

Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 25.09.2020

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Hörsaal/Sitzplatznummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	8.5	11.5	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. Folgende Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

8.5 P.

- a) In Abbildung 1 ist die Impulsantwort $g(t)$ eines linearen, zeitinvarianten (LTI) Systems skizziert.

3.5 P.

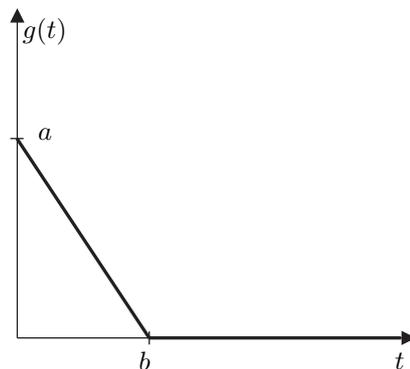


Abbildung 1: Impulsantwort eines LTI-Systems.

- i. Ist dieses System BIBO-stabil? (Begründen Sie Ihre Antwort!) 0.5 P.
- ii. Berechnen Sie die Sprungantwort $h(t)$ dieses Systems. 2.5 P.
- iii. Ist dieses System sprungfähig? (Begründen Sie Ihre Antwort!) 0.5 P.
- b) Gegeben ist ein einfacher Regelkreis mit der Übertragungsfunktion **5 P.**

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + as + 1}, \quad a \geq 0 \quad (1)$$

und einem Regler $R(s)$.

- i. Zeigen Sie, dass für $a = 0$ der geschlossene Kreis mit einem PI-Regler nicht stabilisiert werden kann. 2 P.
- ii. Bestimmen Sie für ein beliebiges $a \geq 0$ die Parameter eines PID-Reglers der Form 2 P.

$$R(s) = Ks + \frac{I}{s} + V \quad (2)$$

so, dass alle Pole des geschlossenen Kreises bei $s = -1$ liegen.

- iii. Was muss unternommen werden, damit der entworfene Regler (2) realisiert werden kann? 1 P.

2. Ein zeitdiskretes zeitinvariantes System mit den reellen Parametern a_i , $i = 1, 3$ wird durch die folgende Differenzgleichungen

11.5 P. |

$$p_{k+1} = w_k - a_3 p_k + u_k, \quad v_{k+1} = -a_1 p_k, \quad w_{k+1} = v_k \quad (3)$$

mit den Zustandsgrößen p_k , v_k , w_k , dem Eingang u_k und dem Ausgang $y_k = p_k$ beschrieben.

- a) Skizzieren Sie das Blockschaltbild des zeitdiskreten Systems (3). Markieren Sie dabei in der Skizze folgende Signale: Zustandsgrößen p_k , v_k , w_k , Eingangsgröße u_k und Ausgangsgröße y_k . 2 P. |
- b) Geben Sie das System (3) in Zustandsdarstellung 2 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma} u_k \quad (4a)$$

$$y_k = \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k \quad (4b)$$

mit dem Zustand \mathbf{x}_k , dem Eingang u_k und dem Ausgang y_k an. Welche reguläre Zustandstransformation $\mathbf{z}_k = \mathbf{T} \mathbf{x}_k$ mit der Transformationsmatrix \mathbf{T} führt das System (4) in die 2. Standardform über?

Hinweis: Die Transformationsmatrix kann direkt abgelesen werden.

- c) Für das System (4) wird nun ein Regler in der Form 2.5 P. |

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{R,k+1} &= \mathbf{\Phi}_R \mathbf{x}_{R,k} + \mathbf{\Gamma}_R e_k \\ u_k &= \mathbf{c}_R^T \mathbf{x}_{R,k} + d_R e_k \end{aligned}$$

mit dem Regelfehler $e_k = r_k - y_k$ und der Führungsgröße r_k entworfen. Bestimmen Sie die Zustandsdarstellung des geschlossenen Regelkreises in der Form $\mathbf{x}_{ges,k+1} = \mathbf{\Phi}_{ges} \mathbf{x}_{ges,k} + \mathbf{\Gamma}_{ges} r_k$, $y_k = \mathbf{c}_{ges}^T \mathbf{x}_{ges,k} + d r_k$.

