Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 28.08.2020

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:
Hörsaal/Sitzplatznummer:

Aufgabe	1	2	3	4	$\sum$
erreichbare Punkte	11	9	12	8	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. Die folgenden Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden: **11 P.|**

   a) Gegeben ist das System in Zustandsraumdarstellung **4 P.|**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u},\ \mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0) \tag{1a}$$
$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \tag{1b}$$

   mit dem p-dimensonalen Eingang $\mathbf{u}$ und dem m-dimensionalen Ausgang $\mathbf{y}$.

   i. Leiten Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}(s)$ *schrittweise* her. Bitte beachten Sie, dass die Formel des Endergebnisses *hergeleitet* werden muss. 2.5 P.|

   ii. Wie groß ist die Dimension der Übertragungsmatrix? 0.5 P.|

   iii. Geben Sie eine Interpretation des Eintrages $G_{12}(s)$ an und skizzieren Sie einen experimentellen Versuch, wie Sie $G_{12}(s)$ messen könnten. 1 P.|

   b) Gegeben ist die Sprungantwort des kontinuierlichen Systems in Abbildung 1 und die Übertragungsfunktion **3 P.|**

$$G(s) = \frac{a}{1+\frac{s}{b}} + cG_1(s)\mathrm{e}^{ds}.$$

   i. Bestimmen Sie die ganzzahligen Parameter a, b, c und d und bestimmen Sie das regelungstechnische Übertragungsglied $G_1(s)$ so, dass die Sprungantwort zum System passt. 1.5 P.|

   ii. Prüfen Sie ob das System 1.5 P.|

      I) BIBO stabil,

      II) kausal,

      III) zeitvariant

      ist und begründen Sie Ihre Antwort.

   c) Gegeben ist eine kaskadierte Regelung für ein Positioniersystem wie in Abbildung 2 dargestellt. Im Folgenden soll untersucht werden, wie sich eine Störung d auf den Ausgang y auswirkt. **4 P.|**

   i. Bestimmen Sie allgemein die Übertragungsfunktion $T_{dy}(s)$ von d nach y. 1.5 P.|

   ii. Welches Signal ist im eingeschwungenen Fall am Ausgang y messbar, wenn $d = 0.1\sin\left(\frac{2}{\sqrt{3}}t\right)$ als Störung wirkt? Benutzen Sie dafür die Systembeschreibungen $R_x(s) = 1,\ R_v(s) = 1,\ G_v(s) = \frac{4}{s},\ G_x(s) = \frac{1}{s}$ 2.5 P.|

