Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 25.03.2022

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	$\sum$
erreichbare Punkte	11.5	8.5	10	10	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **11.5 P.|**

a) Gegeben ist das autonome System **6 P.|**

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}\,, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0\ . \tag{1}$$

i. Ist die Ruhelage global asymptotisch stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.|

ii. Berechnen Sie die reguläre Zustandstransformation $\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}\mathbf{z}(t)$, die das System in die Jordansche Normalform transformiert. 2 P.|

iii. Bestimmen Sie die Lösungstrajektorie $\mathbf{z}(t)$ des transformierten Systems. Beachten Sie, dass nur $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ gegeben ist. 2 P.|

iv. Bestimmen Sie die Lösungstrajektorie $\mathbf{x}(t)$ des Originalsystems. 1 P.|

b) Gegeben ist die folgende nichtlineare Differentialgleichung **5.5 P.|**

$$\ddot{y} - \frac{1}{2} y\dot{y} - 2\dot{y}^2 - y^2 = -2u\ ,\ u > 0\ . \tag{2}$$

i. Geben Sie die nichtlineare Differentialgleichung (2) in folgender Form an: 1.5 P.|

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \\ y &= h(\mathbf{x}, u) \end{aligned}$$

ii. Bestimmen Sie sämtliche Ruhelagen für eine konstante Eingangsgröße $u_R > 0$. 1 P.|

iii. Linearisieren Sie das System aus 1(b)i um die Ruhelage(n) $(\mathbf{x}_R, u_R)$ und stellen Sie das linearisierte System in der Form 3 P.|

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u, \quad \Delta\mathbf{x}(0) = \Delta\mathbf{x}_0 \\ \Delta y &= \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\Delta\mathbf{x} + d\Delta u \end{aligned}$$

dar. Geben Sie $\Delta\mathbf{x}, \Delta u, \Delta y$ und $\Delta\mathbf{x}_0$ in Abhängigkeit von $\mathbf{x}_R$ und u_R an. Wie müssen Sie $\Delta\mathbf{x}_0$ und Δu festlegen, damit der Ausgang Δy für alle Zeiten identisch Null ist.

Lösung:

a) i. *Die Eigenwerte der Dynamikmatrix sind $\lambda_{1/2} = -2$ und $\lambda_3 = -1$. Da alle Eigenwerte der Dynamikmatrix einen negativen Realteil besitzen, ist die Ruhelage global asymptotisch stabil.*

ii. *Mögliche Eigenvektoren sind:*

$$\mathbf{v}_1^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{v}_1^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{v}_1^2 = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad .$$

Die reguläre Zustandstransformation lautet dann

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .$$

iii.

$$\mathbf{z}(t) = \tilde{\mathbf{\Phi}}(t)\mathbf{V}^{-1}\mathbf{x_0} = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2t}x_{0,1} - 3\mathrm{e}^{-2t}x_{0,3} \\ \mathrm{e}^{-2t}x_{0,2} - 2\mathrm{e}^{-2t}x_{0,3} \\ \mathrm{e}^{-t}x_{0,3} \end{bmatrix} \quad .$$

iv.

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{V}\tilde{\mathbf{\Phi}}(t)\mathbf{V}^{-1}\mathbf{x_0} = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-2t}x_{0,1} + 3(\mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t})x_{0,3} \\ \mathrm{e}^{-2t}x_{0,2} + 2(\mathrm{e}^{-t} - \mathrm{e}^{-2t})x_{0,3} \\ \mathrm{e}^{-t}x_{0,3} \end{bmatrix} \quad .$$

b) i.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ -2u + 0.5x_1x_2 + 2x_2^2 + x_1^2 \end{bmatrix}, \\ y &= x_1 \ . \end{aligned} \tag{3}$$

ii.

$$\begin{aligned} x_2 &= 0, \\ x_1 &= \pm\sqrt{2u_R} \ . \end{aligned} \tag{4}$$

iii.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \pm 2\sqrt{2u_R} & \pm 0.5\sqrt{2u_R} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{b} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{c}^{\mathrm{T}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ d &= 0, \\ \Delta\mathbf{x} &= \mathbf{x} - \mathbf{x_R}, \\ \Delta u &= u - u_R, \\ \Delta y &= y - y_R = x_1 - x_{1,R}, \\ \Delta\mathbf{x}_0 &= \mathbf{x}_0 - x_R \ . \end{aligned} \tag{5}$$

