Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 26.03.2021

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

... **Platzieren Sie vor dem Einscannen Ihren Studierendenausweis auf der ersten Seite!**

Viel Erfolg!

1. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.|**

   a) Gegeben ist das nichtlineare, zeitkontinuierliche System aus Abb. 1 in Form eines Strukturschaltbildes. **7.5 P.|**

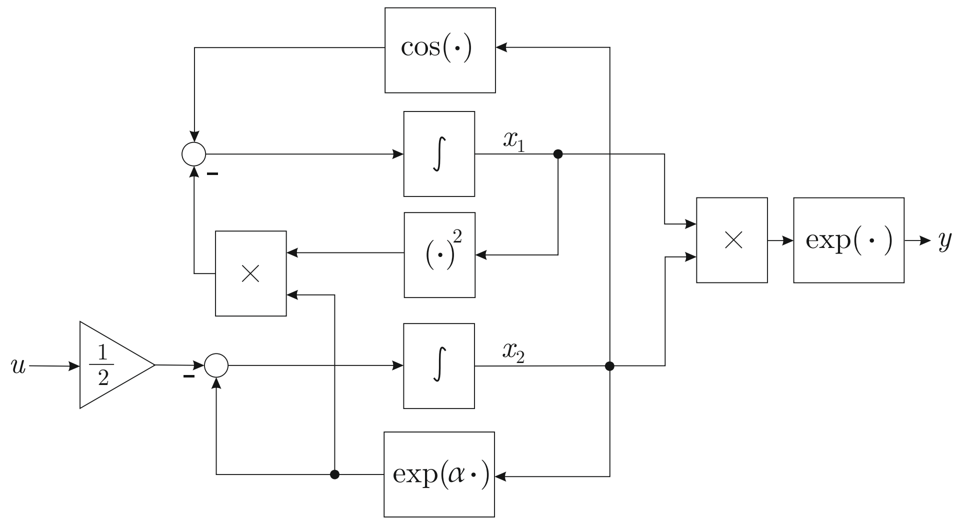

Abbildung 1: Strukturschaltbild des nichtlinearen Systems

      i. Bestimmen Sie die Zustandsdarstellung 1.5 P.|

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ y &= h(\mathbf{x}, u) \end{aligned} \tag{1}$$

      des Systems aus Abb. 1 mit den Zuständen $\mathbf{x}^{\mathrm{T}} = [x_1 \quad x_2]$, dem Eingang $u \in \mathbb{R}$ und der Konstanten $\alpha \in \mathbb{R}$.

      ii. Bestimmen Sie die Ruhelage(n) $(\mathbf{x}_R, u_R)$ des Systems (1) für $u_R = 2$. 2 P.|

      iii. Linearisieren Sie das System (1) um die ermittelte(n) Ruhelage(n) und stellen Sie es wie folgt dar 2.5 P.|

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \qquad \Delta\mathbf{x}(0) = \mathbf{0} \\ \Delta y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{x} + d\Delta u. \end{aligned} \tag{2}$$

      iv. Wie muss α jeweils gewählt werden, damit die Ruhelage(n) asymptotisch stabil ist (sind). 1.5 P.|

   b) Betrachtet wird ein lineares, zeitdiskretes System mit der Systemordnung $n = 2$ **2.5 P.|**

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ 0 & \Phi_{22} \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} u_k, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ y_k &= \begin{bmatrix} c_1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k. \end{aligned} \tag{3}$$

      i. Geben Sie ein Beispiel für $\Phi_{11}, \Phi_{12}, \Phi_{22}, \Gamma_1, \Gamma_2$ und c_1 an, sodass für das System (3) folgende Eigenschaften gelten: 2.0 P.|

      - global asymptotisch stabil
      - vollständig erreichbar
      - vollständig beobachtbar

      Begründen Sie ihre Antworten!

      ii. Ist das System (3) dann auch vollständig steuerbar? Begründen Sie Ihre Antwort! 0.5 P.|

2. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.**

a) Gegeben sind die vier Sprungantworten $h_1(t), \ldots, h_4(t)$ in Abbildung 2. **4 P.**

i. Schreiben Sie die Übertragungsfunktionen $G_1(s), \ldots, G_4(s)$ zu den Sprungantworten $h_1(t), \ldots, h_4(t)$ in allgemeiner Form an, d. h. verwenden Sie Variablen für die Verstärkungen und Zeitkonstanten. 2 P.

ii. Benennen Sie die vier regelungstechnischen Übertragungsglieder $G_1(s), \ldots, G_4(s)$. 1 P.

iii. Bestimmen Sie die Parameter für die Übertragungsfunktionen $G_1(s), \ldots, G_4(s)$ aus Abbildung 2. 1 P.

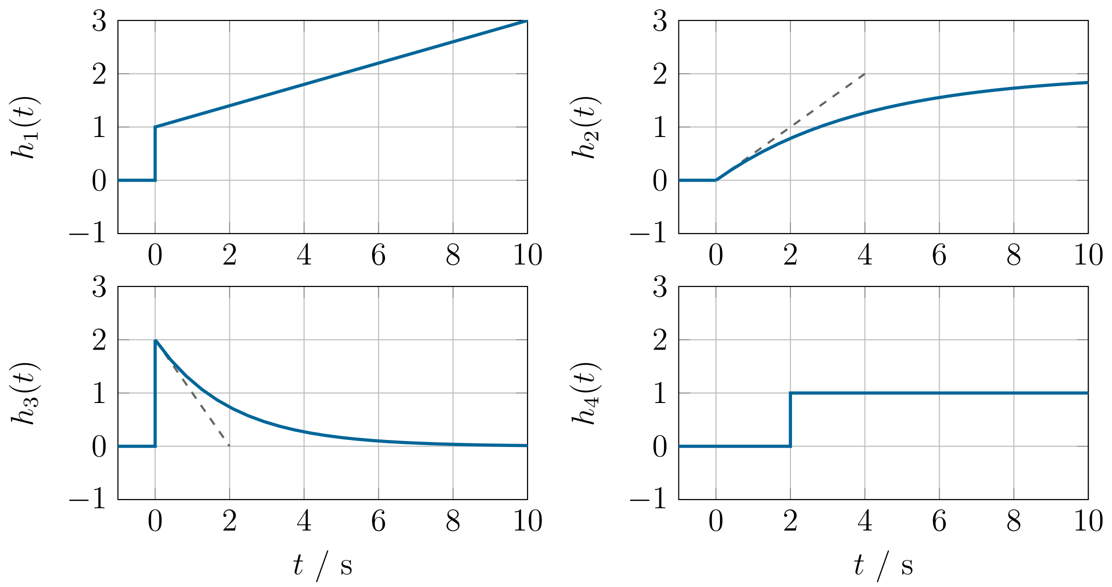

Abbildung 2: Sprungantworten $h_1(t), \ldots, h_4(t)$ der Glieder $G_1(s), \ldots, G_4(s)$.

b) Gegeben ist das Blockschaltbild in Abbildung 3 mit den allgemeinen Übertragungsfunktionen $G_1(s)$, $G_2(s)$ und $G_3(s)$. **6 P.**

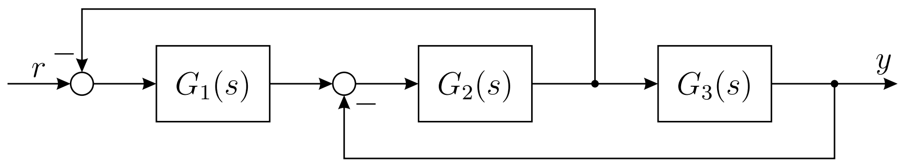

Abbildung 3: Blockschaltbild.

i. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $T_{r,y}(s) = \dfrac{\hat{y}(s)}{\hat{r}(s)}$. 2.5 P.

ii. Es sei 3.5 P.

$$G_1(s) = \frac{V_1}{s} \qquad G_2(s) = \frac{V_2}{1 + 2\xi sT + (sT)^2} \qquad G_3(s) = V_3$$

mit $V_1, V_2, V_3, T > 0$. Bestimmen Sie den zulässigen Bereich von ξ, damit $T_{r,y}(s)$ BIBO-stabil ist.

