

Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 06.11.2020

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Hörsaal/Sitzplatznummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	9	11	10	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. Folgende Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden. **9 P.**

Von verschiedenen zeitdiskreten Systemen mit der Abtastzeit $T_a = 0.1$ s sind die Pol-Nullstellendiagramme in Abbildung 1 gegeben.

- a) Sind die Systeme mit den in Abbildung 1 gezeigten Pol-Nullstellendiagrammen BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort! **1 P.**
- b) Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems mit dem Pol-Nullstellendiagramm von Abbildung 1 a) an. Bei der Messung am Ausgang erhält man $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k = 0.01$ wenn als Eingang die Einheitssprungsfolge gewählt wird. Dieses Verhalten soll korrekt abgebildet werden. **2 P.**
- c) Für dieses System $G(z)$ wird nun ein Regler der Form **0.5 P.**

$$R(z) = \frac{k}{z - 1} \quad (1)$$

verwendet. Um welche Art von Regler (P, I, D, PI, PD, PID) handelt es sich. Begründen Sie Ihre Antwort.

- d) Die Übertragungsfunktion eines zeitdiskreten Regelkreises lautet **2 P.**

$$T_{r,y} = \frac{0.2z}{z^3 - 1.3z^2 + 1.1z - 0.6} \quad (2)$$

Am Eingang liegt das Signal $r_k = r(kT_a) = 5(\frac{1}{10})^k + 2 \sin(0.5\pi k)$ an. Berechnen Sie die Ausgangsfolge y_k im eingeschwungenen Zustand.

Hinweis: Sie müssen Funktionen nicht explizit auswerten.

- e) Am Ausgang des stabilen Regelkreises, wie in Abbildung 2 dargestellt, mit der Führungsübertragungsfunktion (2) tritt eine niederfrequente Störung $g(t)$ auf. Zu dieser Störung steht Ihnen eine zeitdiskrete Schätzung $\hat{g}_k$ zur Verfügung. Wie können Sie die Störung ideal unterdrücken wenn Sie das Signal r_k , wie in Abbildung 2 dargestellt, nur durch einen additiven Term verändern können. **1.5 P.**
- Hinweis:** Achten Sie darauf, dass Ihre Lösung praktisch realisierbar ist.
- f) In Abbildung 3 ist der Betragsfrequenzgang eines zeitdiskreten Regelkreises $L^\#(q)$, siehe Abbildung 2, gegeben. Skizzieren Sie näherungsweise den Betragsfrequenzgang der beiden Übertragungsfunktionen $T_{r,y}^\#(q)$ und $T_{d,y}^\#(q)$ und begründen Sie ausführlich, wie sie auf dieses Ergebnis kommen. **2 P.**