Damit der Ausgang Δy für alle Zeiten identisch Null ist, muss gelten:

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{x}_0 &= 0, \\ \Delta u &= 0 \ . \end{aligned} \tag{6}$$

2. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **8.5 P.|**

   a) Gegeben ist die Übertragungsfunktion **2.5 P.|**

$$G(s) = \frac{s^2 + 4s - 5}{(s+3)(s^2 + 2s + 2)} \ . \tag{7}$$

      i. Zeichnen Sie das zu der Übertragungsfunktion (7) zugehörige Pol-Nullstellen Diagramm. 1 P.|

      ii. Geben Sie an, ob die Strecke BIBO-stabil, sprungfähig oder phasenminimal ist. Begründen Sie Ihre Antwort. 1.5 P.|

   b) Gegeben ist die Übertragungsfunktion **6 P.|**

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(\sqrt{3}s + 1)} \ . \tag{8}$$

      i. Entwerfen Sie für das System (8) einen geeigneten Regler mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens so, dass der geschlossene Kreis die folgenden Eigenschaften erfüllt: 3 P.|

         A. Anstiegszeit: $t_r = 1.5\,\mathrm{s}$
         B. Überschwingen: $\ddot{u} = 25\%$
         C. bleibende Regelabweichung zufolge eines Eingangssprunges $e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0$.

      ii. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf des Regelfehlers und der Stellgröße des geschlossenen Regelkreises zufolge eines Eingangssprunges $r(t) = \sigma(t)$. Zeichnen Sie dazu den Regelfehler $e(t)$ und die Stellgröße $u(t)$ in Abbildung 1 ein. 3 P.|

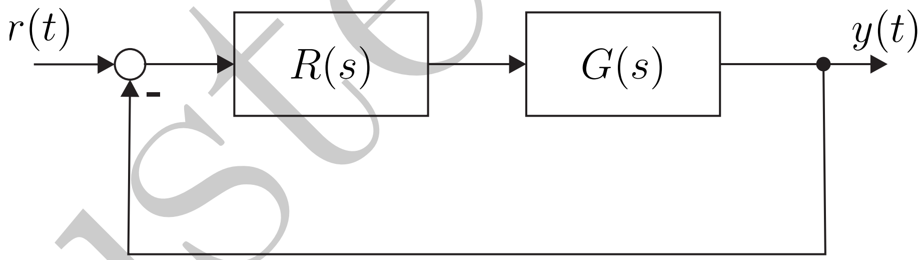

Abbildung 1: Geschlossener Regelkreis zu Aufgabe 2b).

Lösung:

a) i. *In Abbildung 2 sind die Polstellen mit einem Kreuz und die Nullstellen mit einem Kreis markiert.*