- d) Entwerfen Sie für (3) einen vollständigen Luenberger Beobachter so, dass jeder Anfangsfehler $\mathbf{e}_0 = \hat{\mathbf{x}}_0 - \mathbf{x}_0$ in höchstens drei Schritten zu $\mathbf{0}$ übergeht. 2.5 P. |
- e) Berechnen Sie den bleibenden stationären Beobachtungsfehler $\mathbf{e}_s = \lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{e}_k$ für den Fall, dass das System (4) um eine unbekannte Störung in der Form 2.5 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma} u_k + \mathbf{\Gamma}_d d_k, \quad \mathbf{\Gamma}_d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad d_k = (1^k) \quad (5)$$

erweitert wird. Schreiben Sie die Gleichung der Beobachtungsfehlerdynamik für diesen Fall an.

3. Die Aufgaben a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.**

a) Gegeben ist die Differenzengleichung **7 P.**

$$y_k - 2y_{k-1} - 5y_{k-2} + 6y_{k-3} = 2u_{k-2} + u_{k-3} . \quad (6)$$

i. Geben Sie die zeitdiskrete Übertragungsfunktion für (6) an. 1 P.

ii. Geben Sie das System als Minimalrealisierung in Zustandsdarstellung 2 P.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma} u_k, & \mathbf{x}_0 \\ y_k &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k + \mathbf{d} u_k \end{aligned}$$

mit dem Eingang u_k und dem Ausgang y_k an.

iii. Geben Sie einen Anfangszustand \mathbf{x}_0 an, welcher für $u_k = 0$ zur Lösung 3 P.

$$\mathbf{x}_k = \lambda^k \mathbf{x}_0 \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

mit einem skalaren Faktor λ führt.

Hinweis: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$

iv. Geben Sie den Ausgang y_k für dieses \mathbf{x}_0 an. 1 P.

b) Die Lösung eines linearen, autonomen Systems der Ordnung n vereinfacht sich für einen beliebigen Anfangszustand \mathbf{x}_0 aufgrund einer speziellen Systemeigenschaft zu **1 P.**

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \mathbf{A}^k \frac{t^k}{k!} \mathbf{x}_0$$

mit der Dynamikmatrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Bestimmen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix \mathbf{A} und begründen Sie das Ergebnis.

c) Gegeben ist das skalare zeitdiskrete Eingrößensystem der Form **2 P.**

$$x_{k+1} = \varphi x_k + \gamma u_k$$

mit dem Anfangswert x_0 . Geben Sie die allgemeine Lösung dieses Systems an.

4. Die folgenden Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden. 10 P. |

- a) Fertigen Sie eine möglichst genaue und ordentlich beschriftete Skizze der Sprungantwort der Übertragungsfunktion 2 P. |

$$G(s) = e^{-2s} 10 \frac{s+1}{s+10}$$

an.

- b) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion 2 P. |

$$G(s) = \frac{s-100}{s(s^2 + \sqrt{10}s + 100)}$$

in Abbildung 2 ein.

- c) Die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{4s^2 + 9}{s(s^2 + 9)}$$

wird mit der Abtastzeit T_a abgetastet.

- i. Bestimmen Sie die entsprechende Übertragungsfunktion $G(z)$ im z -Bereich. 2 P. |
ii. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $G^\#(q)$ im q -Bereich. Sie müssen für z nicht einsetzen. 1 P. |
d) Für die q -Übertragungsfunktion 3 P. |

$$G^\#(q) = \frac{3+q}{(1+q)(3+\sqrt{3}q)} \quad (7)$$

soll ein PI-Regler der Form

$$R^\#(q) = \frac{V_1(1+qT_1)}{q}$$

entworfen werden. Bestimmen Sie die Parameter V_1 und T_1 so, dass der geschlossene Regelkreis

- die Anstiegszeit $t_r = \frac{1,2}{\sqrt{3}}$ s, und
- das Überschwingen $\ddot{u} = 25\%$

besitzt.

