Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 15.03.2019

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ 25.03.2019 ☐ 26.03.2019

Viel Erfolg!

10 P.

1. In Abbildung 1 ist ein Regelkreis mit einem Freiheitsgrad dargestellt. Die zugehörigen Übertragungsfunktionen lauten

$$G(s) = \frac{s^2 + 4s + 4}{s^2 + 8s - 9} \tag{1a}$$

$$G_d(s) = \frac{s + 20}{2(s^2 + 2s + 1)} \tag{1b}$$

$$R(s) = \frac{V_I\left(1 + \frac{s}{4}\right)}{s} \tag{1c}$$

mit dem Verstärkungsfaktor V_I des Reglers.

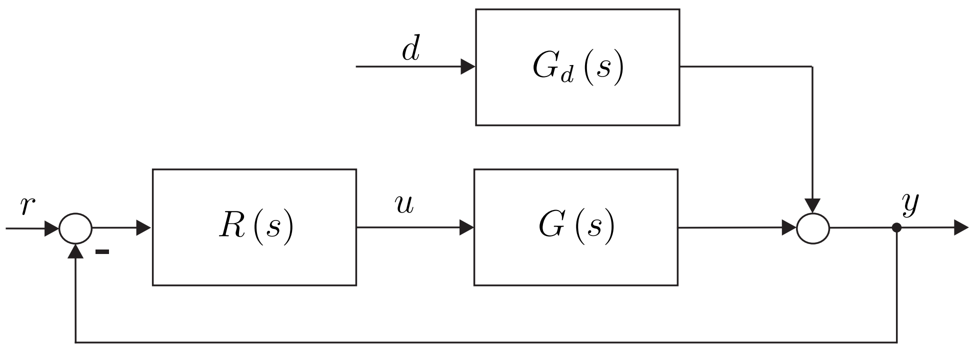

Abbildung 1: Regelkreis mit einem Freiheitsgrad

Die Aufgaben a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Zeichen Sie den Amplituden- und Phasengang von $G_d(s)$ in Form einer Knickzugkennlinie in das beiliegende Bode-Diagramm. **2 P.**

b) Analysieren Sie die Übertragungsfunktionen $G(s)$ und $G_d(s)$ hinsichtlich BIBO-Stabilität, Sprungfähigkeit, Minimalphasigkeit und Realisierbarkeit. **2 P.**

c) Stellen Sie die Führungsübertragungsfunktion $T_{r,y}(s)$ und die Störübertragungsfunktion $T_{d,y}(s)$ allgemein in Abhängigkeit der Zähler- und Nennerpolynome $z_i(s)$ und $n_i(s)$ mit $i = \{G, G_d, R\}$ auf. Setzen Sie anschließend für die Führungsübertragungsfunktion $T_{r,y}(s)$ die Terme aus (1) ein. **3 P.**

d) Ermitteln Sie mit Hilfe des Routh-Hurwitz Verfahrens für welche **positiven** Werte von V_I die Führungsübertragungsfunktion $T_{r,y}(s)$ BIBO-stabil ist. Ist die Störübertragungsfunktion $T_{d,y}(s)$ für diese Werte von V_I ebenfalls BIBO-stabil? Argumentieren Sie ohne Rechnung! **3 P.**

