

Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 07.02.2020

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	9	9	12	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und
- ... beachten Sie, dass die mündlichen Prüfungen am

14.02.2020, 17.02.2020 und 18.02.2020

stattfinden werden.

Viel Erfolg!

1. Bearbeiten Sie folgende Punkte. Diese sind unabhängig voneinander lösbar.

9 P.

- a) Geben Sie für die folgenden Systeme 1) bis 4) mit dem Zustand x_1, x_2, x_3 und dem Eingang u an, ob diese linear/nichtlinear oder/und zeitvariant/zeitinvariant sind. Begründen Sie Ihre Aussagen.

2 P.

$$\begin{aligned} 1) \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_1 + \cos(x_2)x_2 \\ x_2 + u \end{bmatrix} \\ 2) \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -3x_1 - 2x_2 \\ -4x_2 - 2x_1 \end{bmatrix} \\ 3) \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_1 + 17x_2 \\ x_3 + 4x_1 + \sin(t)x_2 \\ x_2 + 3x_3 + u^2 \end{bmatrix} \\ 4) \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -3x_1 + 2x_2 \\ 14t - 3x_3 + x_1 \\ x_1^3 + x_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- b) Geben Sie für das System

1 P.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ v \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ -dv + u \\ \frac{p}{l_0 + x}(-v + q) \end{bmatrix}$$

$$y = x \tag{1}$$

mit $d > 0$, $l_0 > 0$ und $q = 0$ alle Ruhelagen an.

- c) Linearisieren Sie das System (1) um die allgemeine Ruhelage $\mathbf{z}_R^T = [x_R \ v_R \ p_R]$ und $u_R = u_0$. Geben Sie das linearisierte System in der Form

2 P.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b} u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \tag{2}$$

an.

- d) Von einem linearen System der Form (2) mit $\mathbf{b} = [0 \ 1]^T$ und $\mathbf{c}^T = [1 \ 0]$ ist die Transitionsmatrix

2 P.

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \frac{e^{-\frac{5}{2}t} + e^{-\frac{1}{2}t}}{2} & \frac{-e^{-\frac{1}{2}t} + e^{-\frac{5}{2}t}}{4} \\ -e^{-\frac{1}{2}t} + e^{-\frac{5}{2}t} & \frac{e^{-\frac{5}{2}t} + e^{-\frac{1}{2}t}}{2} \end{bmatrix}$$

bekannt. Berechnen Sie die zugehörige Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ sowie die Inverse der Transitionsmatrix $\Phi^{-1}(t)$.

- e) Gegeben ist die Übertragungsfunktion

2 P.

$$\frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} = \frac{5(1+s)(1 + \frac{s}{200} + \frac{s^2}{400})(s-3)}{(1 + \frac{s}{10} + \frac{s^2}{100})(1+15s)(1+3s)}.$$

Berechnen Sie den Anfangswert ($t \rightarrow +0$) sowie den Endwert ($t \rightarrow \infty$) bei sprunghörmiger Anregung $u(t) = \sigma(t)$. Ist bei rampenförmiger Anregung eine Aussage über den Anfangswert bzw. Endwert möglich? Wenn ja, berechnen Sie diese Werte.

2. Lösen Sie folgende, voneinander unabhängige Aufgaben:

9 P.

- a) Gegeben ist der in Abbildung 1 dargestellte Regelkreis. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $T_{dy}(s)$ vom Störeingang d zum Ausgang y für

2 P.

$$G_1 = 1 \quad G_2 = \frac{s+3}{s} \quad G_3 = \frac{s+4}{s+1} \quad G_4 = \frac{1}{(s+2)(s+1)} . \quad (3)$$

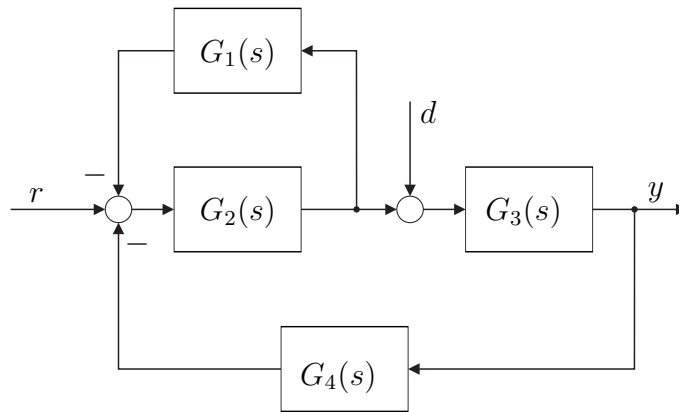


Abbildung 1: Blockschaltbild zur Aufgabe 2a).

