

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 16.03.2018

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

| | | | | | |
|--------------------|----|----|----|----|----------|
| Aufgabe | 1 | 2 | 3 | 4 | Σ |
| erreichbare Punkte | 10 | 10 | 10 | 10 | 40 |
| erreichte Punkte | | | | | |

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und
- ... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

23.03.2018

26.03.2018

27.03.2018

Viel Erfolg!

1. Aufgabe **a)** und Aufgabe **b)** können voneinander unabhängig gelöst werden. **10 P.**

a) Gegeben ist die Differenzgleichung **5 P.**

$$y_k + y_{k-1} - 9y_{k-2} - 9y_{k-3} = u_{k-1} + u_{k-2} . \quad (1)$$

- i. Geben Sie eine zeitdiskrete Übertragungsfunktion für (1) an. **1 P.**
- ii. Geben Sie das System als Minimalrealisierung in Zustandsdarstellung mit dem Eingang u_k und dem Ausgang y_k an. **2 P.**
- iii. Geben Sie einen Anfangszustand an, welcher für $u_k = 0$ zur Lösungstrajektorie **2 P.**

$$\mathbf{x}_k = \lambda^k \mathbf{x}_0 \quad \forall k \in \mathbb{N}_+$$

mit einem skalaren Faktor λ führt.

Hinweis: $x^3 + x^2 - 9x - 9 = (x + 1)(x + 3)(x - 3)$

b) Bearbeiten sie folgende Aufgaben. **5 P.**

- i. In Abbildung 1 ist ein Pol-Nullstellendiagramm eines zeitdiskreten Systems dargestellt. In Abbildung 2 sind Sprungantworten verschiedener Systeme dargestellt. Welche Sprungantwort ist die des Systems mit den gegebenen Pol-Nullstellendiagramm? Begründen Sie auch warum die Sprungantworten jeweils (nicht) in Frage kommen. **3 P.**
- ii. Bestimmen Sie aus der Sprungantwort und dem Pol-Nullstellendiagramm die Übertragungsfunktion des Systems. **2 P.**

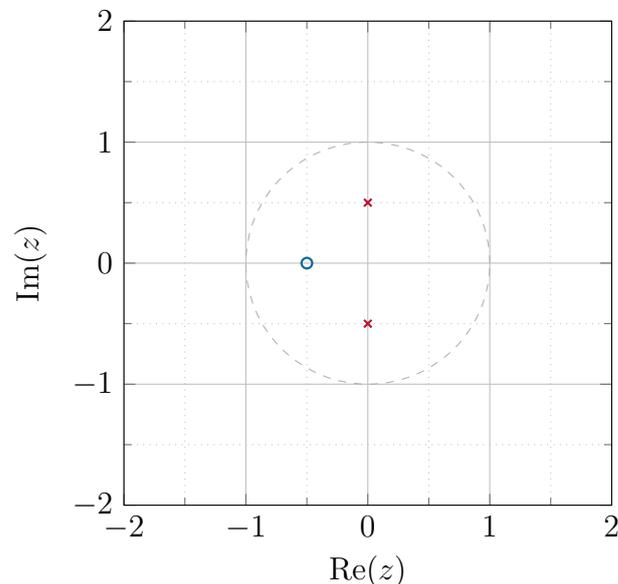


Abbildung 1: Pol-Nullstellen-Diagramm zu Aufgabe 2.