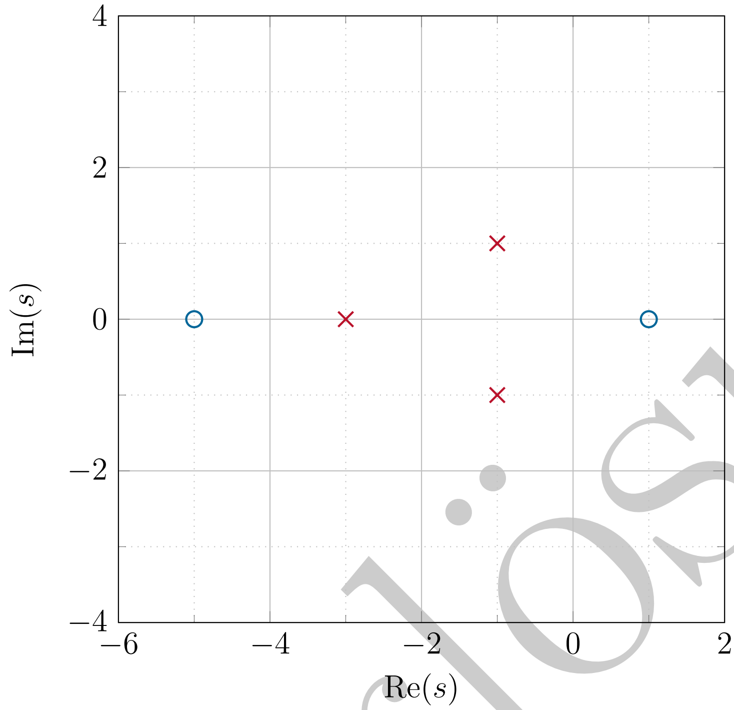

Abbildung 2: Pol- Nulstellen Diagramm zu Aufgabe 2a).

ii. *Die Strecke ist BIBO-stbail, da der Realteil aller Polstellen negativ ist.*
Die Strecke ist nicht sprungfähig, da der Zählergrad und der Nennergrad ungleich sind.
Die Strecke ist nicht phasenminimal, da eine Nullstelle einen positiven Realteil aufweist.

b) i.

$$R(s) = \frac{\sqrt{2}(1 + s\sqrt{3})}{s} \tag{9}$$

ii. *Die in Abbildung 4 und Abbildung 5 gezeigten zeitlichen Verläufe sind für die Lösung dieser Klausur nur skizzenhaft gefragt.*

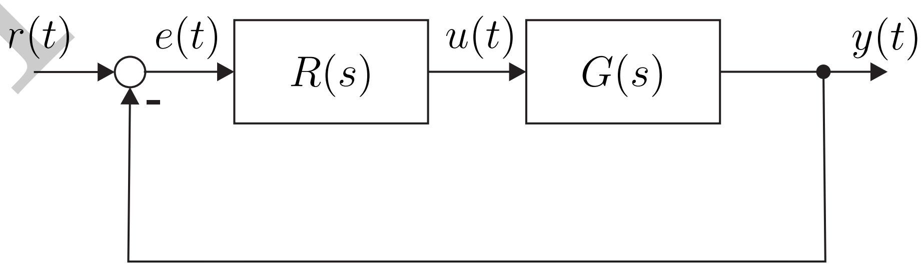

Abbildung 3: Geschlossener Regelkreis zu Aufgabe 2b).

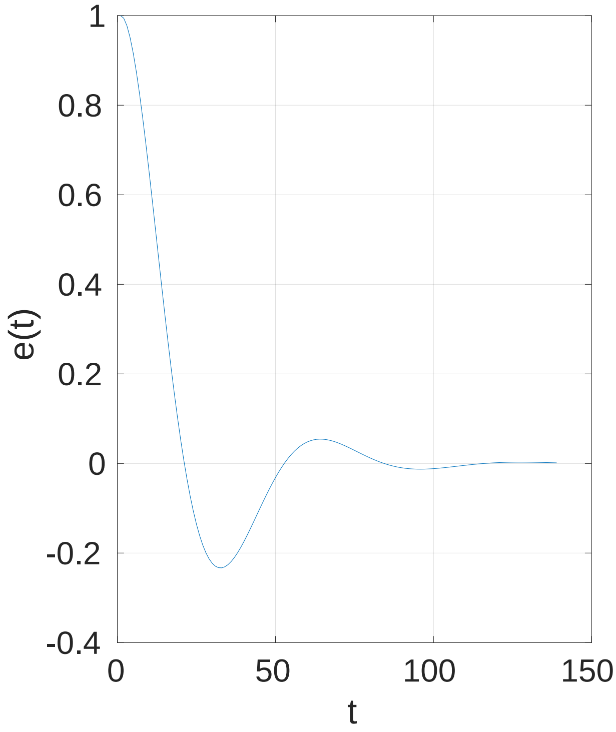

Abbildung 4: Zeitlicher Verlauf des Regelfehlers zufolge eines Eingangssprungs zu Aufgabe 2b).

