Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 27.09.2019

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	11	9.5	10	9.5	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und

... beachten Sie, dass die mündlichen Prüfungen am

04.10.2019 und 07.10.2019

stattfinden werden.

Viel Erfolg!

11 P.

1. Gegeben ist der in Abbildung 1 dargestellte Regelkreis mit den Übertragungsfunktionen

$$G_1(s) = \gamma \frac{s}{10(s+3)}, \qquad G_2(s) = 10 \frac{2}{s+2}, \qquad G_3(s) = \frac{2\gamma s + (s+3)(s+2)}{s(s^2-1)(s+2)(s+4)}$$

und dem reellen positiven Parameter γ.

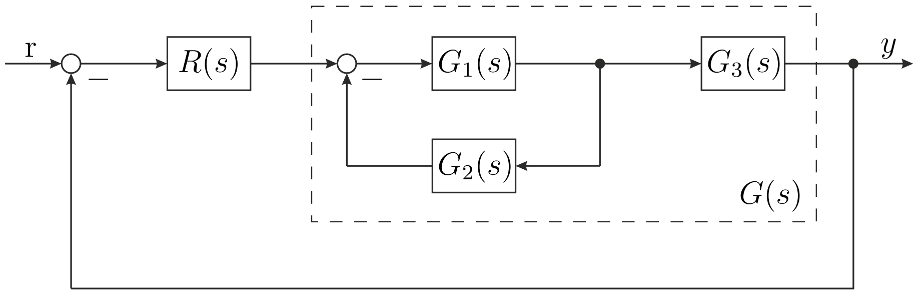

Abbildung 1: Regelkreis.

a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$. Vereinfachen Sie den Ausdruck so weit wie möglich. **1 P.**

Wählen Sie für die weiteren Teilaufgaben $\gamma = 10$. Für diesen Fall gilt

$$G(s) = \frac{1}{(s^2-1)(s+4)}.$$

b) Zeigen Sie, dass sich der geschlossene Regelkreis <u>nicht</u> mithilfe eines P-Reglers der Form **2 P.**

$$R(s) = K_p$$

stabilisieren lässt.

c) Der geschlossene Regelkreis lässt sich mit einem idealen PD-Regler der Form **2.5 P.**

$$R(s) = K_p(1 + T_v s)$$

stabilisieren. Für welche Wertebereiche der Parameter K_p und T_v ist der geschlossene Kreis BIBO-stabil?

d) Abbildung 2 zeigt die Nyquist-Ortskurve des offenen Kreises $L(s) = R(s)G(s)$ mit einem PID-Regler der Form **5.5 P.**

$$R(s) = K_p\left(1 + \frac{1}{T_n s} + T_v s\right)$$

für die gewählten Parameter $K_p = 10$, $T_v = 2$ und $T_n = 2$.

i. Untersuchen Sie anhand des Nyquist-Kriteriums, ob der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil ist. 1.5 P.

ii. Zeichnen Sie das Bode-Diagramm von $L(s)$ in Abbildung 5 ein. 2.5 P.

iii. Wie schätzen Sie das Verhalten der Sprungantwort des geschlossenen Kreises ein? Gehen Sie dabei speziell auf Dynamik (Anstiegszeit), das prozentuelle Überschwingen und die bleibende Regelabweichung ein. 1.5 P.

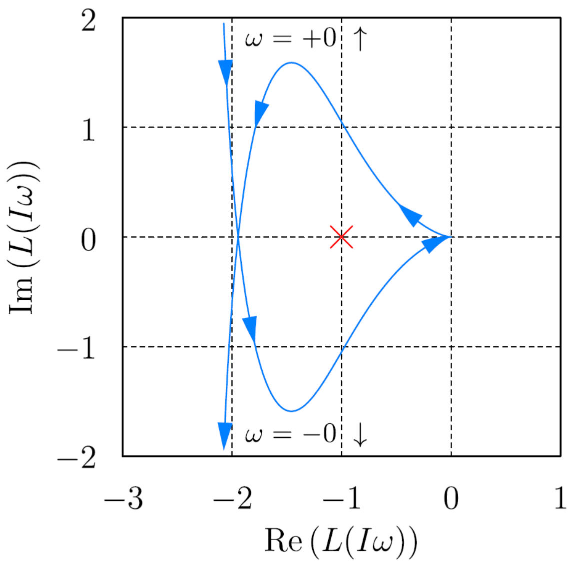

Abbildung 2: Nyquist-Ortskurve.

