Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 26.05.2023

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	$\sum$
erreichbare Punkte	12	9	8	11	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. *Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.* **12 P.|**

a) Betrachten Sie das Übertragungssystem mit der Eingangsgröße u und der Ausgangsgröße y in Abbildung 1. **5 P.|**

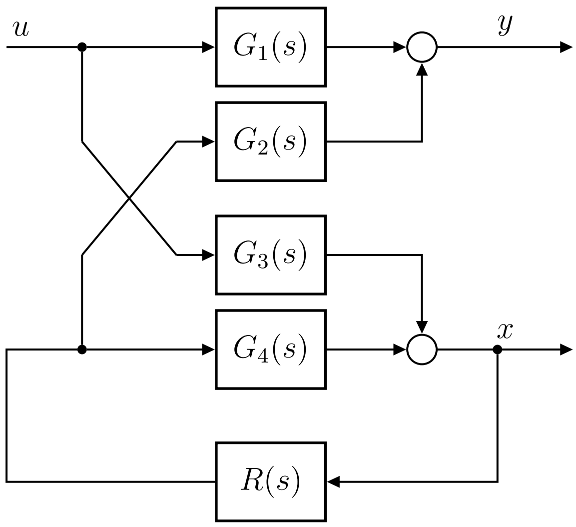

Abbildung 1: Übertragungssystem.

i. Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion $G(s) = \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)}$ allgemein in Abhängigkeit der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ und $R(s)$. 2 P.|

ii. Für eine spezielle Wahl der Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$, $G_3(s)$, $G_4(s)$ und $R(s)$ erhält man die Gesamtübertragungsfunktion 2 P.|

$$G(s) = \frac{\alpha(s+1)}{s^2 + (20-\alpha)s + 7 + 2\alpha}.$$

Bestimmen Sie den größtmöglichen Wertebereich des Parameters α, für den die Übertragungsfunktion $G(s)$ BIBO-stabil ist.

iii. Um den unbekannten Parameter α zu bestimmen, wurde eine sprungförmige Eingangsgröße $u(t) = \sigma(t)$ auf das System aufgeschaltet. Dabei wurde ein Verlauf der Ausgangsgröße $y(t)$ gemäß Abbildung 2 beobachtet. Bestimmen Sie den Parameter α. 1 P.|

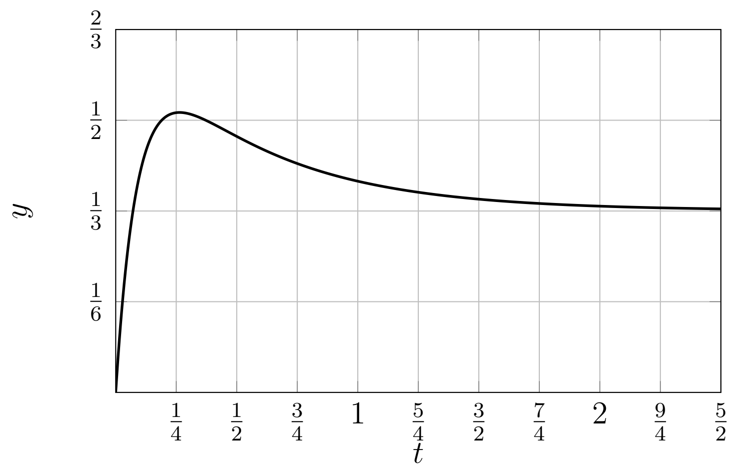

Abbildung 2: Sprungantwort von $G(s)$.

b) Betrachten Sie die q-Übertragungsfunktion **7 P.|**

$$G_1^{\#}(q) = \frac{(q+7)(1-\frac{q}{20})}{(q+10)(2q+1)}.$$

i. Zeichen Sie das Bodediagramm von $G_1^{\#}(q)$ mit Hilfe der Asymptoten in folgendes Diagramm ein. Beschriften Sie dazu die Achsen geeignet! Zeichnen Sie zuerst die einzelnen Faktorn von $G_1^{\#}(q)$. *Hinweis:* $0.3 \approx -10$dB, $0.5 \approx -6$dB, $0.7 \approx -3$dB. 4 P.|