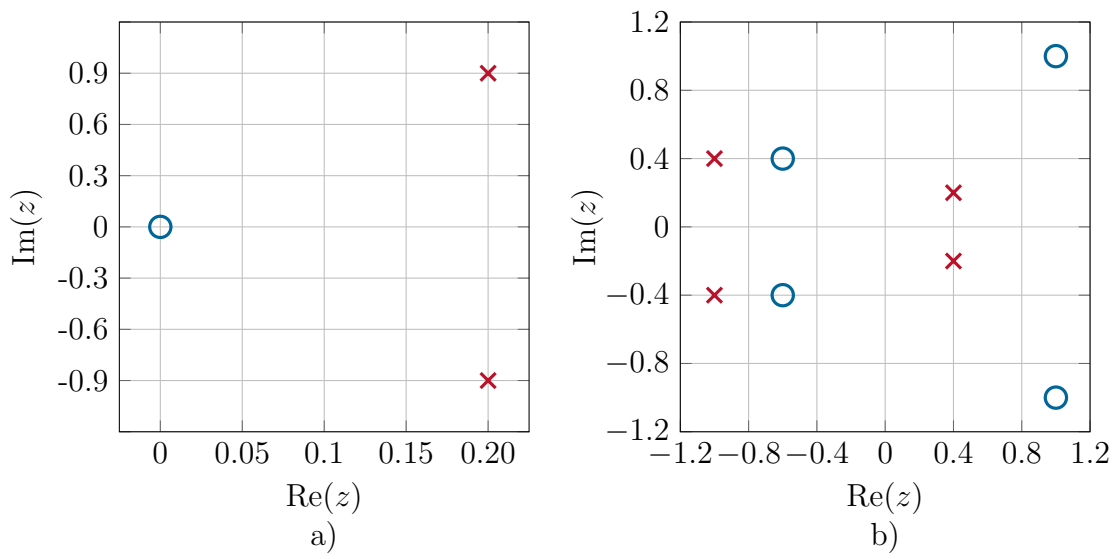


Abbildung 1: Pol-Nullstellen-Diagramm der zeitdiskreten Übertragungsfunktion.

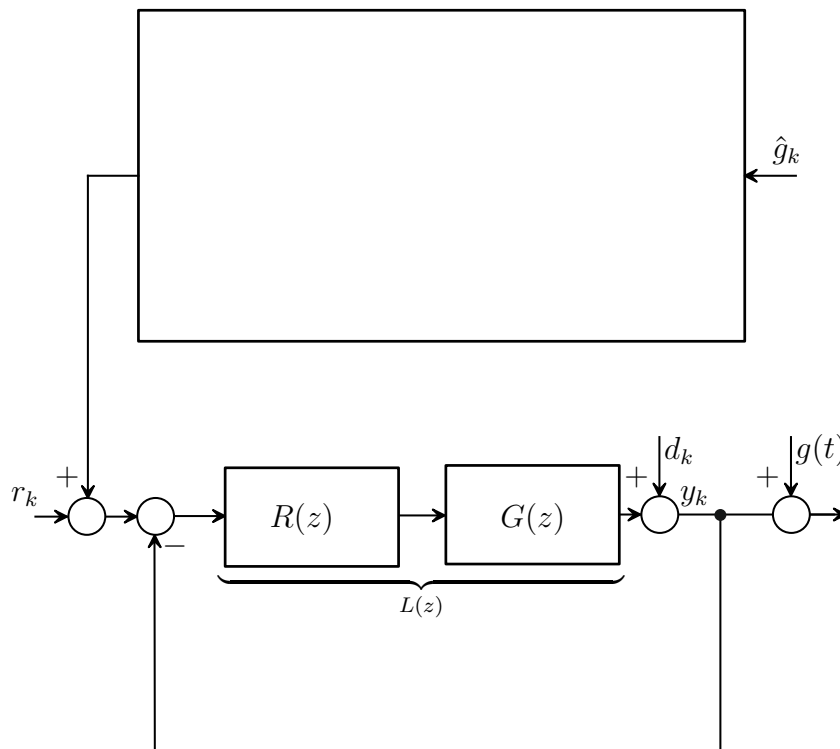


Abbildung 2: Regelkreis.