2. Lösen Sie die beiden folgenden Teilaufgaben unabhängig voneinander. **9.5 P.|**

a) Gegeben ist das autonome zeitdiskrete System **5.5 P.|**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & -\frac{5}{3} \\ -\frac{2}{3} & 2 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \tag{1}$$

wobei die Dynamikmatrix das charakteristische Polynom $p(z) = z(z^2 + 1)$ besitzt.

i. Wie viele Anfangszustände $\mathbf{x}_0$ führen das System (1) in den Zustand $\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -\frac{4}{3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ über? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich. 1.5 P.|

ii. Berechnen Sie die beiden Einträge $x_{1,0}$ und $x_{3,0}$ des Anfangszustandes $\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} x_{1,0} & 0 & x_{3,0} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ bei dem sich für das System (1) der Zustand $\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} -2 & 0 & \frac{4}{3} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ einstellt. 2 P.|

Hinweis: Beachten Sie, dass Matrixpotenzen elegant mit dem Satz von Cayley-Hamilton berechnet werden können.

iii. Geben Sie die minimale Periodendauer N an für die $\mathbf{x}_{k+N} = \mathbf{x}_k, k = 1, 2, \ldots$ gilt. Betrachten Sie dabei den Fall $\mathbf{x}_0 \neq \mathbf{0}$. 2 P.|

b) Geben Sie zu den Abtastfolgen mit $k = 0, 1, 2, \ldots$ **4 P.|**

$$\begin{aligned}
(f_{1,k}) &= (0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, \ldots) \\
(f_{2,k}) &= \left(\left(-\frac{1}{2} \right)^{k-2} \right) \\
(f_{3,k}) &= \left(k \left(\frac{1}{2} \right)^{k} \right) \\
(f_{4,k}) &= \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha} \left[\alpha^k \sin\left(\frac{\pi}{2} k \right) \right] \right)
\end{aligned}$$

die korrespondierenden Funktionen $f_{1,z}, f_{2,z}, f_{3,z}$ und $f_{4,z}$ im z-Bildbereich an und vereinfachen Sie soweit wie möglich. Geben Sie dabei die verwendeten Korrespondenzen und Eigenschaften der z-Transformation explizit an wenn Sie diese nutzen.

3. Gegeben ist das zeitkontinuierliche System **10 P.**

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\
y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}} \mathbf{x} + du,
\end{aligned}
$$

wobei die Dynamikmatrix nilpotent der Ordnung 3 ist und somit die Eigenwerte $\lambda_{1,2,3} = 0$ besitzt.

a) Prüfen Sie das System auf asymptotische Stabilität und begründen Sie ihre Antwort. **0.5 P.**

b) Berechnen Sie die Matrizen $\mathbf{\Phi}$ und $\mathbf{\Gamma}$ des Abtastsystems für eine Abtastzeit $T_a = 2\mathrm{s}$. **2.5 P.**

c) Beurteilen Sie die Erreichbarkeit des zeitkontinuierlichen Systems. Welche Aussage können Sie für die Erreichbarkeit des zeitdiskreten Systems treffen? **1.5 P.**

d) Entwerfen Sie für das **zeitkontinuierliche** System einen Zustandsregler der Form $u = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}$, sodass die Eigenwerte des geschlossen Kreises bei -1,-2 und -7 zu liegen kommen. **3 P.**

e) Berechnen Sie für den Zustandsregler $u = \mathbf{k}^{\mathrm{T}} \mathbf{x} + gr$ eines zeitkontinuierlichen Systems den Vorfaktor g, sodass beim Führungssignal $r(t) = \sigma(t)$ für den Ausgang $\lim_{t \to \infty} y(t) = 1$ folgt. Führen Sie die Berechnung allgemein mit den Größen $\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{c}^{\mathrm{T}}, \mathbf{k}^{\mathrm{T}}$ und d durch. **2.5 P.**

4. Gegeben ist das in Abbildung 3 dargestellte Blockschaltbild eines digitalen Filters. Bearbeiten Sie die voneinander unabhängigen Aufgaben. **9.5 P.**|

