

**Technische Universität Wien**  
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur  
VU Automatisierung  
am 03.02.2023

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	$\Sigma$
erreichbare Punkte	12	9	8	11	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

**Bitte ...**

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

**Viel Erfolg!**

1. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.

12 P. |

a) Gegeben ist das autonome System

6 P. |

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \omega\beta \\ \dot{\beta} &= -\omega\alpha \\ \dot{\omega} &= 0.\end{aligned}$$

- i. Bestimmen Sie für die Anfangsbedingungen  $\tilde{\alpha}(0) = 0$ ,  $\tilde{\beta}(0) = 1$ ,  $\tilde{\omega}(0) = \bar{\omega}$  die Trajektorie  $\tilde{\mathbf{x}}^T(t) = [\tilde{\alpha}(t) \quad \tilde{\beta}(t) \quad \tilde{\omega}(t)]$ . 3 P. |
- ii. Linearisieren Sie das nichtlineare System um die Trajektorie  $\tilde{\mathbf{x}}(t)$  und geben Sie das linearisierte System an. 2 P. |
- iii. Welche Aussagen können Sie über das um die Trajektorie linearisierte System hinsichtlich der Systemeigenschaften Linearität und Zeitinvarianz treffen? 1 P. |

b) Gegeben ist folgendes Übertragungsglied

6 P. |

$$R(s) = V \frac{1 + sT}{1 + s\frac{T}{3}}.$$

- i. Um welches Übertragungsglied handelt es sich bei  $R(s)$ ? Berechnen Sie weiters jene Kreisfrequenz  $\omega = \omega_{\max}$  bei der  $\arg(R(j\omega))$  maximal wird sowie den Wert  $\varphi_{\max} = \arg(R(j\omega_{\max}))$ .  
**Hinweis:**  $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$  3 P. |
- ii. Das Übertragungsglied  $R(s)$  soll als Regler für die Übertragungsfunktion 3 P. |

$$G(s) = \frac{1}{s^2}$$

dienen. Bestimmen Sie die Parameter  $V$  und  $T$  des Reglers  $R(s)$ , sodass die Sprungantwort des geschlossenen Kreises eine Anstiegszeit von  $t_r = 0.15$  s erreicht und die Phasenreserve  $\Phi$  maximal wird. Wie groß ist die erreichte Phasenreserve  $\Phi$ ?

2. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.

9 P. |

a) Für das System

6 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}u_k \quad (1a)$$

$$y_k = \mathbf{c}^T\mathbf{x}_k + v_k \quad (1b)$$

mit

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} \end{bmatrix} \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}$$

und der Störung  $v_k$  am Ausgang soll ein vollständiger Luenberger Beobachter entworfen werden.

i. Bestimmen Sie die Beobachterverstärkung  $\hat{\mathbf{k}}$  sodass das charakteristische Polynom der Beobachterfehlerdynamikmatrix  $\hat{p}_{\text{soll}}(z) = \left(z - \frac{1}{2}\right)^2$  lautet. 3 P. |

**Hinweis:** Vernachlässigen Sie für diesen Punkt die Störung  $v_k$ .

ii. Geben Sie die Differenzgleichung der Beobachterfehlerdynamik  $\mathbf{e}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k$  an. Wie groß ist der stationäre Beobachterfehler  $\mathbf{e}_\infty$  für  $(v_k) = (1^k)$ ? 3 P. |

b) Die Eigenwerte  $\lambda_1 = \frac{1}{2}$ ,  $\lambda_2 = -\frac{1}{2}$ ,  $\lambda_3 = \frac{1}{4}$  und zugehörigen Eigenvektoren 3 P. |

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

der Dynamikmatrix  $\mathbf{\Phi}$  eines zeitdiskreten Systems sind bekannt. Der Ausgangsvektor lautet  $\mathbf{c}^T = [a \quad b \quad 0]$  mit den unbekanntenen Parametern  $a$  und  $b$ .

i. Kann für das System ein trivialer Beobachter verwendet werden? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P. |

ii. Welche Bedingungen für  $a$  und  $b$  müssen erfüllt sein damit das System vollständig beobachtbar ist? 2 P. |

3. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.

8 P. |

a) Gegeben ist das lineare, zeitinvariante System nach Abbildung 1.