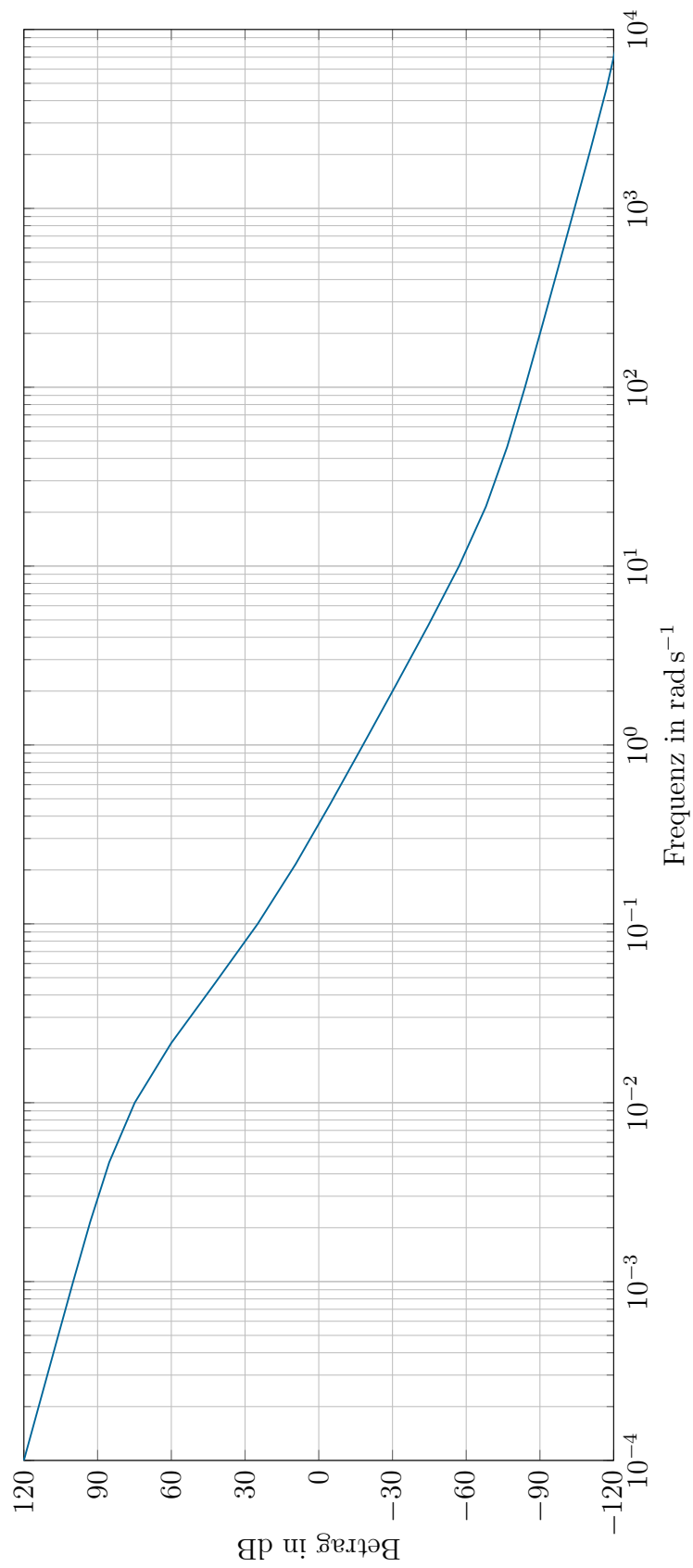


Abbildung 3: Betragsfrequenzgang des offenen Regelkreises $L^\#(q)$.

2. Folgende Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden. Ein zeitinvariantes System wird durch die Zustandsraumdarstellung

11 P.

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{bmatrix} u \quad (3a)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} \quad (3b)$$

mit dem Zustand $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]$, dem Eingang u und dem Ausgang y beschrieben.

- a) Skizzieren Sie das Strukturschaltbild des Systems (3). Markieren Sie dabei in Ihrer Skizze die Zustandsgrößen $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]$, die Eingangsgröße u und die Ausgangsgröße y . **2 P.**
- b) Entwerfen Sie für das System (3) einen Zustandsregler. Die Pole des geschlossenen Kreises sollen bei $s_1 = -7$, $s_2 = -5$ und $s_3 = -3$ liegen. **3 P.**
- c) Berechnen Sie die zum System (3) zugehörige Beobachtbarkeitsmatrix. **1 P.**
- d) Kann für das System (3) ein trivialer Beobachter verwendet werden? Begründen Sie Ihre Antwort. **1 P.**
- e) Für das System (3) wurde ein vollständiger Beobachter der Form **2.5 P.**

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}u + \mathbf{k}_b(\hat{y} - y) \\ \hat{y} &= \mathbf{c}^T \hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

entworfen. Das charakteristische Polynom der Fehlerdynamik wurde zu $p(\lambda) = (\lambda + 100)^3$ gewählt. Beweisen Sie, dass die Kombination von Zustandsregler und Beobachter zu einem stabilen geschlossenen Kreis führt.

Hinweis: Es genügt nicht anzugeben, dass das Separationsprinzip gilt.