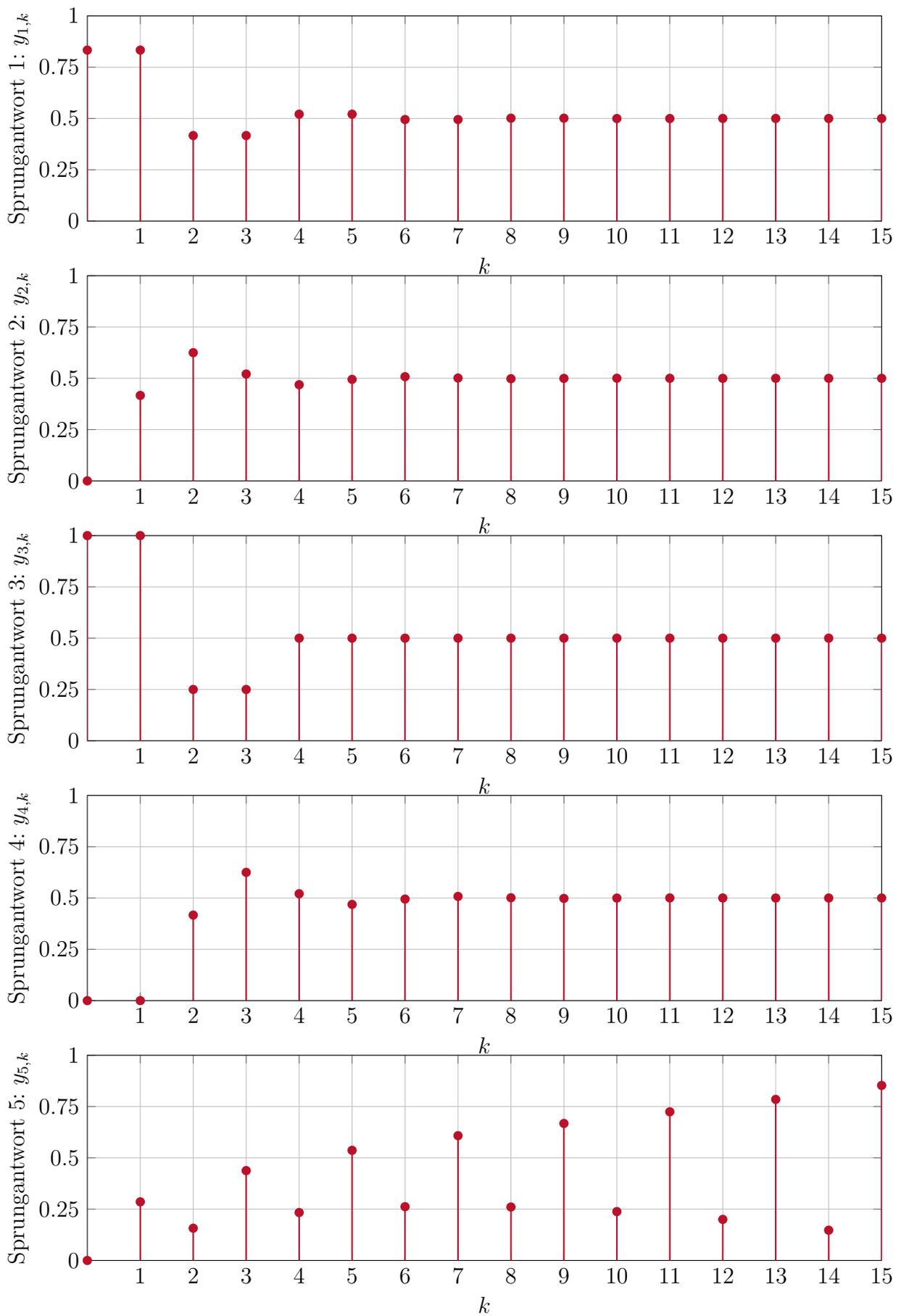


Abbildung 2: Sprungantworten zu Aufgabe 2.

2. Die Aufgaben a) - d) können getrennt voneinander bearbeitet werden. Gegeben sind die Bewegungsgleichungen

10 P.|

$$\begin{aligned}\ddot{l} &= l\dot{l} - 4\dot{l} + \frac{1}{2}\cos(\gamma) \\ \ddot{\theta} &= \theta + l\dot{\theta} - \frac{2\varepsilon}{l}\sin(\gamma).\end{aligned}\tag{2}$$

- a) Führen Sie den Zustandsvektor $\mathbf{x}^T = [l \ \dot{l} \ \theta \ \dot{\theta}]$ und den Eingangsvektor $\mathbf{u}^T = [\varepsilon \ \gamma]$ ein und geben Sie das System (2) in Zustandsdarstellung der Form

1 P.|

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})\tag{3}$$

an.

- b) Bestimmen Sie alle Ruhelagen dieses Systems für die gegebenen Zustände $l = l_R$ und $\theta = \theta_R$.

2 P.|

- c) Linearisieren Sie das System (2) um die gegebene Trajektorie $\mathbf{x}_s^T(t) = [l_s(t) \ 0 \ \theta_s(t) \ \omega_s(t)]$ und den gegebenen Eingang $\mathbf{u}_s^T(t) = [t \ -\frac{\pi}{2}]$. Geben Sie das linearisierte System an.