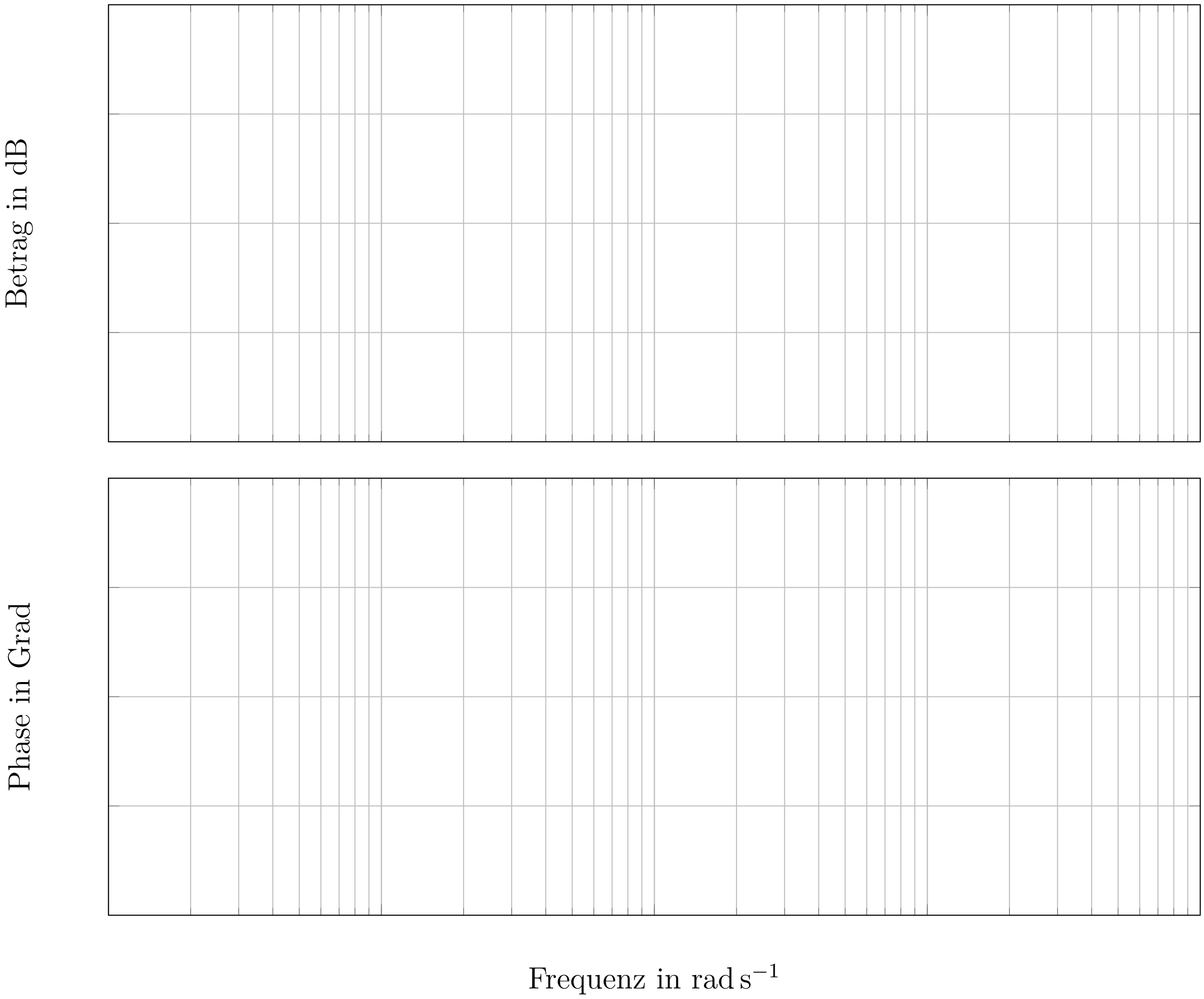

Abbildung 3: Bodediagramm (Achsbeschriftung ergänzen!)