- f) Skizzieren Sie ein Blockschaltbild für den Regelkreis bestehend aus Strecke, Zustandsregler und Zustandsbeobachter. Markieren Sie in Ihrer Skizze die Führungsgröße, die Stellgröße sowie die Regelgröße. **1.5 P.**

3. Die folgenden Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden. 10 P.

a) Gegeben ist das System von Differentialgleichungen 7 P.

$$\begin{aligned} e^{-wb-a} - e^{z-a} + \dot{w} - \ddot{w} &= 0 \\ \cos(wb) + u_1 e^{-u_1 \dot{w}} - \sqrt{u_2} - \dot{z} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

mit den konstanten Koeffizienten $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und den Eingangsgrößen $u_1 > 0$ und $u_2 > 0$. Der Ausgang y des Systems ist durch die Gleichung

$$y = \dot{w}z + u_1 \quad (5)$$

beschrieben.

- i. Gesucht ist das System (4) - (5) in seiner Zustandsraumdarstellung $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, $y = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, wobei $\mathbf{x}$ der Zustand und $\mathbf{u}$ der Eingang des Systems ist. 2 P.
 - ii. Berechnen Sie die Menge aller Ruhelagen des Systems (4) für $u_{2,R} = u_{1,R}^2$. Wie viele Ruhelagen besitzt das System ? 2 P.
 - iii. Linearisieren Sie das System um die allgemeine Ruhelage $\mathbf{x}_R$ und $\mathbf{u}_R$. Geben Sie explizit die Systemmatrizen $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ und $\mathbf{D}$ an. 2 P.
 - iv. Welche Eigenschaft(en) muss ein System erfüllen, damit das Superpositionsprinzip angewandt werden kann ? 1 P.
- b) Gegeben ist die Übertragungsmatrix eines linearen und zeitinvarianten Systems 3 P.

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \frac{1}{1+s} & \frac{5}{(1+s)(s+2)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+2} & \frac{1}{(s+2)^2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{s+2} \end{bmatrix} \mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (6)$$

mit $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\pi}{2} \end{bmatrix}$ und $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$.

- i. Geben Sie die Dimension n des Systemzustandes, m des Eingangs sowie p des Ausgangs explizit an. 1.5 P.
- ii. Berechnen Sie die Dynamikmatrix $\mathbf{A}$ des Systems. 1 P.
- iii. Ist das System aus (6) asymptotisch stabil ? Begründen Sie Ihre Antwort. 0.5 P.

4. Die folgenden Aufgaben können unabhängig voneinander gelöst werden.

10 P.

a) In Abbildung 4 ist das Bodediagramm des offenen Regelkreises $L(s) = R(s)G(s)$ mit $\lim_{s \rightarrow \infty} sL(s) = V$ zu sehen.

i. Welche Anstiegszeit t_r und welches Überschwingen $\ddot{u}$ weist die Sprungantwort des zugehörigen geschlossenen Regelkreises auf? Wie groß ist die bleibende Regelabweichung $e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)}$ bzw. $e_\infty|_{r(t)=t}$?

1.5 P.

ii. Die zum Bodediagramm zugehörige Strecke des offenen Kreises ist in der Form

2 P.

$$G(s) = \frac{1}{(s/100 + 1)(s + 1)} \quad (7)$$

gegeben. Entwerfen Sie nun einen PI-Regler $R(s) = \frac{V_I(T_I s + 1)}{s}$ so, dass der geschlossene Regelkreis die Anforderungen $t_r = 1.5s$, $\ddot{u} = 10\%$ erfüllt.

Hinweis: Nehmen Sie an $\tan^{-1}\left(\frac{1}{100}\right) \approx 0$.

iii. Nach dem Entwurf des PI-Reglers fällt Ihnen auf, dass ein größerer Abstand zu den Stellgrößenbeschränkungen besteht. Es wird nun die Anforderung gestellt eine schnellere Anstiegszeit t_r zu erzielen, wobei aber das Überschwingverhalten ($\ddot{u} = 10\%$) gleichbleiben soll. Wie groß ist die kleinste Anstiegszeit die Sie mit Hilfe eines PI-Reglers erreichen können, damit der geschlossene Regelkreis noch BIBO-stabil ist und sich das Überschwingverhalten nicht verändert? Gehen Sie davon aus, dass Sie mit dem PI-Regler die Phase um maximal 60° anheben können.