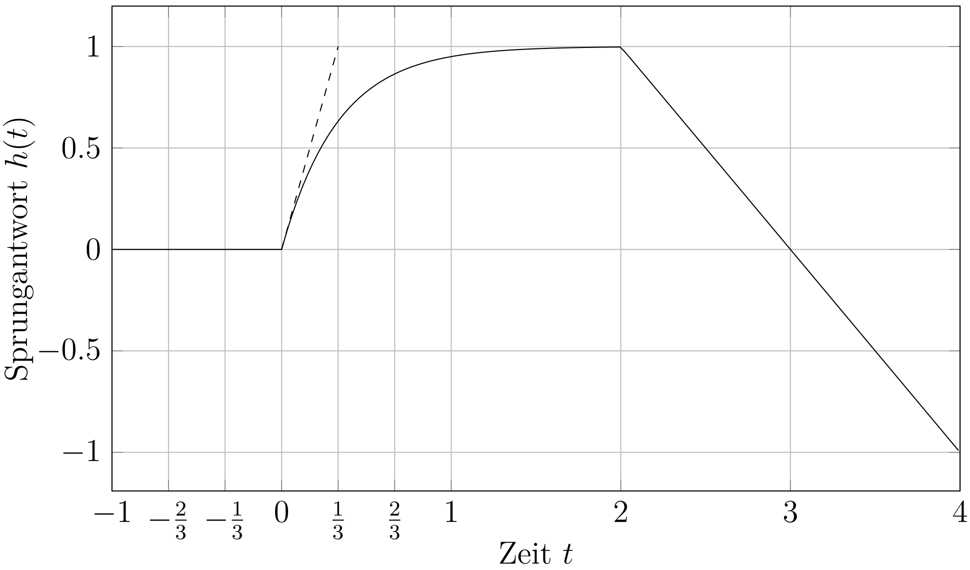

Abbildung 1: Sprungantwort für Aufgabe 1b

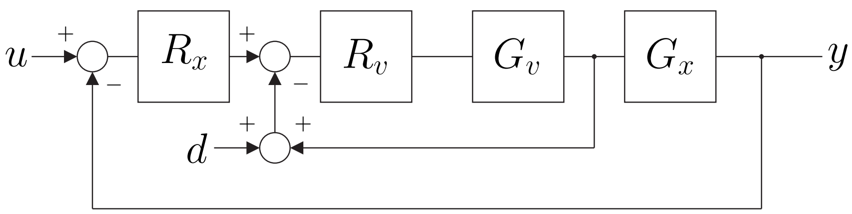

Abbildung 2: Blockschaltbild für Aufgabe 1c

2. Die folgenden Aufgaben können getrennt voneinander gelöst werden: **9 P.|**

   a) Im Folgenden soll ein Reglerentwurf durchgeführt werden. **4 P.|**
   Bearbeiten Sie dafür folgende Teilaufgaben:

      i. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion des phasenminimalen Systems, dessen Bodediagramm in Abbildung 3 dargestellt ist. Nutzen Sie dabei die Knickkennliniennäherung des Betragsganges. 1 P.|

      ii. Entwerfen Sie einen PI-Regler so, dass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises folgende Vorgaben erfüllt: 3 P.|

         - maximales Überschwingen 40 % und
         - Anstiegszeit $t_r = 0.015\,\mathrm{s}$.

      Entwerfen Sie den Regler ungeachtet ihres Ergebnisses des vorigen Unterpunktes auf Basis der Übertragungsfunktion

$$\mathbf{G}(s) = \frac{30}{(s/100+1)\left(s\sqrt{3}/100+1\right)}.$$

   b) Gegeben ist das in Abbildung 4 dargestellte Blockdiagramm eines Biquad Filters. **5 P.|**

      i. Bestimmen sie die z-Übertragungsfunktion von (u_k) nach (y_k). Die Größen k_1, k_2, k_3, k_4 und k_5 sind dabei die Verstärkungen von Proportional-Gliedern. 2 P.|

      ii. Die Parameter k_1, k_2, k_3, k_4 und k_5 sollen nun so berechnet werden, dass sich der Biquad Filter so verhält, wie die Verschaltung der kontinuierlichen Übertragungsfunktion $G(s)$ nach Abbildung 5. Als Abtastzeit wird $T_a = \frac{1}{100\omega_g}$ angenommen und die kontinuierliche Übertragungsfunktion lautet $G(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_g}+1}$. 3 P.|