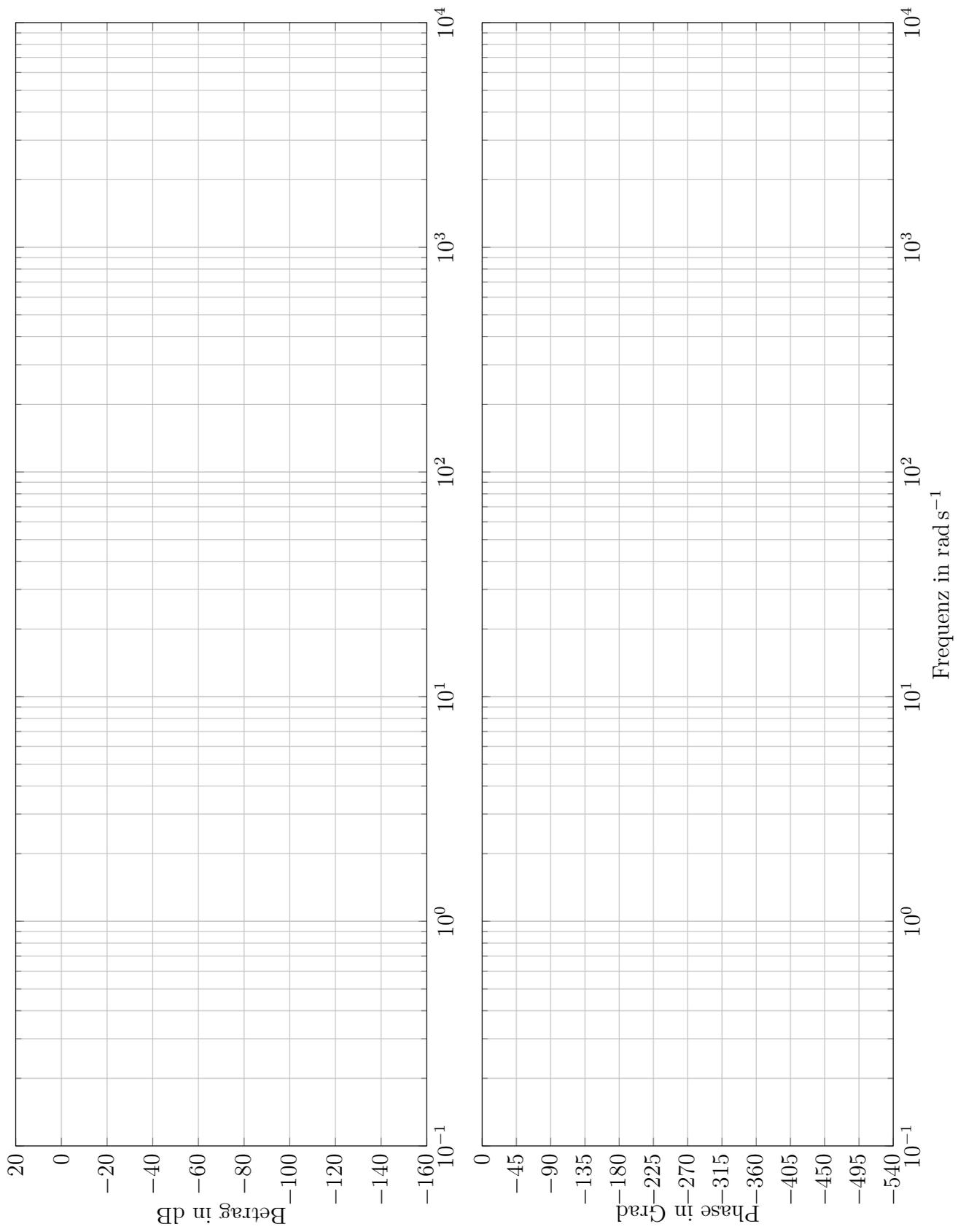


Abbildung 2: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 4