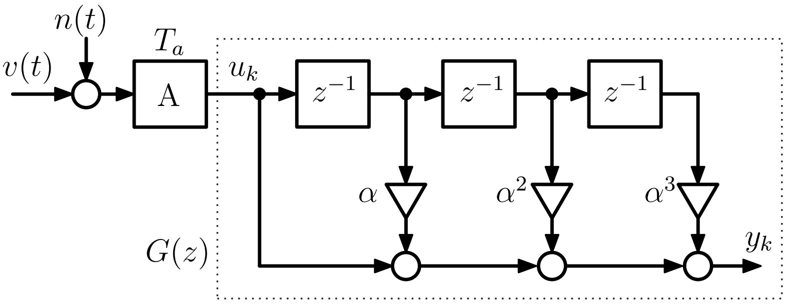

Abbildung 3: Blockschaltbild des FIR Filters.

a) Beschreiben Sie den Zusammenhang von y_k und u_k anhand einer einzelnen Differenzengleichung für ein allgemeines $\alpha \in \mathbb{R}$. **1 P.**|

b) Für welche Werte von α ist das System stabil? **1 P.**|

c) Geben Sie eine Zustandsraumdarstellung dieses Systems in Steuerbarkeitsnormalform an. **2 P.**|

d) Für ein spezielles α lässt sich die z-Übertragungsfunktion in der Form **2 P.**|

$$G(z) = \frac{z^4 - 1}{z^3(z-1)} \tag{2}$$

darstellen. Zeichnen Sie das Pol-Nullstellendiagramm für diese Übertragungsfunktion. Nutzen Sie dazu Abbildung 4.
Hinweis: Berücksichtigen Sie, dass $z \in \mathbb{C}$ ist und geben Sie die Vielfachheit von Pol- und Nullstellen explizit an.

e) Geben Sie den stationären Endwert der **Sprungantwort** zur Übertragungsfunktion (2) an. **1.5 P.**|

f) Auf das Filter mit der Übertragungsfunktion (2) und einer Abtastzeit $T_a = 1/8$s wirkt die sinusförmige Störung **2 P.**|

$$n(t) = \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

mit der Kreisfrequenz $\omega_0 > 0$ und der unbekannten Phasenverschiebung φ_0. Berechnen Sie alle Kreisfrequenzen $\omega_0 < \pi/T_a$ bei denen die Störung im eingeschwungenen Zustand nicht auf den Ausgang y_k wirkt.

Name	
Matrikelnummer	

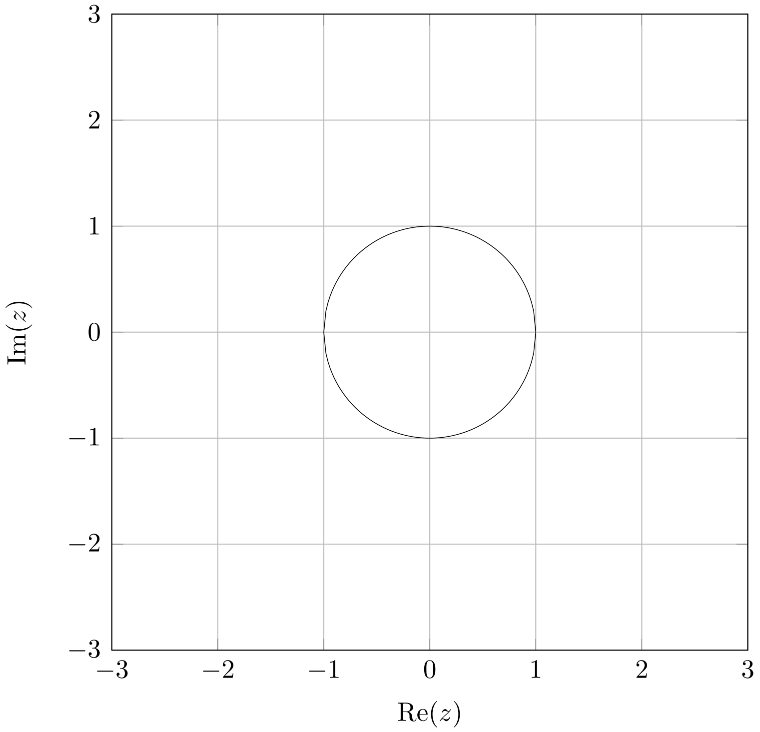

Abbildung 4: Komplexe z-Ebene.

