Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 08.07.2022

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	$\sum$
erreichbare Punkte	11	9	11	9	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. Sie können die Aufgaben a) - c) und d) unabhängig voneinander lösen. **11 P.|**
Die Bewegungsgleichung eines Systems lautet

$$I\ddot{\phi} = -c\phi - d\dot{\phi} + Kl^2 \sin\psi(\cos\phi)^2 \tag{1}$$

wobei I, c, d, K, $l > 0$ Konstanten sind.

Weiterhin gilt $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$ und $-\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{\pi}{2}$, wobei $u = \psi$ der Eingang und $y = \phi$ der Ausgang des Systems ist.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung (1) als System von Differentialgleichungen der Form $\dot{x} = f(x, u)$ dar. **1 P.|**

b) Berechnen Sie die Ruhelage des Systems für $u_R = 0$. **1 P.|**

c) Linearisieren Sie das System um eine allgemeine Ruhelage $(\mathbf{x}_\mathrm{R},\ u_\mathrm{R})$ und geben Sie die Systemmatrizen $\mathbf{A},\ \mathbf{b},\ \mathbf{c}$ und d in der folgenden Form an: **3 P.|**

$$\begin{aligned}\Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{b}\Delta u\\ \Delta y &= \mathbf{c}^\top\Delta\mathbf{x} + d\Delta u\end{aligned}$$

d) Gegeben ist das lineare zeitinvariante System

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}\mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{3}{2} \end{bmatrix}u\\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}\,.\end{aligned}$$

i. Berechnen Sie für einen Eingang der Form $u = ky$ den Wertebereich von k damit das System stabil ist. **2 P.|**

ii. Berechnen Sie die Transitionsmatrix $\Phi(t)$ für $k = \frac{10}{3}$. **2 P.|**

iii. Berechnen Sie den Anfangswert $\mathbf{x}(0)$ für $k = \frac{10}{3}$, wenn für $\mathbf{x}(t)$ zum Zeitpunkt $t = 1$ gilt $\mathbf{x}(1) = [1 \quad 1]^\top$. **2 P.|**

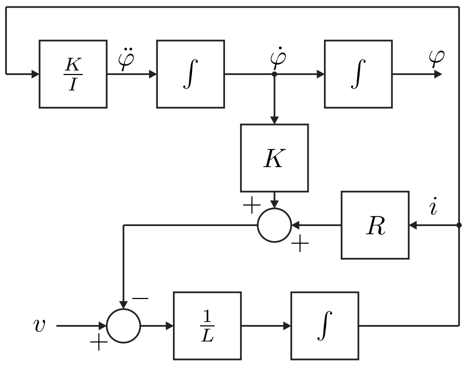

Abbildung 1: Strukturschaltbild GSM

2. Die nachfolgenden Aufgaben a), b) und c) können unabhängig voneinander gelöst werden. **9 P.|**

   a) Gegeben is das Strukturschaltbild einer Gleichstrommaschine (GSM) mit Schwungscheibe. Die Konstanten K, I, R und L sind positiv und reell. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $T_{v,\varphi}$ von v nach φ und die Übertragungsfunktion $T_{v,\ddot{\varphi}}$ von v nach $\ddot{\varphi}$. **2.5 P.|**

   b) Nun wird eine Kaskadenregelung für die GSM betrachtet. **4.5 P.|**

      i. Skizzieren Sie das Blockschaltbild der Kaskadenregelung, wobei v die Stellgröße (Spannung) darstellt, der innerer Regelkreis den Strom i regeln soll und der äußere Regekreis die Drehzahl $\dot{\varphi}$ regelt. Bezeichnen Sie den inneren Regler mit $R_i(s)$ und den äußeren Regler mit $R_a(s)$.

      ii. Geben Sie an, welche Übertragungsfunktionen dem Reglerentwurf von $R_i(s)$ und $R_a(s)$ zugrundeliegen.

      iii. Warum setzt man eine Kaskadenregelung ein? Was ist der Vorteil gegenüber einer Regelung, die direkt die Drehzahl $\dot{\varphi}$ über v regelt?

      iv. Wie werden die Durchtrittsfrequenzen (Bandbreiten) des inneren und äußeren Regelkreises gewählt? Warum sieht die Wahl so aus?