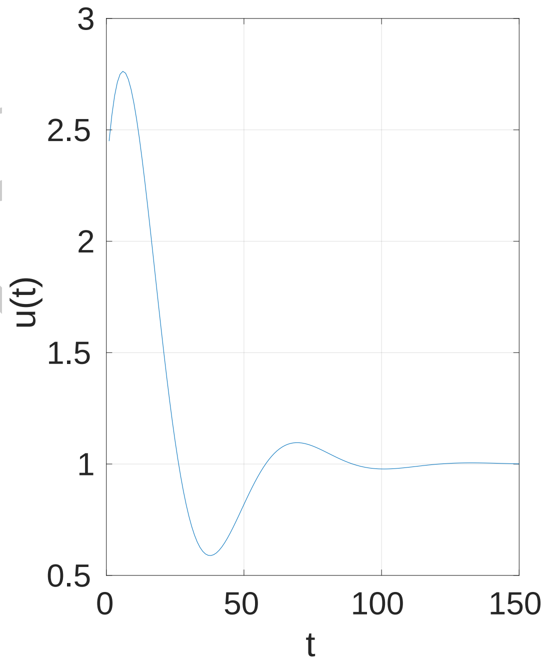

Abbildung 5: Zeitlicher Verlauf der Stellgröße zufolge eines Eingangssprungs zu Aufgabe 2b).

3. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.**

a) Gegeben ist das zeitdiskrete System **7 P.**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k, \quad \mathbf{x}_0 = \mathbf{0} \tag{10a}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + u_k \ . \tag{10b}$$

i. Zeigen Sie, dass das System (10) nicht vollständig beobachtbar ist. Zerlegen Sie das System in das beobachtbare Teilsystem der Form 3 P.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}^{\mathrm{b}} &= \mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}} \mathbf{x}_k^{\mathrm{b}} + \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{b}} u_k \\ y_k &= (\mathbf{c}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}} \mathbf{x}_k^{\mathrm{b}} + d\, u_k \end{aligned}$$

und das nicht beobachtbare Teilsystem der Form

$$\mathbf{x}_{k+1}^{\mathrm{nb}} = \mathbf{\Phi}^{\mathrm{nb}} \mathbf{x}_k^{\mathrm{nb}} + \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{nb}} u_k + \mathbf{H} \mathbf{x}_k^{\mathrm{b}} \ .$$

Hinweis: Die nicht beobachtbaren Zustände $\mathbf{x}_k^{\mathrm{nb}}$ haben keinen Einfluss auf den Ausgang y_k.

ii. Entwerfen Sie für das beobachtbare Teilsystem einen vollständigen Luenberger Beobachter so, dass die Eigenwerte der Fehlerdynamikmatrix bei $\lambda = \pm\frac{1}{4}$ liegen. Geben Sie die Zustandsgleichungen des Beobachters und des Beobachtungsfehlers an. 3 P.

iii. Ist es möglich, für das nicht beobachtbare Teilsystem einen trivialen Beobachter zu entwerfen? Es wird angenommen, dass die beobachtbaren Zustände $\mathbf{x}_k^{\mathrm{b}}$ bekannt sind. Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P.

b) Gegeben ist die Sprungantwort eines LTI-Systems in Abbildung 6. **3 P.**

i. Geben Sie die zugehörige Übertragungsfunktion $G(s)$ an. 2 P.

ii. Um welches Übertragungsglied handelt es sich und wozu wird es beim Reglerentwurf verwendet. 1 P.

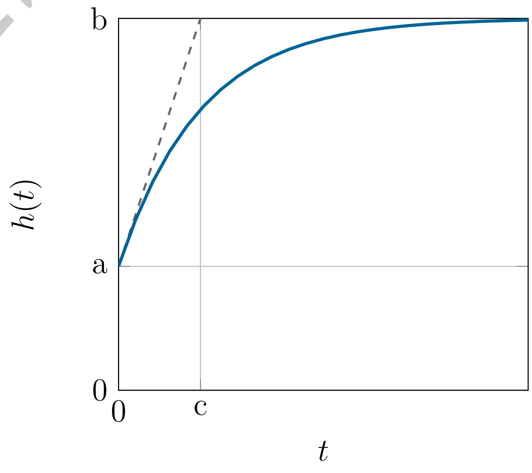

Abbildung 6: Sprungantwort $h(t)$ zu Aufgabe 3b).