- b) Ein System mit der Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{y(s)}{u(s)}$ besitzt das in Abbildung 2 dargestellte Bodediagramm.

- i. Bestimmen Sie die Antwort $y(t)$ des Systems auf den Systemeingang

2 P.

$$u(t) = 10 \cos\left(100t + \frac{25}{180}\pi\right) + \sin\left(500t + \frac{10}{180}\pi\right) \quad (4)$$

im eingeschwungenen Zustand. **Hinweis:** $20 \log_{10}(2) \approx 6$

- ii. Wie muss $u(t)$ aussehen, damit $y(t)$ im eingeschwungenen Zustand die Form

1 P.

$$y(t) = 0.3 \sin(10t) \quad (5)$$

hat.

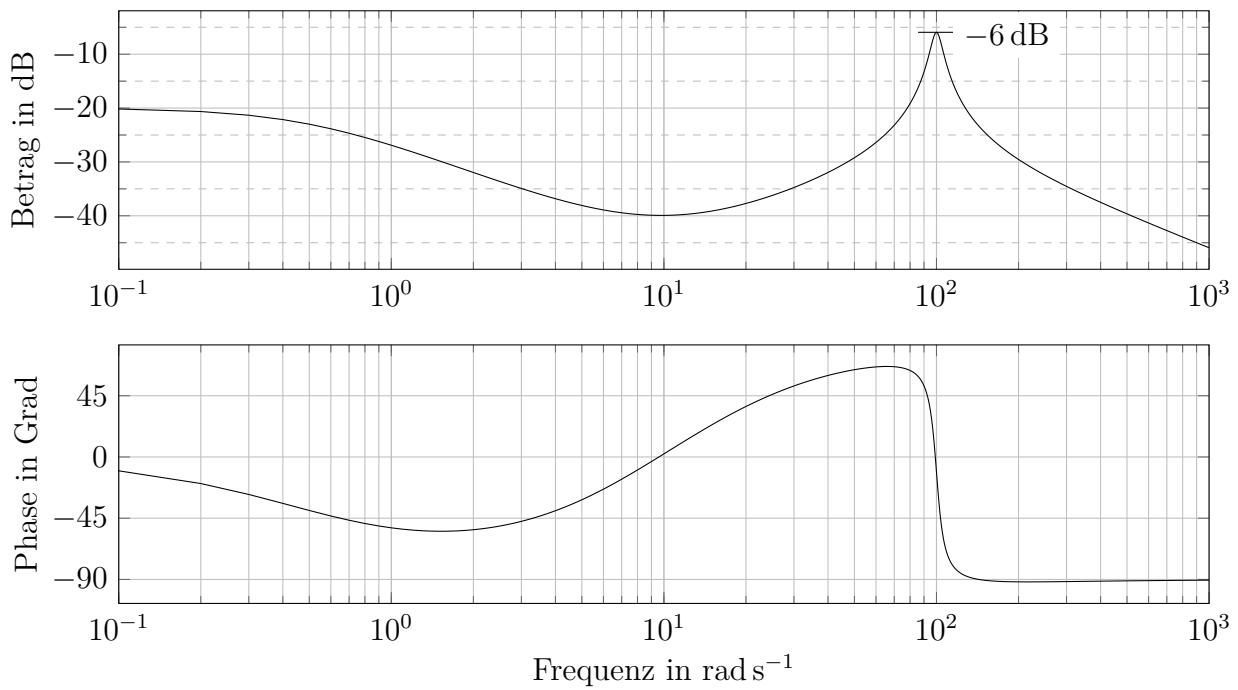


Abbildung 2: Bodediagramm zur Aufgabe 2b).

- c) Bestimmen Sie zum Pol-Nullstellendiagramm aus Abbildung 3 die zugehörige Übertragungsfunktion. Alle Polstellen $\times$ und Nullstellen $\circ$ sind einfach. Ist die Übertragungsfunktion eindeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.

2 P.

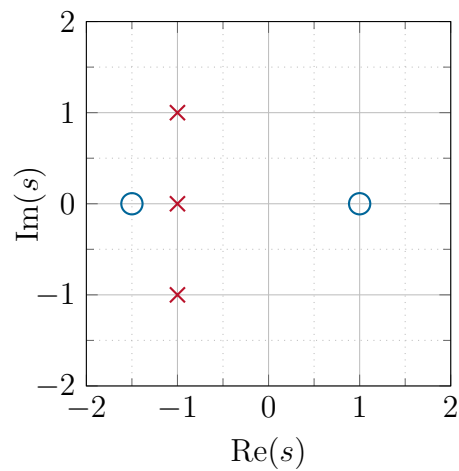


Abbildung 3: Pol-Nullstellendiagramm zur Aufgabe 2c).