ii. $G_1^{\#}(q)$ wurde aus einer nicht sprungfähigen s-Übertragungsfuntkion berechnet. Bestimmen Sie die Abtastzeit T_a mit der das kontinuierliche System diskretisiert wurde. 1 P.|

iii. Berechnen Sie die Pole z_1, z_2 der zugehörigen z-Übertragungsfunktion. 2 P.|

2. *Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.* **9 P.|**

a) Gegeben ist ein lineares System der Form **4 P.|**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}.$$

i. Welche Bedingung(en) müssen erfüllt sein, damit für einen stationären Eingang $\mathbf{u}_\infty =$ konst. genau eine Ruhelage existiert? 1 P.|

ii. Welche Bedingung(en) müssen erfüllt sein, damit für einen stationären Eingang $\mathbf{u}_\infty =$ konst. unendlich viele Ruhelagen existieren? 1 P.|

iii. Transformieren Sie das System für den Fall (i) so, dass das System im neuen Zustand $\mathbf{z}$ die Ruhelage $\mathbf{z}_\infty = \mathbf{0}$ aufweist. 1 P.|

iv. Können Sie ein $\mathbf{z}_0 \neq \mathbf{z}_\infty$ finden, sodass das System in endlicher Zeit in die Ruhelage einläuft? Begründen Sie Ihre Aussage. 1 P.|

b) Gegeben ist ein autonomes System der Form **5 P.|**

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x}, & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \\ y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} \end{aligned}$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

und $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4 \in \mathbb{R}$. Sie können die folgenden Unterpunkte unabhängig voneinander lösen.

i. Geben Sie eine mögliche Wahl für $\mathbf{x}_0$ und die Parameter $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4$ an, damit sich der Ausgang $y(t) = 2\cos(4t)$ ergibt. 2 P.|

ii. Geben Sie eine Wahl der Parameter und des Anfangszustands so an, dass der Ausgang $y(t) = te^{-t}$ lautet. 2 P.|

iii. Sind die Systeme aus (i) und (ii) asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P.|

3. Betrachten Sie das Bodediagramm der Strecke $G^{\#}(q)$ gemäß Abbildung 4. Die nachfolgenden Aufgaben a), b), c) und d) können unabhängig voneinander barbeitet werden. **8 P.|**

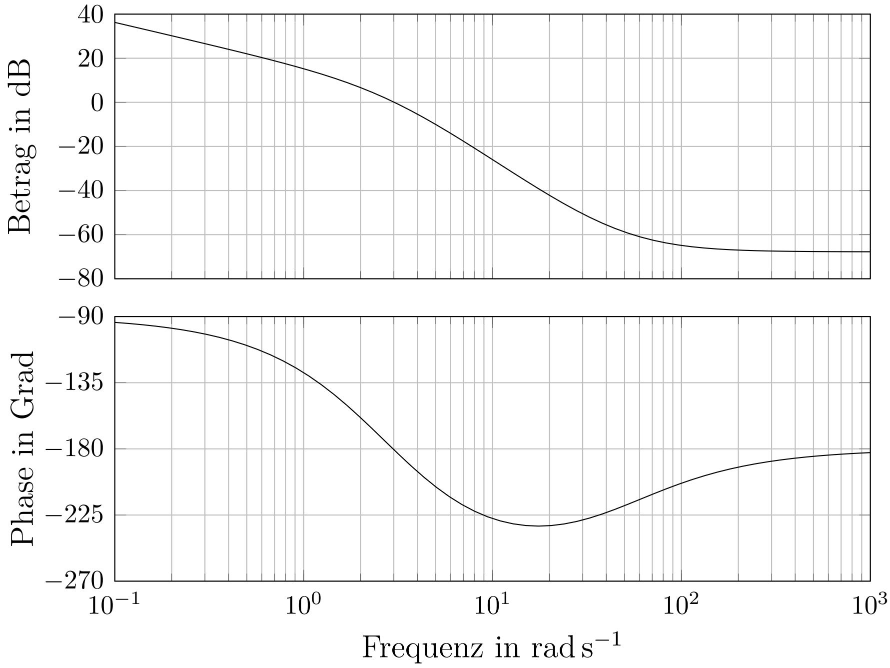

Abbildung 4: Bodediagramm von $G^{\#}(q)$.