3 P.|

- d) Welche Aussagen können Sie über das um die Trajektorie linearisierte System hinsichtlich der Systemeigenschaften Linearität und Zeitinvarianz für eine allgemeine Trajektorie $\mathbf{x}_s^T(t)$ und einen allgemeinen Eingang $\mathbf{u}_s^T(t)$ treffen?

1 P.|

- e) Nehmen Sie nun an, dass das System (2) anstelle der Trajektorie $\mathbf{x}_s(t)$ um die Ruhelage $\mathbf{x}_R^T = [2 \ 0 \ \frac{1}{2} \ 0]$ mit dem konstanten Eingang $\mathbf{u}_R^T = [-\frac{3}{2} \ -\frac{\pi}{2}]$ linearisiert wird. Berechnen Sie die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}(s)$ von den beiden Eingängen zum Ausgang $\Delta y = \Delta x_1$.

3 P.|

3. In Abbildung 3 ist ein Regelkreis dargestellt.

10 P. |

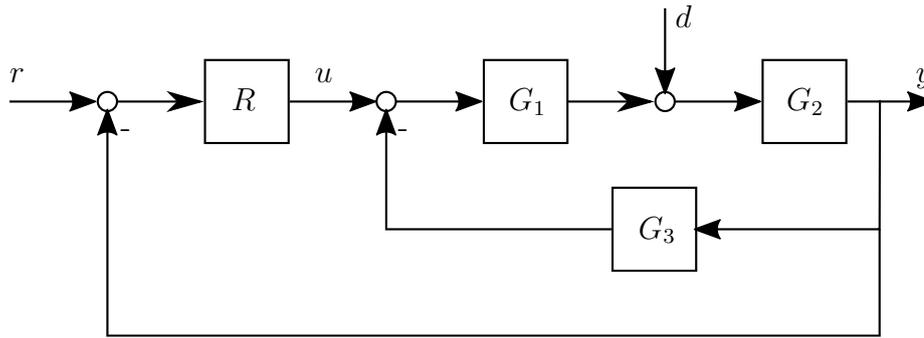


Abbildung 3: Blockschaltbild eines Regelkreises.

Die Regelstrecke besteht aus den Teilstrecken

$$G_1 = \frac{1000}{s}$$

$$G_2 = \frac{1}{s + 10}$$

$$G_3 = 10$$

und der Regler besitzt die Übertragungsfunktionen

$$R = 100 + \frac{1}{s} .$$

- a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion T_{uy} der Strecke vom Eingang u zum Ausgang y . 1 P. |
- b) Zeichnen Sie im beiliegenden Blatt den Amplitudengang sowie den Phasengang der Übertragungsfunktion T_{uy} der Regelstrecke ein. 3 P. |
Hinweis: Falls es eine Resonanzüberhöhung gibt, ist diese auch einzuzeichnen.
 $\log(\sqrt{x}) = \frac{1}{2} \log(x)$
- c) Gehen Sie davon aus, dass das System BIBO stabil ist. Wie sieht der Ausgang $y(t)$ stationär für eine rampenförmige Störung $d(t) = t\sigma(t)$ aus? 2 P. |
- d) Bei einer gegebenen Führungsgröße 4 P. |

$$r = 10\sigma(t)$$

wird im eingeschwungenen Zustand am Ausgang

$$y = 11\sigma(t) + \sin(10t)$$

gemessen. Bestimmen Sie die auf das System einwirkende Störung d .

4. Die Aufgaben a) - d) können getrennt voneinander bearbeitet werden. Das zeitdiskrete System

10 P.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k \quad (4)$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \quad (5)$$

wird um den Integratorzustand

$$x_{I,k+1} = x_{I,k} + (r_k - \mathbf{c}^T \mathbf{x}_k) \quad (6)$$

erweitert.

- a) Zeigen Sie, dass das erweiterte System (4)-(6) vollständig erreichbar ist. **2 P.**
- b) Wie muss der Rückführungsvektor \mathbf{k}_e^T für einen Zustandsregler des erweiterten Systems (4)-(6) lauten, um ein Dead-Beat Verhalten des geschlossenen Regelkreises zu erhalten? **4 P.**
- c) Ist der geschlossene Kreis mit dem Zustandsregler von Punkt 4b vom Eingang (u_k) zum Ausgang (y_k) BIBO-stabil? Begründen Sie ausführlich ihre Antwort. **1 P.**
- d) Gegeben ist die q-Übertragungsfunktion **3 P.**

$$G^\#(q) = 10 \frac{\left(\frac{2q}{3} - \frac{1}{6}\right)\left(\frac{q}{8} + 3\right)}{(q+12)\left(\frac{q}{12} + \frac{1}{4}\right)\left(\frac{q}{2} + \frac{1}{3}\right)}. \quad (7)$$

Für welche Abtastzeit T_a ist diese Strecke

- i. stabil?
- ii. realisierbar?
- iii. sprungfähig?