- d) Skizzieren Sie die Sprungantwort von

2 P.

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 1} . \quad (6)$$

3. Bearbeiten Sie folgende Punkte. Diese sind unabhängig voneinander lösbar.

12 P.

a) Von einem System ist die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion

2 P.

$$G(s) = \frac{4s + 11}{s^2 + 5s + 6} \quad (7)$$

gegeben. Berechnen Sie die zugehörige q -Übertragungsfunktion. Verwenden Sie dabei die allgemeine Abtastzeit T_a .

b) Entwerfen Sie für die Übertragungsfunktion (Abtastzeit T_a)

3 P.

$$G^\#(q) = 10 \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}q}{(1+q)(1+\sqrt{3}q)}$$

einen PI-Regler. Die Anstiegszeit soll $t_R = 1.2\text{ s}$ und das Überschwingen $\ddot{u} = 25\%$ betragen.

c) Stellen Sie einen allgemeinen PI-Regler $R^\#(q)$ in der Form

2 P.

$$G(z) = \frac{b_0 + b_1z + \dots b_nz^n}{a_0 + a_1z + \dots a_nz^n}$$

sowie in der ersten Standardform (Steuerbarkeitsnormalform) dar.

d) Vervollständigen Sie den in Abbildung 6 angegebenen digitalen Regelkreis. Zeichnen Sie dazu die notwendigen A/D- und D/A-Wandler, die Strecke, die Aktoren sowie notwendige Sensoren ein und markieren Sie die Stellgröße, die Führungsgröße und die Regelgröße.

2 P.

e) Abbildung 6 zeigt unter anderem die Übertragungsstrecke von (u_k) nach $u(t)$ eines D/A-Wandlers. Dabei werden die im Digitalrechner berechneten Werte u_k , $k = 0, 1, \dots, \infty$ ($u_k = 0$, $k < 0$), zu jedem Abtastschritt an den D/A-Wandler weitergegeben. Abbildung 5 zeigt den Verlauf des am Eingang des D/A-Wandlers anliegenden Signals (u_k) sowie dessen Ausgangsgröße $u(t)$. Geben Sie die Signale (u_k) und $u(t)$ im Laplacebereich an und ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des Halteglieds nullter Ordnung.

3 P.

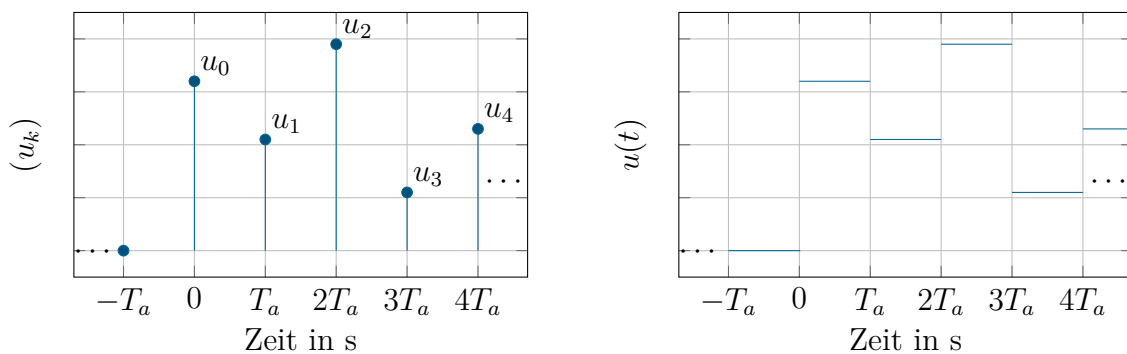


Abbildung 4: Verlauf des Eingangs- und Ausgangssignales des Halteglieds nullter Ordnung.