Lösung:

a) i. *Die Beobachtbarkeitsmatrix lautet*

$$\mathcal{O}\Big(\mathbf{c}^{\mathrm{T}}, \mathbf{\Phi}\Big) = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 & 0 \\ 1 & 3/4 & 0 \\ 1/4 & 3/8 & 0 \end{bmatrix} . \tag{11a}$$

Die Beobachtbarkeitsmatrix hat nicht vollen Rang ($\det(\mathcal{O}) = 0$) *und somit ist das System* (10) *nicht vollständig beobachtbar.*

Das beobachtbare Teilsystem lautet

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}}\mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{k} + \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{b}} u_k \\ y_k &= (\mathbf{c}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}}\mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{k} + d\, u_k \end{aligned}$$

mit

$$\mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix},\ \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{b}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ (\mathbf{c}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \textit{ und } d = 1 . \tag{12a}$$

Das nicht beobachtbare Teilsystem lautet

$$\mathbf{x}^{\mathrm{nb}}_{k+1} = \mathbf{\Phi}^{\mathrm{nb}}\mathbf{x}^{\mathrm{nb}}_{k} + \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{nb}} u_k + \mathbf{H}\mathbf{x}^{\mathrm{b}}_{k} .$$

mit

$$\mathbf{\Phi}^{\mathrm{nb}} = 1,\ \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{nb}} = 0 \textit{ und } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} . \tag{13a}$$

ii. *Lösung mit Formel von Ackermann*
Mit den gewünschten Eigenwerten ergibt sich das charakteristische Polynom

$$p_{g,soll} = (\lambda - \frac{1}{4})(\lambda + \frac{1}{4}) = \lambda^2 - \frac{1}{16}$$

Die Beobachtbarkeitsmatrix des beobachtbaren Teilsystems lautet

$$\mathcal{O}_{\mathrm{b}}\Big((\mathbf{c}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}}, \mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}}\Big) = \begin{bmatrix} 1 & 3/2 \\ 1 & 3/4 \end{bmatrix} . \tag{14a}$$

Hieraus erhält man

$$\hat{\mathbf{v}}_1 = \mathcal{O}_{\mathrm{b}}^{-1}\mathbf{e}_n = \begin{bmatrix} 2 \\ -4/3 \end{bmatrix} \tag{15a}$$

und schließlich

$$\hat{\mathbf{k}} = -p_{g,soll}\Big(\mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}}\Big)\hat{\mathbf{v}}_1 = -\Big((\mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}})^2 - \frac{1}{16}\mathbf{E}\Big)\hat{\mathbf{v}}_1 = \begin{bmatrix} -3/8 \\ 1/4 \end{bmatrix} . \tag{16a}$$

die Zustandsgleichungen des Beobachters lauten

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{k+1} &= \mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}}\hat{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{k} + \mathbf{\Gamma}^{\mathrm{b}} u_k + \hat{\mathbf{k}}(\hat{y}_k - y_k)\\ \hat{y}_k &= (\mathbf{c}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{x}}^{\mathrm{b}}_{k} + d\,u_k\end{aligned}$$

und die des Beobachtungsfehlers

$$\hat{\mathbf{e}}_{k+1} = (\mathbf{\Phi}^{\mathrm{b}} + \hat{\mathbf{k}}(\mathbf{c}^{\mathrm{b}})^{\mathrm{T}})\hat{\mathbf{e}}_k \qquad .$$

iii. *Nein, es ist nicht möglich, da das nicht beobachtbare Teilsystem instabil ist* ($\mathbf{\Phi}^{\mathrm{nb}} = 1$).

b) i. *Die Sprungantwort kann als Summe der Sprungantworten eines P-Gliedes und eines PT_1-Gliedes interpretiert werden. Somit kann man folgende Übertragungsfunktion ansetzen*

$$G(s) = a + \frac{b-a}{1+sc} = b\frac{1+s\frac{ac}{b}}{1+sc}\,.$$

ii. *Diese Übertragungsfunktion entspricht der eines Lag-Gliedes*

$$R_{Lag}(s) = V\frac{1+sT_{Lag}}{1+s\eta_{Lag}T_{Lag}}\,.$$

mit $V = b$, $T_{Lag} = \frac{ac}{b}$ *und* $\eta_{Lag} = \frac{b}{a} > 1$.