1.5 P.

iv. Der PI-Regler soll nun in digitaler Form implementiert werden. Wie lauten die Differenzgleichungen für die Implementierung eines zeitdiskreten PI-Reglers?

1 P.

b) Die Nyquist-Ortskurven der offenen Regelkreise $L_i(s)$, $i \in \{1, 2, 3\}$

2.5 P.

$$L_1(s) = \frac{(s + 1)}{(s + 10)(s + 3)(s - 10^{-3})}; \quad (8)$$

$$L_2(s) = \frac{s - 2}{s(2s^2 - 0.5s + 3)}; \quad (9)$$

$$L_3(s) = \frac{20(s + 2)}{10s^2 + 4s + 100} \quad (10)$$

sind in den Abbildungen 5 zu sehen. Ordnen Sie zuerst die Übertragungsfunktionen (8)-(10) den Ortskurven zu. Welcher der geschlossenen Regelkreise ist BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antworten!

c) Die Übertragungsfunktion einer Strecke $G(s)$ ist mit

1.5 P.

$$G(s) = \frac{1}{(s - 1)(s + 8)} \quad (11)$$

gegeben. Ist es möglich, die Strecke mit Hilfe eines P-Reglers $R(s) = K_p$ zu stabilisieren? Falls es möglich ist, für welchen Wertebereich K_p ist der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil?