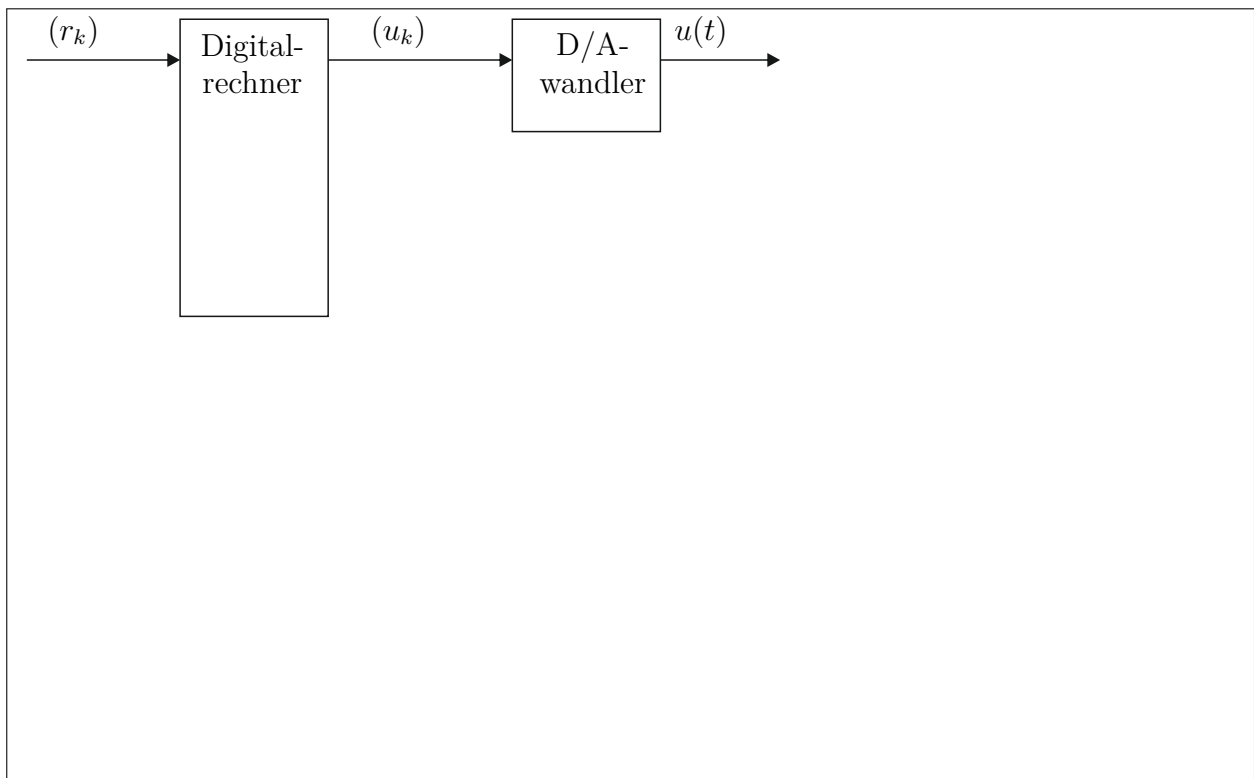


Abbildung 5: Digitaler Regelkreis.

4. Gegeben ist ein zeitdiskretes LTI-System der Form

10 P.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma} u_k \quad (8a)$$

$$y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k \quad (8b)$$

mit $\mathbf{x}_k^T = [x_{1,k} \ x_{2,k} \ x_{3,k} \ x_{4,k}]$ und

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{c}^T = [0 \ 0 \ 1 \ 0] . \quad (9)$$

- a) Bestimmen Sie die Ausgänge y_0, y_1, y_2, y_3 für einen allgemeinen Anfangszustand $\mathbf{x}_0 = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3 \ \xi_4]^T$ und $u_k = 0$. **1.5 P.**
- b) Das System (8) besitzt ein nicht beobachtbares Teilsystem. Welches Teilsystem ist das? Zerlegen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x}_k$ in beobachtbare Zustände $\mathbf{x}_k^b$ und nicht beobachtbare Zustände $\mathbf{x}_k^{nb}$. **2 P.**
- c) Zerlegen Sie das System (8) in das nicht beobachtbare Teilsystem der Form **2 P.**

$$\mathbf{x}_{k+1}^{nb} = \mathbf{\Phi}^{nb} \mathbf{x}_k^{nb} + \mathbf{\Gamma}^{nb} u_k + \mathbf{H} \mathbf{x}_k^b \quad (10)$$

und das beobachtbare Teilsystem der Form

$$\mathbf{x}_{k+1}^b = \mathbf{\Phi}^b \mathbf{x}_k^b + \mathbf{\Gamma}^b u_k \quad (11)$$

$$y_k = (\mathbf{c}^b)^T \mathbf{x}_k^b . \quad (12)$$

Bestimmen Sie hierbei $\mathbf{\Phi}^{nb}, \mathbf{\Gamma}^{nb}, \mathbf{H}, \mathbf{\Phi}^b, \mathbf{\Gamma}^b$ und $(\mathbf{c}^b)^T$.

- d) Entwerfen Sie für das beobachtbare Teilsystem einen vollständigen Luenberger Beobachter so, dass alle Eigenwerte der Fehlerdynamik bei 0 liegen. **3 P.**
- e) Ist es möglich, für das nicht beobachtbare Teilsystem einen trivialen Beobachter zu entwerfen? Begründen Sie Ihre Antwort. Wenn dies möglich ist, geben Sie den trivialen Beobachter an. **1.5 P.**