a) Bestimmen Sie für die Strecke $G^{\#}(q)$ die Parameter V_P und T_D eines diskreten PD-Reglers der Form **4 P.|**

$$R^{\#}(q) = V_P(1 + qT_D) \tag{1}$$

so, dass der geschlossene Kreis folgenden Anforderung für die Sprungantwort genügt:

$$t_r = 0.4\text{s} \qquad\qquad \ddot{u} = 25\%.$$

Hinweis: Lesen Sie die notwendigen Daten aus dem Bodediagramm in Abbildung 4 ab.

b) Ist die Sprungantwort des geschlossenen Kreises stationär genau, also der bleibende Regelfehler Null? Begründen Sie ihre Antwort! *Hinweis:* Betrachten Sie dazu das Bodediagramm in Abbildung 4. **1 P.|**

c) Ist die Reglerübertragungsfunktion $R^{\#}(q)$ in (1) realisierbar? Begründen Sie ihre Antwort! **1 P.|**

d) Geben Sie eine Minimalrealisierung für den folgenden digitalen Regler an: **2 P.|**

$$R(z) = \frac{6z^2 + 25z - 12}{6z^2 - 5z + 1}$$

4. *Die Aufgaben a), b), c) und d) können unabhängig voneinander gelöst werden.* **11 P.**

a) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen für das System der Form **4 P.**

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} + du\end{aligned}$$

zutreffen:

i. Die Transitionsmatrix des Systems ist immer regulär. 1 P.

ii. Wenn das System steuerbar ist, dann können die Eigenwerte des geschlossenen Kreises durch $u = \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}$ beliebig vorgegeben werden. 1 P.

iii. Die Eingangs-Ausgangs-Beschreibung des Systems ist eindeutig. 1 P.

iv. Der Parameter d beeinflusst weder die Erreichbarkeit noch die Beobachtbarkeit des Systems. 1 P.

b) Gegeben ist das zeitdiskrete System der Form **3 P.**

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{4}{7} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}\mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u_k, \\ y_k &= \begin{bmatrix} 7 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}_k\end{aligned}$$

i. Ist das System vollständig beobachtbar? 1 P.

ii. Berechnen Sie einen Zustandsregler in der Form 2 P.

$$u_k = \mathbf{k}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k.$$

Wählen Sie dazu die Eigenwerte des geschlossenen Kreises aus den folgenden Paaren so aus, dass der geschossene Kreis asymptotisch stabil ist und geben Sie $\mathbf{k}^{\mathrm{T}}$ an:

$$\left(-1,\ -2\right),\ \left(\frac{1}{2},\ 0\right),\ \left(2,\ 2\right),\ \left(-1,\ 0\right)$$

c) Gehen Sie von einem vollständig beobachtbaren System der Form **2 P.**

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}$$

aus. Zeigen Sie, dass das Hinzufügen weiterer Ausgänge, also

$$\tilde{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{C}}}\mathbf{x},$$

die vollständige Beobachtbarkeit des Systems erhält.

d) Gegeben ist ein vollständig erreichbares und vollständig beobachtbares System **2 P.**

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}\mathbf{x}_k\end{aligned}$$

zusammen mit einem Zustandsbeobachter und einem Zustandsregler

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}_k + \mathbf{L}(\mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{y}_k) \\ \mathbf{u}_k &= \mathbf{K}\hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{r}_k.\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass der Beobachtungsfehler $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k$ unabhängig von der Rückführungsmatrix $\mathbf{K}$ ist und nicht durch den Eingang $\mathbf{r}_k$ beeinflusst werden kann.