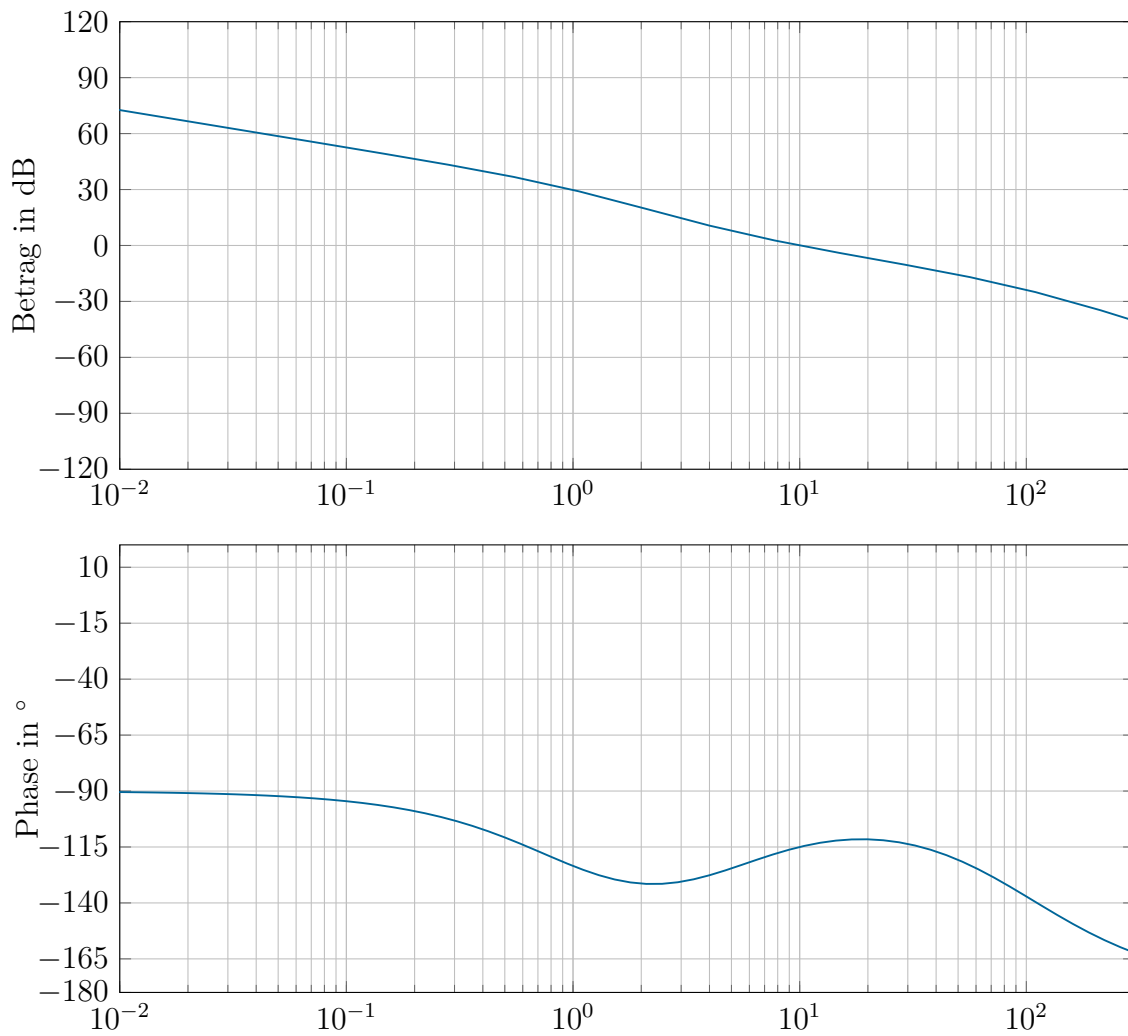


Abbildung 4: Betrags- und Phasenfrequenzgang des offenen Regelkreises $L(s)$.

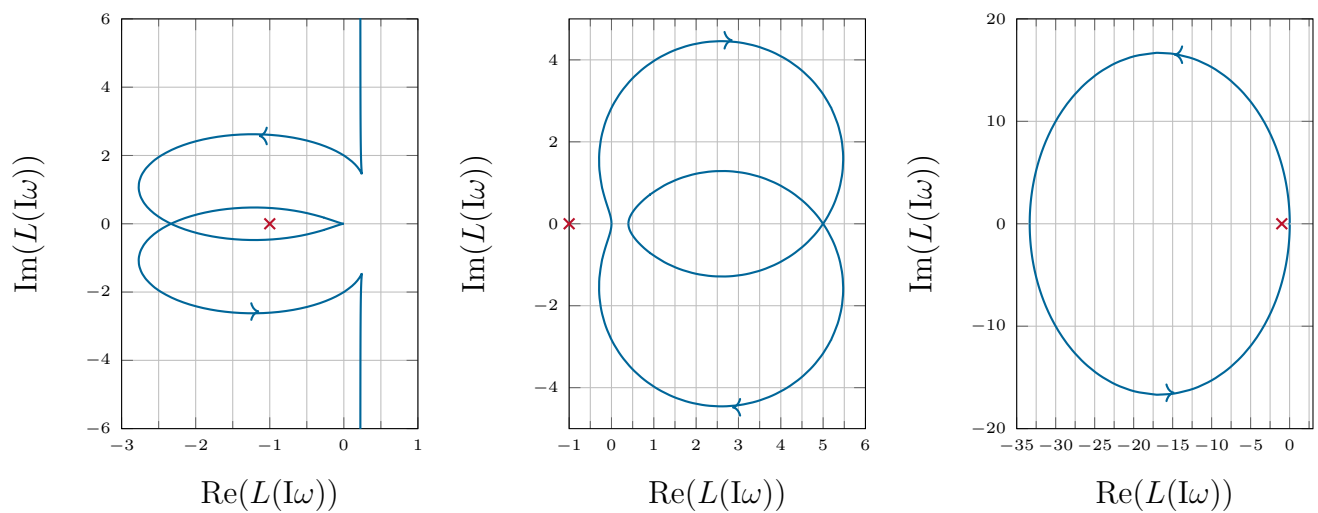


Abbildung 5: Nyquist-Ortskurven der Übertragungsfunktionen $L_i(s)$ aus Aufgabenteil 4b).