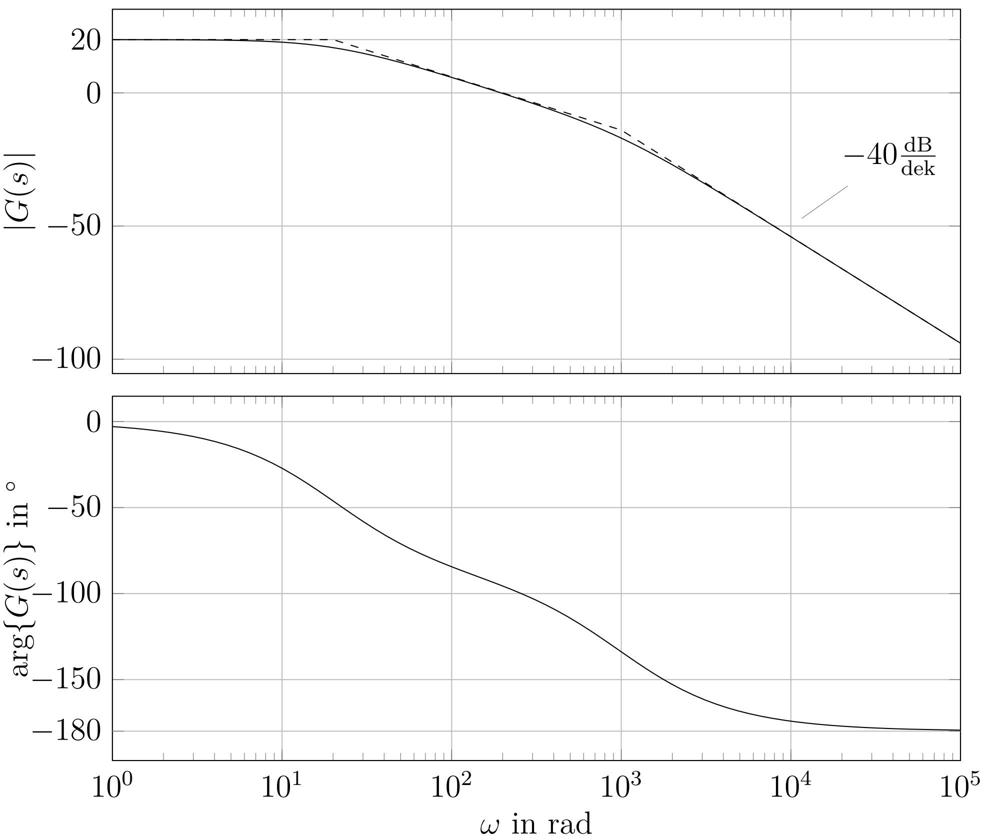

Abbildung 3: Bodediagramm für Aufgabe 2a

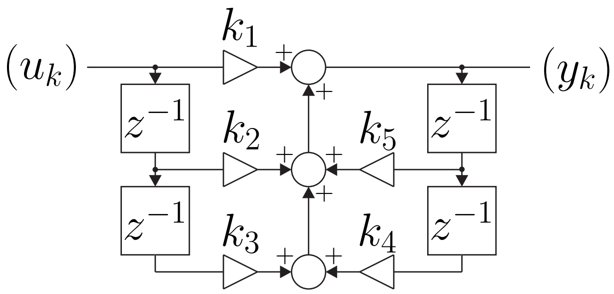

Abbildung 4: Biquad Filter für Aufgabe 2b

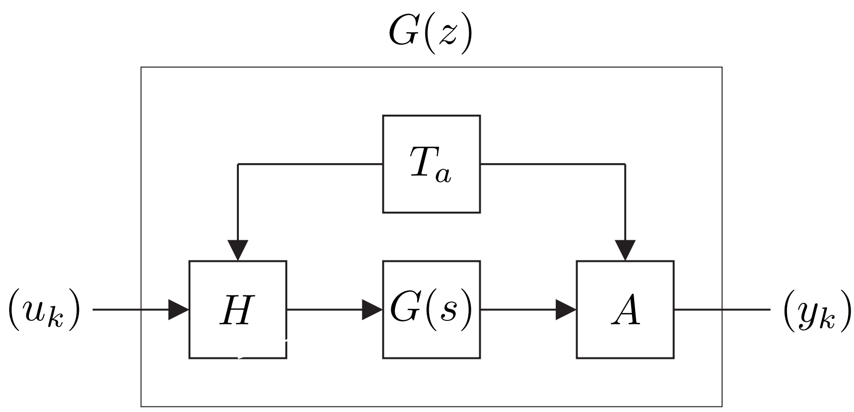

Abbildung 5: Erklärung der kontinuierlichen Übertragungsfunktion $G(s)$ für Aufgabe 2(b)ii mit dem Abtastglied A und dem Halteglied H.