Beim Frequenzkennlinien-Verfahren wird ein Lag-Glied verwendet, um eine bestimmte Betrags- und Phasenabsenkung an der Stelle ω_C zu erhalten.

4. Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden. **10 P.|**

a) Gegeben ist das zeitdiskrete LTI-System in Form einer Differenzengleichung **8.5 P.|**

$$3y_k = u_{k-3} - \sqrt{2}u_{k-2} + u_{k-1} \; . \tag{17}$$

i. Bestimmen Sie die z-Übertragungsfunktion $G(z)$, wobei $y_j = 0$ und $u_j = 0$ für $j < 0$ gilt. 1 P.|

ii. Berechnen Sie die stationäre Lösung (y_∞) für die Eingangsfolge $(u_k) = (1^k)$. 1 P.|

iii. Es wird nun die Folge $(u_k) = (3\sin(\omega_0 k T_a + \frac{\pi}{8}))$ mit einer Abtastzeit $T_a = \frac{1}{10}$ am Eingang des Systems angelegt. Für welche Kreisfrequenz ω_0 wird die Amplitude am Ausgang im eingeschwungenen Zustand zu 0? 2.5 P.|
<u>*Hinweis:*</u> *Bestimmen Sie zuerst die Lage der Nullstellen von $G(z)$.*

iv. Geben Sie die zu $G(z)$ zugehörige Steuerbarkeitsnormalform an. Welche besondere Eigenschaft hat die sich ergebende Dynamikmatrix $\mathbf{\Phi}$? Geben Sie die Eingangsfolge (u_0, u_1, u_2, u_3) an, die einen beliebigen Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ nach $\mathbf{x}_3^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ überführt. 4 P.|

b) In Abbildung 7 ist das Pol-Nullstellen Diagramm eines zeitdiskreten Systems dargestellt, wobei alle Polstellen $\times$ und Nullstellen $\circ$ einfach sind. In Abbildung 8 sind die Sprungantworten von vier verschiedenen Systemen zu sehen, wobei für das Eingangssignal $u_j = 0$ für $j < 0$ gilt. **1.5 P.|**

Welche Sprungantwort ist die des Systems mit dem gegebenen Pol-Nullstellen Diagramm? Begründen Sie für jede Sprungantwort warum diese infrage/ nicht infrage kommt.

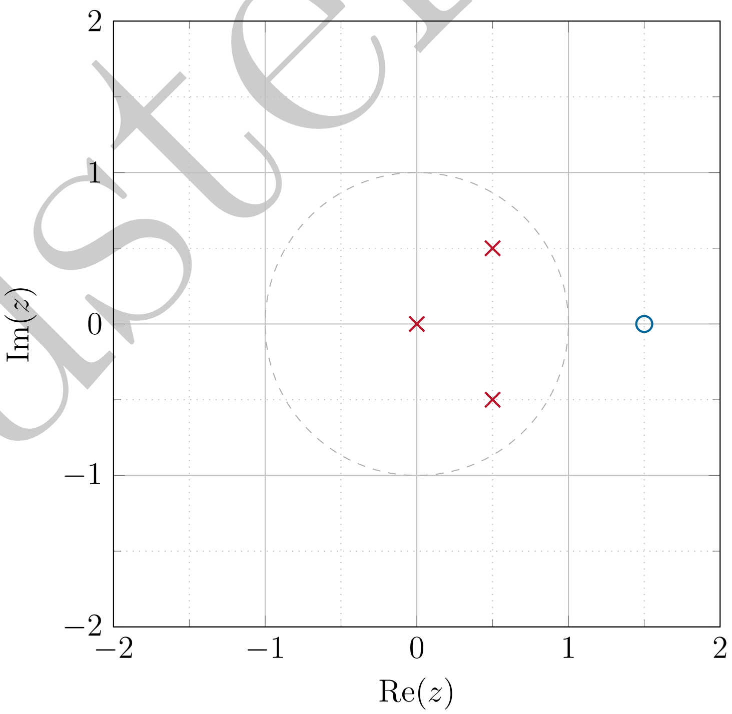

Abbildung 7: Pol-Nullstellen Diagramm zu Aufgabe 4b).