Name	
Matrikelnummer	

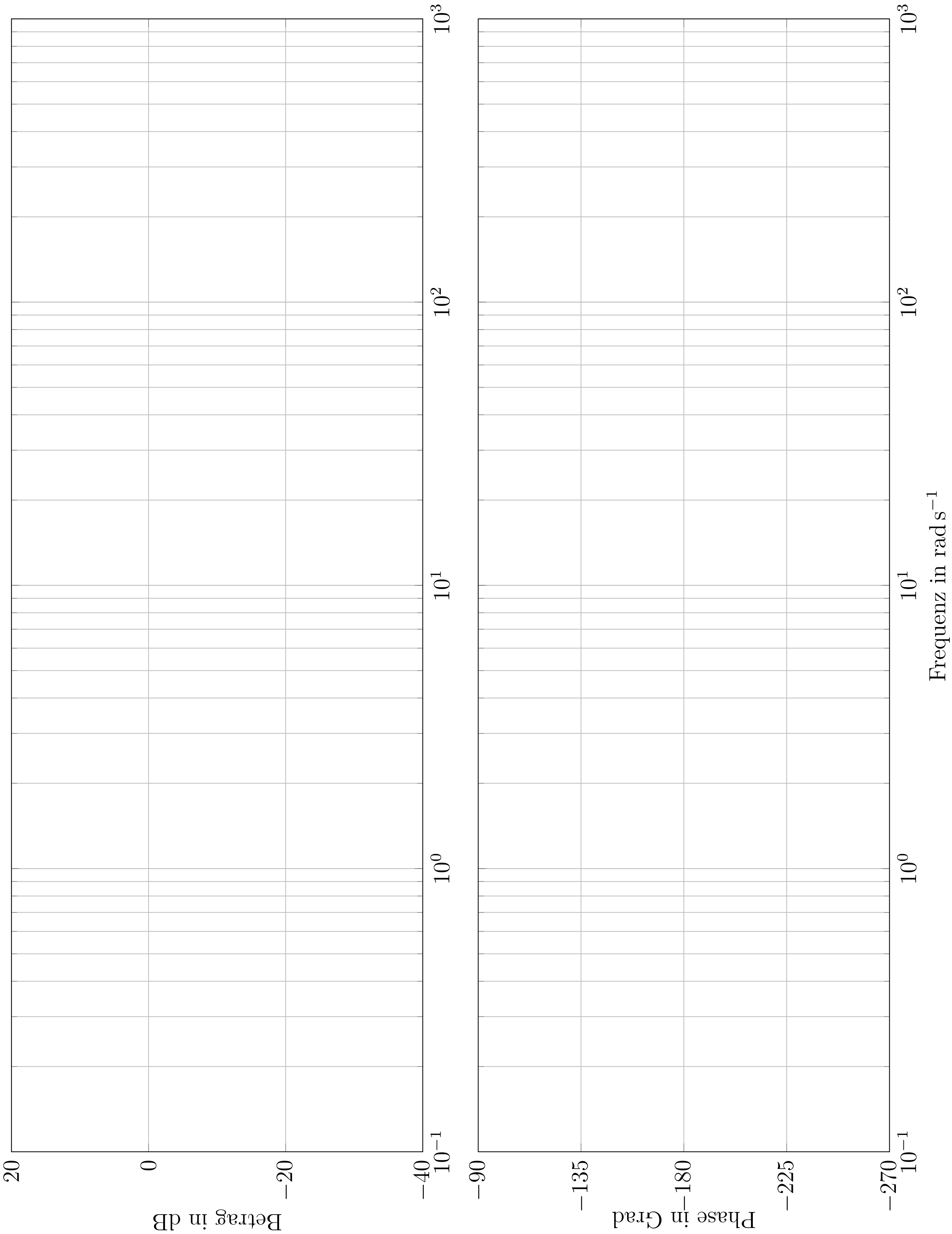

Abbildung 5: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 1.