3. Gegeben ist das autonome System **10 P.|**

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} \tag{4}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} c & -1 \\ 2 + c + \frac{1}{4}c^2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Die Aufgaben a) und b) können unabhängig von c) bis f) gelöst werden.

a) Können Sie $c \in \mathbb{R}$ so bestimmen, dass das System (4) unendlich viele Ruhelagen besitzt? Begründen Sie ausführlich Ihre Antwort. 1.5 P.|

b) Bestimmen Sie den zulässigen Bereich von $c \in \mathbb{R}$ so, dass die Ruhelage $\mathbf{x}_R = \mathbf{0}$ des Systems (4) asymptotisch stabil ist. 2.5 P.|

Für die weiteren Aufgaben gilt $c = -2$.

c) Berechnen Sie den Zeitverlauf von $\mathbf{x}(t)$ für einen allgemeinen Anfangswert $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$. 2 P.|

d) Berechnen Sie den Anfangswert $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(0)$, wenn der Zustand $\mathbf{x}(t_1) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-3\pi} \\ -2\mathrm{e}^{-3\pi} \end{bmatrix}$ zum Zeitpunkt $t_1 = \frac{3\pi}{2}$ bekannt ist. 2 P.|

e) Bestimmen Sie das Abtastsystem zu (4) mit der Abtastzeit $T_a = \pi$. 1 P.|

f) Berechnen Sie den Verlauf des diskreten Zustandes $\mathbf{x}_k$ für $k = 1, 2, \ldots$ für einen allgemeinen Anfangswert $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^2$. 1 P.|

4. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.|**

a) Ein lineares, zeitdiskretes System reagiert auf die Eingangsfolge $(u_k) = (1, 0, 0, ...)$ mit der Ausgangsfolge $(y_k) = (0, 1, \xi, 1, 0, 0, ...)$, mit dem reellen Parameter $\xi < \infty$. **6.5 P.|**

   i. Wie lautet die Impulsantwort (g_k) des Systems? 0.5 P.|

   ii. Ist das System BIBO-stabil? Ist das System sprungfähig? Begründen Sie Ihre Antworten! 1.0 P.|

   iii. Bestimmen Sie die z-Übertragungsfunktion $G(z)$. 1.0 P.|

   iv. Wie muss der Parameter ξ gewählt werden, damit man für die Eingangsfolge $(u_k) = \sqrt{3}\sin(\frac{\pi}{4}k + \frac{\pi}{8})$ die Ausgangsfolge $(y_k) = (0, 0, ...)$ erhält? 2.0 P.|

   v. Geben Sie die zu $G(z)$ zugehörige Steuerbarkeitsnormalform mit dem zuvor ermittelten Parameter ξ an. Welche besondere Eigenschaft hat die sich ergebende Dynamikmatrix $\mathbf{\Phi}$? 2.0 P.|

b) Gegeben ist ein lineares, zeitdiskretes System der Form **3.5 P.|**

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}\mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}u_k, \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ y_k &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_k + du_k. \end{aligned} \tag{5}$$

   i. Es soll der Zustand $\mathbf{x}_k$ mithilfe eines vollständigen Luenberger Beobachters geschätzt werden. Vom System (5) ist folgendes bekannt 2.5 P.|

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{8} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad d = 0. \tag{6}$$

   Geben Sie die allgemeinen Zustandsgleichungen des Beobachters und des Beobachtungsfehlers an. Bestimmen Sie den Beobachter so, dass alle Eigenwerte der Fehlerdynamikmatrix bei $\lambda_j = 0,\ j = 1, 2, 3$ liegen.

   ii. Sie wollen mit dem Beobachter eine konstante Störung w mitschätzen. Geben Sie dazu eine Differenzengleichung erster Ordnung als Störmodell an, die eine konstante Störung w beschreibt. 1.0 P.|