3. Die folgenden Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden. **12 P.**

a) Gegeben ist das lineare zeitinvariante System **4.5 P.**

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} -d & \omega_0 \\ -\omega_0 & -d \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\
y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x} \ .
\end{aligned} \tag{2}
$$

i. Bestimmen Sie die Hankelmatrix $\mathcal{H}[1,1]$ des Systems (2). 1.5 P.

ii. Treffen Sie auf Grundlage der Hankelmatrix $\mathcal{H}[1,1]$ Aussagen über die vollständige Erreichbarkeit und die vollständige Beobachtbarkeit des Systems (2). 0.5 P.

iii. Wie hängen die Markovparameter im Zeitkontinuierlichen mit der Impulsantwort zusammen? 1 P.

iv. Was versteht man unter einem Rechts- und Linkseigenvektor der Matrix $\mathbf{A}$? Wie ist der Zusammenhang zu den Eigenvektoren von $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$? 1.5 P.

b) Gegeben ist die Impulsantwort eines linearen, zeitinvariante Systems mit **2.5 P.**

$$
g(t) = \mathrm{e}^{\alpha t} - t\mathrm{e}^{-\beta t} + \gamma \cos(\omega t) \ .
$$

i. Charakterisieren Sie die BIBO-Stabilität des Systems für die beiden Fälle 1.5 P.

I) $\gamma \neq 0$

II) $\gamma = 0$

in Abhängigkeit von α und β. Begründen Sie Ihre Antwort.

ii. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der BIBO-Stabilität und der asymptotischen Stabilität eines Systems? 1 P.

c) Für das System **5 P.**

$$
\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2 & a \\ 0 & -5 \end{bmatrix}\mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0
$$

soll die Lösungstrajektorie $\mathbf{x}(t)$ bestimmt werden. Gehen Sie hierzu wie folgt vor:

i. Bestimmen Sie die Ähnlichkeitstransformation $\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}\mathbf{z}(t)$ in die Jordansche Normalform. 1.5 P.

ii. Geben Sie die transformierte Dynamikmatrix $\tilde{\mathbf{A}}$ und die transformierte Transistionsmatrix $\tilde{\mathbf{\Phi}}(t)$ an. 1 P.

iii. Bestimmen Sie die Lösungstrajektorie des transformierten Systems $\mathbf{z}(t)$. 1 P.

iv. Bestimmen Sie die Lösungstrajektorie des Originalsystems $\mathbf{x}(t)$ 1.5 P.

4. Für das lineare, zeitinvariante System **8 P.|**

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} \end{aligned} \tag{3}$$

soll ein geeigneter Zustandsregler und Zustandsbeobachter entworfen werden.

a) Zur Stabilisierung des geschlossenen Regelkreises soll ein Zustandregler verwendet werden, der asymptotische Stabilität gewährleistet. Welcher Rückführvektor **2 P.|**

I) $\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 4 & -2 \end{bmatrix}$

II) $\mathbf{k}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 11 & -10 \end{bmatrix}$

ist dafür geignet. Begründen Sie Ihre Antwort und berechnen Sie für Ihre Wahl die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises.

b) Begründen Sie, warum zur Realisierung des Zustandsregelers aus Aufgabe a) für das System (3) ein Zustandsbeobachter benötigt wird. **0.5 P.|**

c) Weisen Sie die vollständige Beobachtbarkeit des Systems nach. **1 P.|**

d) Geben Sie für das System (3) einen vollständigen Luenberger-Beobachter so an, dass die Eigenwerte der Fehlerdynamik bei -4 und -6 zu liegen kommen. **3 P.|**

e) Wie lautet das charakteristische Polynom des gesamten geschlossenen Regelkreises, bestehend aus System, Zustandsregler und Zustandsbeobachter? **1.5 P.|**