4 P. |

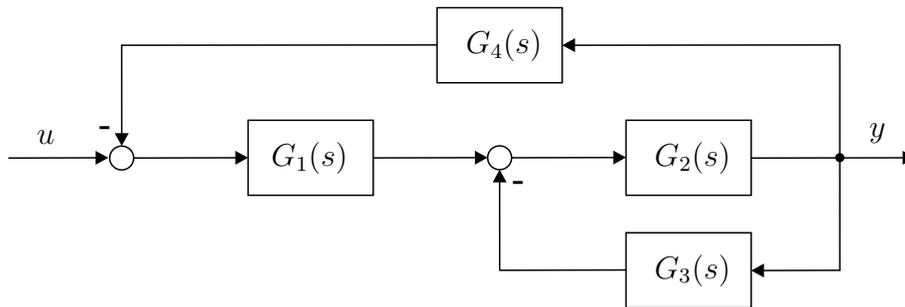


Abbildung 1: Blockschaltbild.

i. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $G(s)$  vom Eingang  $u$  zum Ausgang  $y$ .

2 P. |

ii. Für die Übertragungsfunktionen gelte nun  $G_1(s) = 3$ ,  $G_2(s) = \frac{1}{s+1}$ ,  $G_3(s) = \frac{1}{2s+a}$  und  $G_4(s) = \frac{1}{s}$ . Geben Sie an für welche Werte von  $a$  die Übertragungsfunktion BIBO-stabil ist und begründen Sie Ihre Antwort!

2 P. |

b) Gegeben ist die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion

4 P. |

$$G(s) = \frac{5s + 6}{s^2 + 2s} \quad (2)$$

i. Berechnen Sie die  $q$ -Übertragungsfunktion  $G^\#(q)$  zu (2) mit der Abtastzeit  $T_a = 2$ .

2 P. |

ii. Ist die berechnete  $q$ -Übertragungsfunktion  $G^\#(q)$  sprunghfähig? Begründen Sie Ihre Antwort.

1 P. |

iii. Geben Sie die allgemeine Berechnungsvorschrift an, um eine  $q$ -Übertragungsfunktion  $G^\#(q)$  ausgehend von einer zeitkontinuierlichen Übertragungsfunktion  $G(s)$  mit der Abtastzeit  $T_a$  zu berechnen.

1 P. |

4. Die Aufgaben a) - c) können unabhängig voneinander gelöst werden.

11 P. |

- a) Es soll ein Kaskadenregler das zeitkontinuierliche System von Abbildung 2 mit den Übertragungsfunktionen  $G_1(s)$  und  $G_2(s)$  auf einem Digitalrechner entworfen werden. Es treten jeweils die Ausgangsstörungen  $d_1$  und  $d_2$  auf.

5 P. |

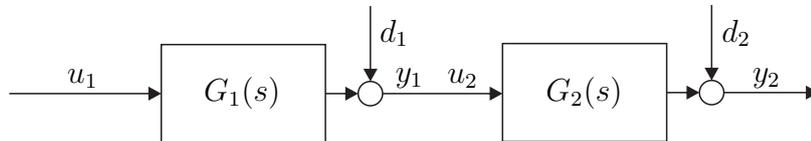


Abbildung 2: Blockschaltbild des zeitkontinuierlichen Systems.

- i. Zeichnen Sie das Blockschaltbild für den gewünschten zeitdiskreten Kaskadenregelkreis mit den erforderlichen Analog/Digital- und Digital/Analog Wandlern und beschriften Sie die Stellen, wo die Referenzsignale  $r_1$  und  $r_2$  und die Regelfehler  $e_1$  und  $e_2$  auftreten. Unterscheiden Sie bei der Beschriftung zwischen zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Signalen. Kennzeichnen Sie zusätzlich alle Signale, die auf dem Digitalrechner verarbeitet werden.
- ii. Welche Bedingung muss gelten, damit beide Regelkreise getrennt voneinander entworfen werden können? Begründen Sie Ihre Antwort.

4 P. |

1 P. |

- b) Gegeben ist die zeitkontinuierliche Übertragungsfunktion

3 P. |

$$G(s) = \frac{s^2 + as + b}{(s + 1)^2}$$

und die harmonische Eingangsgröße der Form

$$u(t) = A \sin(t + \varphi_0) .$$

Bestimmen Sie die Parameter  $a$  und  $b$  so, dass die Ausgangsgröße im eingeschwungenen Zustand identisch Null ist.

- c) Gegeben ist die Übertragungsfunktion

3 P. |

$$G(s) = \frac{1 - e^{-sT_t}}{s} , T_t > 0 .$$

- i. Skizzieren Sie die Sprungantwort der Übertragungsfunktion.
- ii. Ist dieses System BIBO-stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.

2 P. |

1 P. |