

Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 07.05.2021

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	Σ
erreichbare Punkte	10	10	10	10	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.
- ... **Platzieren Sie vor dem Einscannen Ihren Studierendenausweis auf der ersten Seite!**

Viel Erfolg!

1. Die Aufgaben a), b), c) und d) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.**

a) Gegeben ist das lineare, zeitdiskrete System **3 P.**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2a & 0 \\ 1 & -1/3 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k.$$

i. Für welche Werte a und b ist das System BIBO-stabil? **1 P.**

ii. Gehen Sie nun weiters davon aus, dass der gesamte Zustand messtechnisch erfassbar ist sowie $a = 1$, $b = 2$. Entwerfen Sie einen Zustandsregler so, dass alle Pole des geschlossenen Kreises bei $\lambda = -1$ zu liegen kommen. **2 P.**

b) Geben Sie an, welche Kriterien eine q -Übertragungsfunktion $G^\#(q)$ erfüllen muss, so dass sie BIBO-stabil und realisierbar ist. **2 P.**

c) Gegeben ist die diskrete Übertragungsfunktion **3 P.**

$$G(z) = \frac{-z^2 + 2z \cos(4T_a) - 1}{(z - \frac{1}{3})(z - \frac{1}{2})}.$$

und die Eingangsfolge

$$(u_k) = 2 \sin(\omega_0 k T_a)$$

mit dem Parameter ω_0 . Geben Sie mögliche Werte für $\omega_0 \neq 0$ an, für die die Ausgangsfolge (y_k) im eingeschwungenen Zustand exakt verschwindet. Begründen und beweisen Sie Ihre Antwort.

d) Ein diskretes System antwortet auf die Eingangsfolge $(u_{1,k}) = \delta_k$ mit der Ausgangsfolge $(y_{1,k}) = \delta_{k-1} + \frac{1}{2}\delta_{k-2} + 2(1^{k-3})$. Berechnen Sie für die Eingangsfolge $(u_{2,k}) = \delta_k - \delta_{k-1} + \frac{1}{2}\delta_{k-2}$ die zugehörige Systemantwort $(y_{2,k})$. Berechnen Sie die ersten 4 Elemente von (y_k) . **Hinweis:** $\delta_k = 1$ für $k = 0$ und $\delta_k = 0$ sonst. **2 P.**

2. Die Aufgaben a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.**

a) Gegeben ist die Transitionsmatrix **5 P.**

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ 0 & e^{-2t} \end{bmatrix}$$

eines linearen zeitinvarianten Systems

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}. \end{aligned} \tag{1}$$

i. Bestimmen Sie die Dynamikmatrix \mathbf{A} des Systems. **1 P.**

ii. Die Dynamikmatrix des zu (1) zugehörigen Abtastsystems lautet

$$\Phi = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}.$$

Bestimmen Sie die zur Diskretisierung verwendete Abtastzeit T_a .

iii. Bestimmen Sie nun mit dem Eingangsvektor $\mathbf{b}^T = [0 \ 1]$ und dem Ausgangsvektor $\mathbf{c}^T = [1 \ 1]$ des zeitkontinuierlichen Systems (1) die z -Übertragungsfunktion des zugehörigen Abtastsystems. **3 P.**

b) Was ist ein Halteglied nullter Ordnung (zero-order hold, *ZOH*)? Skizzieren Sie die Impuls- und Sprungantwort eines Halteglieds nullter Ordnung. Geben Sie die Übertragungsfunktion eines Halteglieds nullter Ordnung an und beurteilen Sie die BIBO Stabilität. **3 P.**

c) Bestimmen Sie für das nichtlineare System **2 P.**

$$\dot{x} = f(x) = e^{-x}, \quad x(t_0) = x_0$$

das zugehörige exakte nichtlineare Abtastsystem $x_{k+1} = F(x_k)$ für eine allgemeine Abtastzeit T_a .

3. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. 10 P. |

a) Gegeben sind die Systemgleichungen einer nichtlinearen elektrischen Schaltung 5 P. |

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}i_L &= (a_0 + a_2 i_L^2)u_C \\ \frac{d}{dt}u_C &= \frac{u_S - u_C}{RC} - \frac{i_L}{C}. \end{aligned} \quad (2)$$

mit dem Zustand $\mathbf{x} = [i_L, u_C]^T$, der Stellgröße $u = u_S$ und dem Ausgang $y = i_L$. Die Parameter R, C, a_0 und a_2 sind positiv und konstant.

- i. Zeichnen Sie das Blockschaltbild des Systems. 2 P. |
- ii. Bestimmen Sie die Ruhelage(n) (\mathbf{x}_R, u_R) des Systems. 1 P. |
- iii. Linearisieren Sie das System um die ermittelte(n) Ruhelage(n) und stellen Sie es wie folgt dar 2 P. |

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{b} \Delta u, \quad \Delta \mathbf{x}(0) = \Delta \mathbf{x}_0 \\ \Delta y &= \mathbf{c}^T \Delta \mathbf{x} + d \Delta u. \end{aligned} \quad (3)$$

b) Gegeben ist die Übertragungsfunktion 5 P. |

$$G(s) = \frac{1}{1 + 2\frac{\xi}{\omega_n}s + \frac{1}{\omega_n^2}s^2} \quad (4)$$

- i. Benennen Sie das Übertragungsglied und die Parameter ξ und ω_n . 1 P. |
- ii. Berechnen Sie die Parameter ξ und ω_n in Abhängigkeit der allgemeinen Pole s_1 und s_2 . 2 P. |
- iii. Weisen Sie den Pol-Nullstellen Diagrammen der Systeme 1, 2 und 3 aus Abbildung 1 die Sprungantworten der Systeme A, B und C aus Abbildung 2 zu. Welches System hat den kleinsten Wert von ξ ? Begründen Sie Ihre Antworten ausführlich! 2 P. |

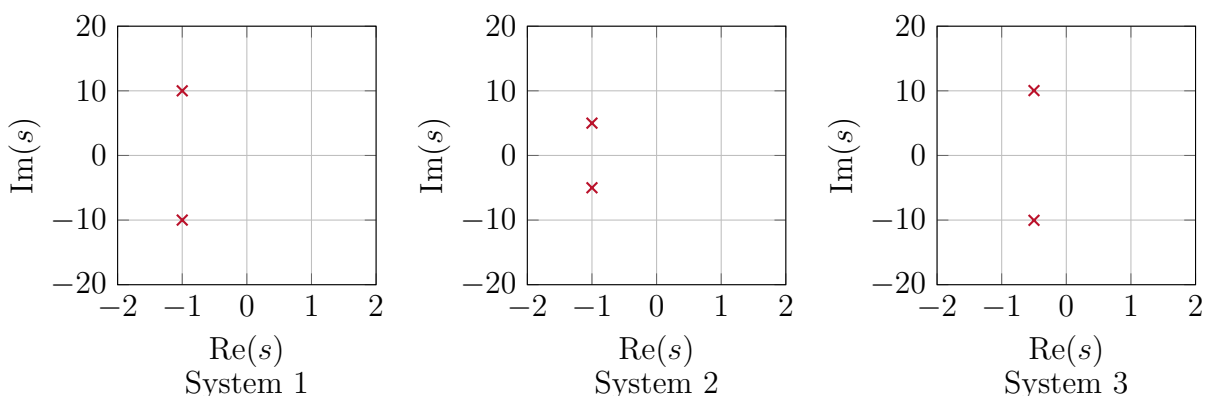


Abbildung 1: Pol-Nullstellen Diagramm der Systeme 1, 2 und 3.

