ liegen darf, damit die Stellgrößenbeschränkung $|u_k| < 12$ nicht verletzt wird. 3 P. |

Hinweis: Die Determinante einer 3×3 -Matrix \mathbf{A} lässt sich durch

$$\det(\mathbf{A}) = \det \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} = aei + bfg + cdh - afh - bdi - ceg$$

berechnen.

b) Gegeben ist das in Abbildung 5 dargestellte System mit den Übertragungsmatrizen

5 P. |

$$\mathbf{G}_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+3} \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & T(s) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G}_3 = \begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{s+10} \\ 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

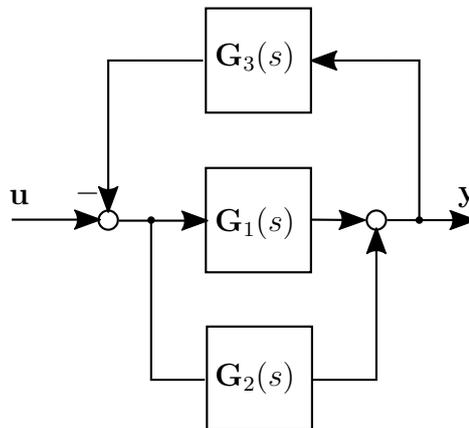


Abbildung 5: Blockdiagramm zu Aufgabe 4.b)

- i. Bestimmen Sie die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}(s)$ vom Eingang \mathbf{u} zum Ausgang \mathbf{y} . 3 P. |
- ii. Bestimmen Sie $T(s)$ so, dass die Ausgänge entkoppelt sind, d.h. dass $\mathbf{G}(s)$ eine Diagonalstruktur aufweist. 2 P. |