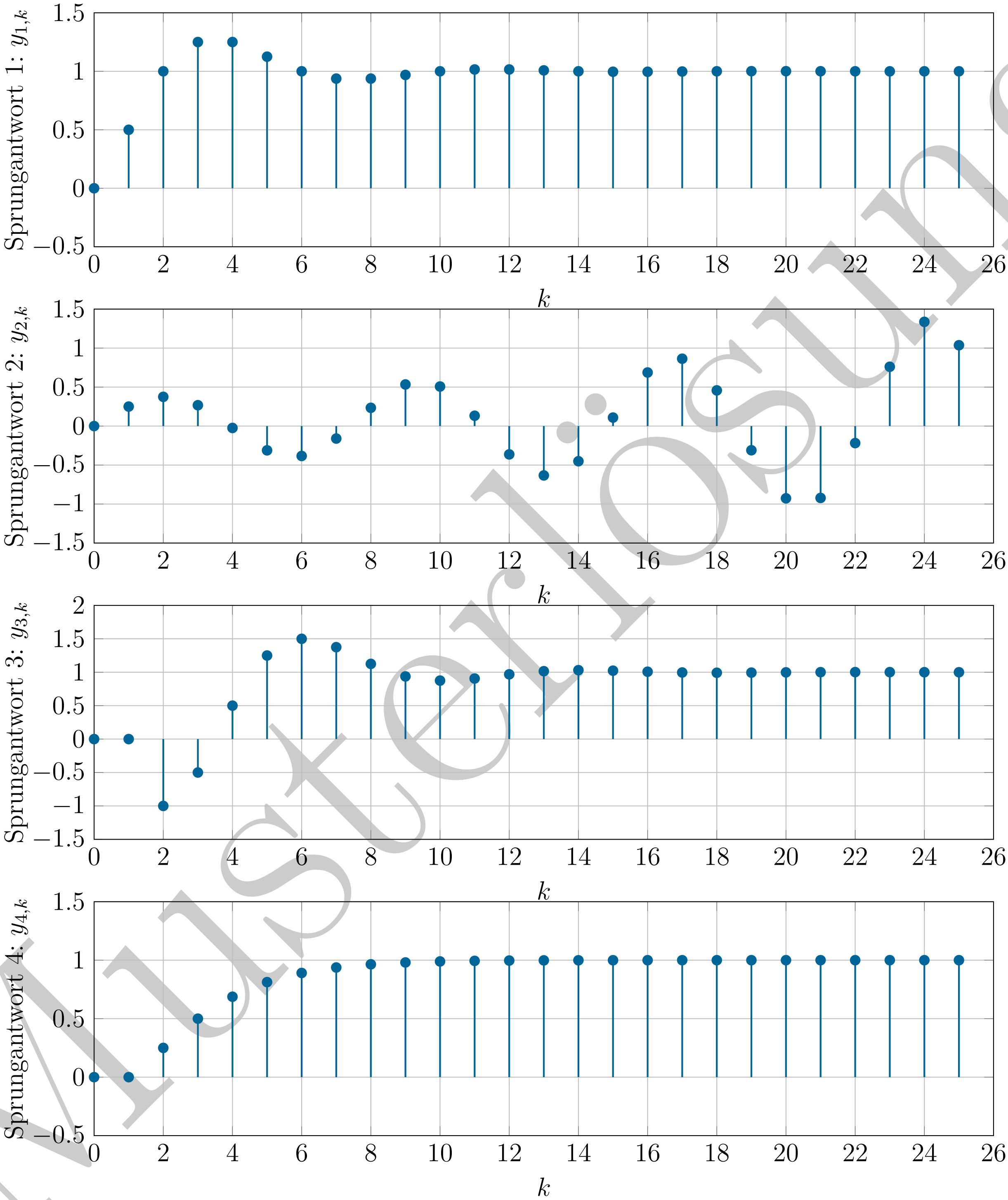

Abbildung 8: Sprungantworten zu Aufgabe 4b).