Name	
Matrikelnummer	

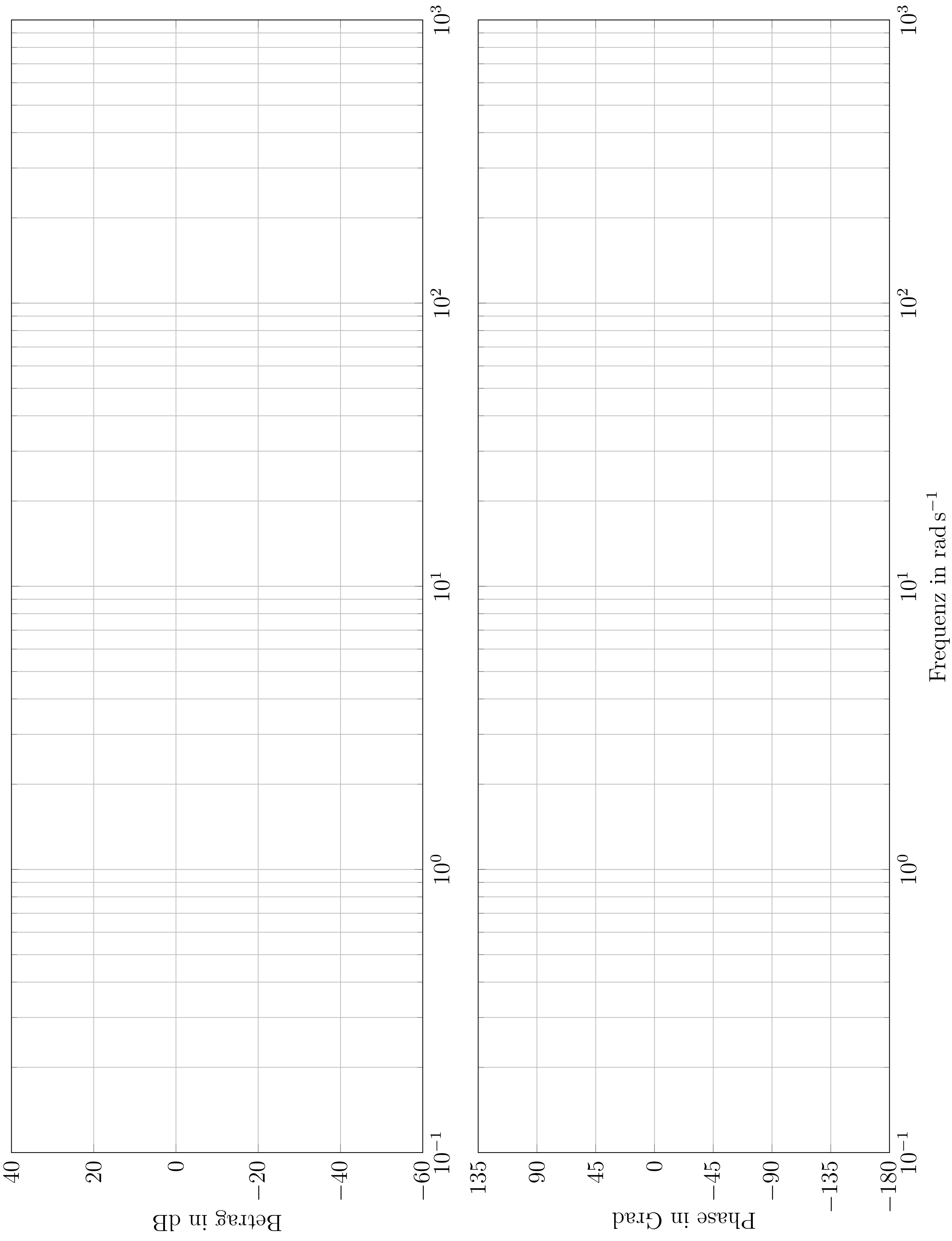

Abbildung 2: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 1

2. Folgende Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden: **10 P.|**

a) Gegeben ist das autonome, lineare, zeitinvariante System der Form **5 P.|**

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 2\pi \\ -2\pi & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} \tag{2a}$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\ . \tag{2b}$$

i. Ist das System (2) vollständig beobachtbar? 1 P.|

ii. Diskretisieren Sie das System (2) mit einer allgemeinen Abtastzeit T_a. 2 P.|

iii. Stellen Sie die Beobachtbarkeitsmatrix $\mathcal{O}(T_a)$ für das zeitdiskrete System in Abhängigkeit der Abtastzeit T_a auf und werten Sie diese anschließend für eine Abtastzeit von $T_a = 0.5\,\mathrm{s}$ aus. Ist das zeitdiskrete System für die diese Abtastzeit vollständig beobachtbar? 2 P.|

b) Ein lineares, zeitdiskretes SISO-System ist durch **2 P.|**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2a & 0 \\ 1 & -1/3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u_k \tag{3a}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \tag{3b}$$

mit den Parametern a und b gegeben.

i. Bestimmen Sie die zugehörige z-Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems (3). 1 P.|

ii. Für welche Werte der Parameter a und b ist das System (3) BIBO-stabil? 1 P.|

c) Gegeben ist die zeitdiskrete Übertragungsfunktion **3 P.|**

$$G(z) = \frac{-z^2 + 2z\cos(3T_a) - 1}{\left(z - \frac{1}{3}\right)\left(z - \frac{1}{2}\right)} \tag{4}$$

und eine Eingangsfolge der Form

$$(u_k) = (6\sin(\omega_0 k T_a)) \tag{5}$$

mit dem Parameter ω_0.
Geben Sie mögliche Werte für $\omega_0 \neq 0$ an, für die die Ausgangsfolge (y_k) im eingeschwungenen Zustand verschwindet.