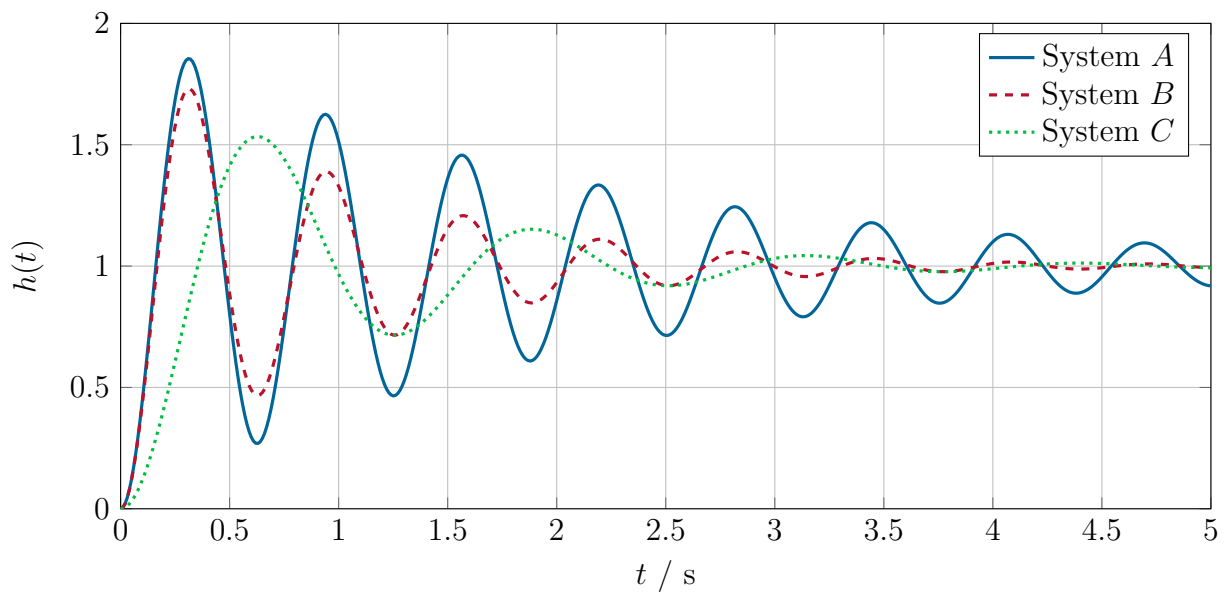


Abbildung 2: Sprungantworten der Systeme A, B und C.

4. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.**

a) Betrachten Sie den Regelkreis von Abbildung 3. Es ist bekannt, dass die Über- **6 P.**

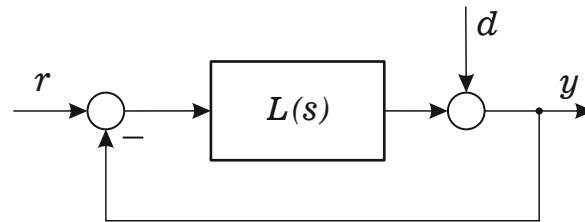


Abbildung 3: Blockschaltbild eines Regelkreises.

tragungsfunktion des offenen Kreises $L(s)$ die Form

$$L(s) = \frac{V}{n_L(s)} \quad (5)$$

hat.

- i. Das Nennerpolynom $n_{T_{ry}}(s)$ der Führungübertragungsfunktion $T_{r,y}(s)$ und die bleibende Regelabweichung e_∞ für das Testsignal $r(t) = \sigma(t)$ sind bekannt. **2 P.**

$$\begin{aligned} n_{T_{ry}}(s) &= s^3 + 4s^2 + 6s + 4 \\ e_\infty &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Bestimmen Sie $L(s)$.

- ii. Ist der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil? Ist der geschlossene Regelkreis sprungfähig? Begründen Sie Ihre Antworten! **1 P.**
- iii. Welche Auswirkung hat eine sprungförmige Störung $d(t) = \sigma(t)$ am Ausgang y im stationären Fall? Begründen Sie Ihre Antwort! **1.5 P.**
- iv. Wie sieht der stationäre Fehler (Schleppfehler) der Rampenantwort für die Eingangsgröße $r(t) = t\sigma(t)$ aus? Begründen Sie Ihre Antwort! **1.5 P.**

b) Gegeben ist das autonome System **4 P.**

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -a^2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = [1 \ 0 \ 1].$$

- i. Für welche Werte des Parameters a ist das System (7) NICHT vollständig beobachtbar? Zeigen Sie dies mit Hilfe des PBH-Eigenvektortests! **3 P.**
- ii. Kann der Zustand mithilfe eines trivialen Beobachters geschätzt werden? Begründen Sie Ihre Antwort! **1 P.**