   c) Das System

$$G(s) = \frac{1}{s}\frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

   wird mit einem P-Regler $R(s) = k_p$ geregelt. Die Nyquist-Ortskurve von $G(s)$ ist in Abbildung 2 dargestellt.

      i. Ist der geschlossene Regelkreis mit $k_p = 1$ BIBO-stabil? Begründen Sie ihre Antwort. **1 P.|**

      ii. Argumentieren Sie anhand der Ortskurve für welchen Wertebereich von $k_p > 0$ der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil ist. **1 P.|**

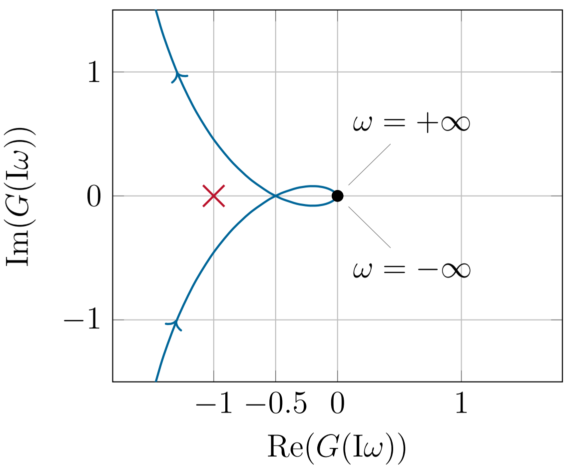

Abbildung 2: Nyquist-Ortskurve der Strecke $G(s)$.

3. Die nachfolgenden Aufgaben a), b), c) und d) können unabhängig voneinander gelöst werden. **11 P.|**

   a) Gegeben ist das System

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & 10 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$

      i. Ist das System vollständig erreichbar? Begründen Sie ihre Antwort. **1 P.|**

      ii. Ist es mit einem Zustandsregler möglich ein stabiles Systemverhalten zu erreichen? Begründen Sie ihre Antwort. **2 P.|**

   b) Entwerfen Sie für das nachfolgende System einen Dead-Beat Zustandsregler **2 P.|**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 10 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k.$$

   c) Für das System **3 P.|**

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_k$$
$$y_k = [0\ 0\ 2]\mathbf{x}_k$$

   soll ein vollständiger Luenberger Beobachter so entworfen werden, dass sämtliche Eigenwerte der Beobachtungsfehlerdynamik bei $\lambda = 1/2$ liegen. Geben Sie die Differenzengleichung des Beobachters an.

   d) Zeichnen Sie das Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion **3 P.|**

$$G(s) = \frac{1}{s} \frac{100}{(s+10)\left(\frac{s}{100}+1\right)}$$

   in Abbildung 3 ein.