3. Das System in Abbildung 3 stellt einen Roboterarm mit einem nichtlinear elastischen Gelenk dar und wird durch die Differenzialgleichungen **10 P.|**

$$I_1\ddot{\varphi}_1 = -c(\varphi_1 - \varphi_2)^3 - d_1\dot{\varphi}_1 + \tau \tag{6a}$$
$$I_2\ddot{\varphi}_2 = \quad c(\varphi_1 - \varphi_2)^3 - mgl\cos(\varphi_2) - d_2\dot{\varphi}_2 \tag{6b}$$

beschrieben. Die Variablen c, m, g, l, d_i und I_i ($i \in \{1, 2\}$) sind konstante Parameter des Systems mit dem Eingang $u = \tau$. Der Ausgang y des Systems sei der Winkel des Roboterarms $y = \varphi_2$.

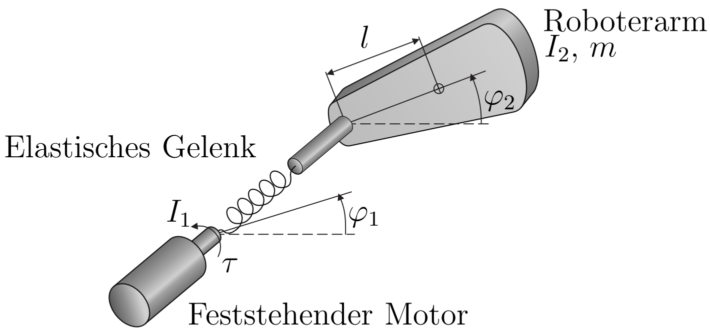

Abbildung 3: Elastisch angetriebener Roboterarm.

a) Geben Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x}$ und die Zustandsdarstellung in der Form $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, u)$ für das System (6) an. **1 P.|**

b) Berechnen Sie **alle** Ruhelagen des Systems für $u_\mathrm{R} = 0$. **1.5 P.|**

c) Linearisieren Sie das Systems um eine allgemeine Ruhelage $(\mathbf{x}_\mathrm{R}, u_\mathrm{R})$ und geben Sie die Zustandsraumdarstellung des linearen Systems an. **2.5 P.|**

d) Wählen Sie eine beliebige Ruhelage $(\mathbf{x}_\mathrm{R}, u_\mathrm{R})$ aus Aufgabe b). Schließen Sie den Regelkreis des linearen Systems mit einem P-Regler für die Ruhelage $(\mathbf{x}_\mathrm{R}, u_\mathrm{R})$ mit der Reglerverstärkung K_P. Geben Sie die Zustandsraumdarstellung des resultierenden autonomen Systems an und vereinfachen Sie die Gleichungen so weit wie möglich. **3 P.|**

e) Kann der Regler aus Aufgabe d) die Strecke stabilisieren? Begründen Sie Ihre Antwort. **2 P.|**
Hinweis: K_P muss dazu **nicht** berechnet werden.

4. Gegeben sei das zeitkontinuierliche System **10 P.|**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \tag{7a}$$

$$y = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \tag{7b}$$

mit den Matrizen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Alle Unterpunkte a) bis c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

a) Entwerfen Sie einen Zustandsregler für das System (7). Legen Sie die Pole des geschlossenen Kreises auf $\{-1, -1\}$. **2 P.|**
Hinweis: Sie können diese Aufgabe auch ohne Formel von Ackermann lösen.

b) Zeigen Sie, dass das Separationsprinzip auch für zeitkontinuierliche Regelkreise gilt, wenn der Zustandsregler mit einem vollständigen Luenberger Beobachter **4 P.|**

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \hat{\mathbf{k}}(\hat{y} - y) \tag{8a}$$

$$\hat{y} = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{x}} \tag{8b}$$

verwendet wird.

c) Bei dieser Aufgabe soll schrittweise ein PI-Zustandsregler für das System (7) mit der Führungsgröße r aufgebaut werden. **4 P.|**

i. Erweitern Sie das System (7) um einen Fehlerzustand e, welcher den Regelfehler aufintegriert. Schreiben Sie das erweiterte System im Zustandsraum mit dem neuen Zustand $\tilde{\mathbf{x}}$ an. 1.5 P.|

ii. Geben Sie das Regelgesetz für einen Zustandsregler für das System aus Aufgabe i) mit der Führungsgröße r an. 1 P.|

Hinweis: Verwenden Sie den Rückführvektor $\tilde{\mathbf{k}} = \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ k_e \end{bmatrix}$.

iii. Ergänzen Sie das vorbereitete Blockschaltbild um den Integrator aus Aufgabe i) und den Zustandsregler aus Aufgabe ii). Beschriften Sie **alle** Verbindungen. 1.5 P.|