Begründen Sie ihre Antworten.

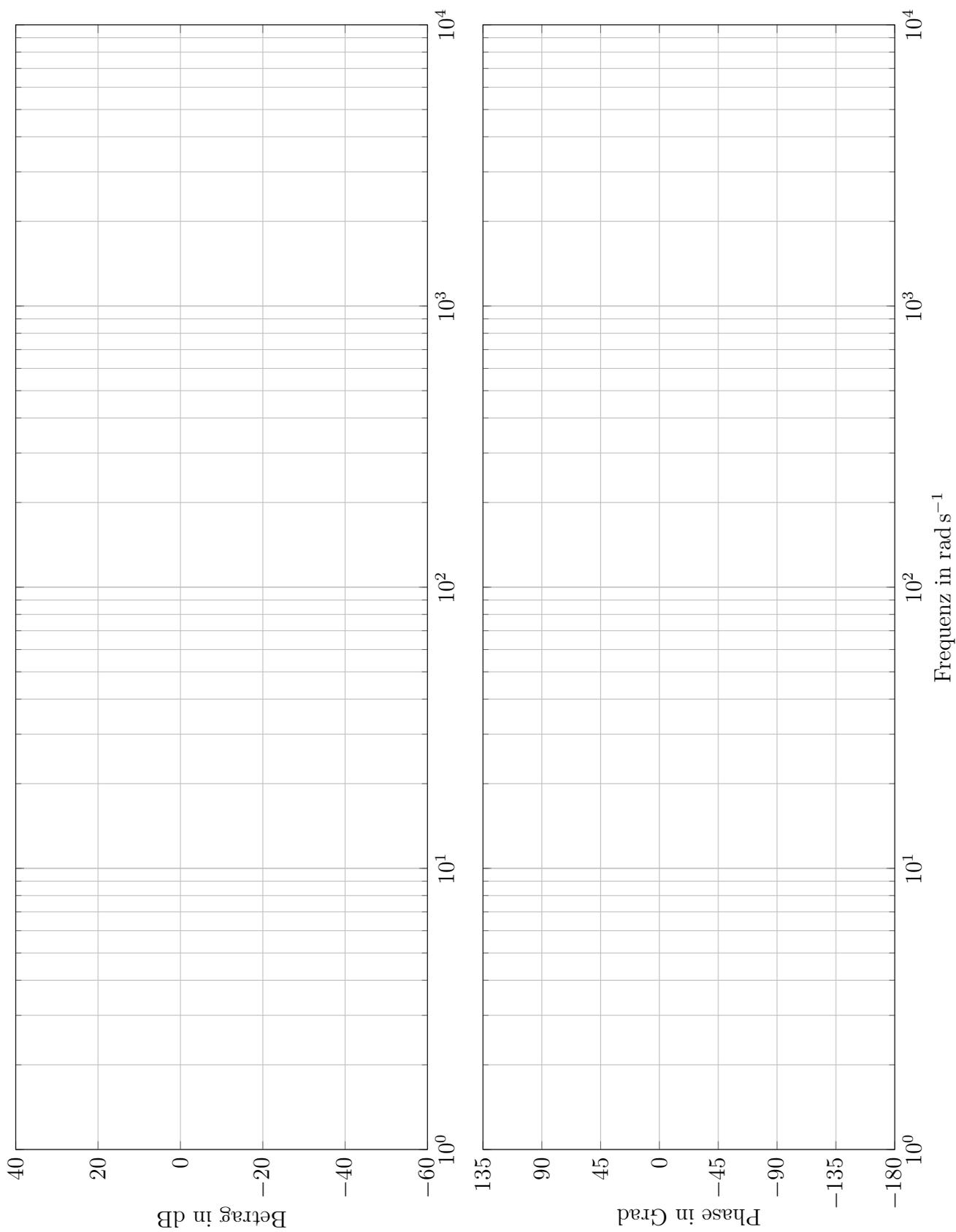


Abbildung 4: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 3