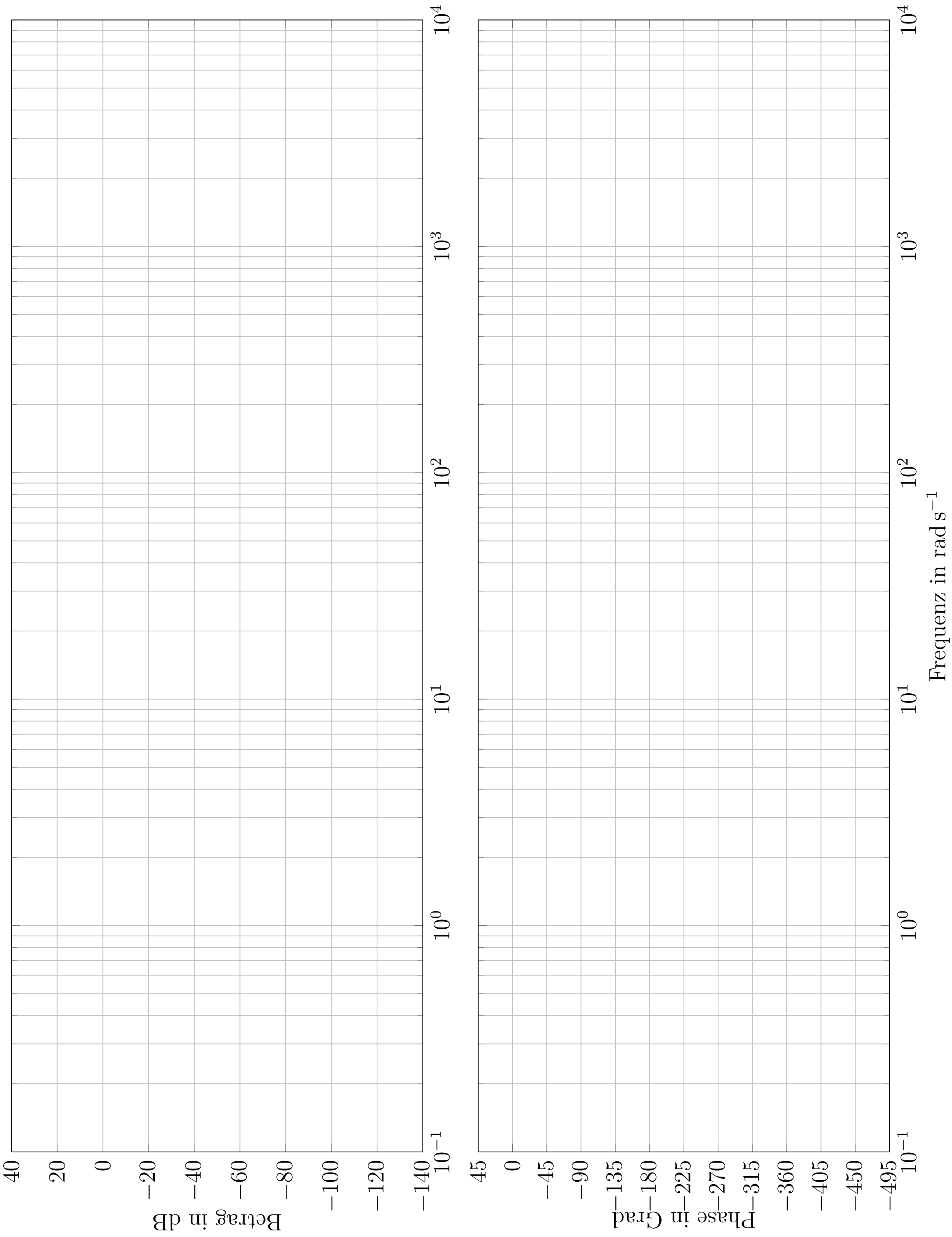

Abbildung 3: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 4

4. Sie können die Aufgaben a) und b) unabhängig voneinander lösen. **9 P.|**

   a) Transformieren Sie die Übertragungsfunktion **2 P.|**

   $$G(s) = \frac{100}{s^2 + 14s + 40} \tag{2}$$

   in den q-Bereich mittels der Tustin-Transformation bei einer Abtastzeit von $T_a = 0.1s$.

   b) Gegeben ist die Übertragungsfunktion

   $$G^{\#}(q) = \frac{1}{10(q+10)(q+15)} \ . \tag{3}$$

   Die Abtastzeit ist $T_a = 0.01s$. Im Folgenden soll für diese Übertragungsfunktion ein PI-Regler der Form

   $$R^{\#}(q) = V\frac{1 + T_I q}{q} \tag{4}$$

   entworfen werden mit der Verstärkung V und der Zeitkonstanten T_I. Dafür wird das Frequenzkennlinienverfahren verwendet mit der Anstiegszeit $t_r = 0.12\,\mathrm{s}$ und einem gewünschten Überschwingen von ü $= 10\,\%$.

   i. Berechnen Sie die Zeitkonstante T_I und die Verstärkung V. Benutzen Sie dabei die Approximation $\arctan(x) = 45°x$. **3 P.|**

   ii. Kann der geschlossene Kreis einer Führungsfolge der Form **1 P.|**

   $$(r_k) = \begin{cases} 1 & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases} \tag{5}$$

   ohne bleibende Regelabweichung folgen? Begründen Sie ihre Antwort.

   iii. Wie muss der Regler $R^{\#}(q)$ in Gleichung 4 erweitert werden, damit der geschlossene Kreis auf die harmonische Führungsfolge $(r_k) = (7\sin(3k))$ im eingeschwungenen Zustand eine Regelabweichung von Null aufweist? **Hinweis:** Sie müssen die Stabilität des geschlossenen Kreises für den erweiterten Regler nicht nachweisen. **3 P.|**