Lösung:

a) *i.*

$$G(z) = \frac{z^{-1} - \sqrt{2}z^{-2} + z^{-3}}{3} = \frac{z^2 - \sqrt{2}z + 1}{3z^3} \ .$$

ii.

$$y_\infty = \lim_{z \to 1}(z-1)\frac{z}{z-1}G(z) = \frac{2-\sqrt{2}}{3} \ .$$

iii. *Die Nullstellen von $G(z)$ erhält man durch Nullsetzen des Zählers*

$$z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0 \implies z_{N,1,2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \pm \mathrm{I}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Im eingeschwungenen Zustand gilt $(y_k) = 3|G(\mathrm{e}^{\mathrm{I}\omega_0 T_a})|\sin\left(\omega_0 k T_a + \frac{\pi}{8} + \arg(G(\mathrm{e}^{\mathrm{I}\omega_0 T_a}))\right)$. *Somit muss* $|G(\mathrm{e}^{\mathrm{I}\omega_0 T_a})| = 0$ *gelten.*
Dies ist für $\mathrm{e}^{\mathrm{I}\omega_0 T_a} = \cos(\omega_0 T_a) + \mathrm{I}\sin(\omega_0 T_a) = \frac{\sqrt{2}}{2} \pm \mathrm{I}\frac{\sqrt{2}}{2}$ *der Fall und man erhält (siehe Formelsammlung)*

$$\omega_0 T_a = \frac{\pi}{4} \text{ bzw. } \omega_0 = \frac{5}{2}\pi \ .$$

iv. *Die zu $G(z)$ zugehörige Steuerbarkeitsnormalform lautet*

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k, \tag{18a}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1/3 & -\sqrt{2}/3 & 1/3 \end{bmatrix}\mathbf{x}_k \ . \tag{18b}$$

Die Dynamikmatrix ist nilpotent (*und somit gilt* $\mathbf{\Phi}^3 = \mathbf{0}$).
Der gesuchte Zustand $\mathbf{x}_3$ *kann mittels durchiterieren von* (18a) *oder mit*

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{\Phi}^k + \sum_{j=0}^{k-1}\mathbf{\Phi}^{k-j-1}\mathbf{\Gamma}u_j \ . \tag{19}$$

berechnet werden und es folgt

$$\mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi}^2\mathbf{\Gamma} & \mathbf{\Phi}\mathbf{\Gamma} & \mathbf{\Gamma} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \ . \tag{20}$$

Somit lautet die gesuchte Eingangsfolge $(u_0, u_1, u_2, u_3) = (1, 2, 3, u_3)$ *mit beliebigem* u_3.

b) *Das System muss folgende Eigenschaften besitzen:*

A. *BIBO-stabil, da alle Pole im Inneren des Einheitskreises liegen.*
B. *Nicht sprungfähig und wegen* $\mathrm{grad}(a(z)) - \mathrm{grad}(b(z)) = 2$ ($G(z) = \frac{b(z)}{a(z)}$) *muss gelten* $y_0 = y_1 = 0$.
C. *Nicht phasenminimal, da die Nullstelle außerhalb des Einheitskreises liegt.*
D. *Schwingungsfähig aufgrund des konjugiert komplexen Polpaars.*

- *Sprungantwort 1 kann nicht die Gesuchte sein, da die Eigenschaft B nicht erfüllt ist.*

- *Sprungantwort 2 kann nicht die Gesuchte sein, da die Eigenschaften A und B nicht erfüllt sind*
- *Sprungantwort 3 ist die des gegebenen Systems. Das erkennt man daran, dass diese zunächst eine Auslenkung in negativer Richtung aufweist, was typisch für nicht phasenminimale Systeme ist.*
- *Sprungantwort 4 kann nicht die Gesuchte sein, da die Eigenschaft D nicht erfüllt ist (man erkennt kein Überschwingen) und es deutet auch nichts darauf hin, dass das zugehörige System nicht phasenminimal ist.*