Technische Universität Wien
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 07.02.2025

Arbeitszeit: 150 min

Name:
Vorname(n):
Matrikelnummer: Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	$\sum$
erreichbare Punkte	10	10	10	10	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

Bitte ...

... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,

... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,

... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,

... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und

... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

Viel Erfolg!

1. *Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.* **10 P.|**

   a) Gegeben sind folgende Modellgleichungen **4 P.|**

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= (u - x_1)^2 - x_2^2(x_1 + 2) + 3 && \text{(1a)} \\
\dot{x}_2 &= x_2 x_1^2 - \mathrm{e}^{1-u} x_1 - x_2 + 1 && \text{(1b)} \\
y &= x_1^2 + x_1 x_2 + 0.5 x_2^2, && \text{(1c)}
\end{aligned}
$$

   wobei u der Eingang und y der Ausgang des Systems ist.

   i. Berechnen Sie die unbekannten Werte u_R und $x_{2,R}$ für alle Ruhelagen mit $x_{1,R} = 1$. 1 P.|

   ii. Linearisieren Sie das System (1) um eine allgemeine Ruhelage $(\mathbf{x}_R,\ u_R)$ und geben Sie die Zustandsraumdarstellung des linearisierten Systems an. 3 P.|

   b) Gegeben ist das lineare, zeitinvariante und zeitkontinuierliche dynamische System **6 P.|**

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 15 \end{bmatrix} u, && \text{(2a)} \\
y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} && \text{(2b)}
\end{aligned}
$$

   mit Anfangswert $\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$.

   i. Überprüfen Sie, ob das System (2) asymptotisch stabil und beobachtbar ist. Begründen Sie Ihre Antworten! 2 P.|

   ii. Transformieren Sie das System mittels Zustandstransformation $\mathbf{z} = \mathbf{V}\mathbf{x}$ auf Jordansche Normalform 2.5 P.|

$$
\begin{aligned}
\dot{\mathbf{z}} &= \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \tilde{\mathbf{B}}u \\
y &= \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{z} + \tilde{d}u.
\end{aligned}
$$

   Bestimmen Sie $\tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{B}}$, $\tilde{\mathbf{C}}$ und $\tilde{d}$.

   iii. Berechnen Sie die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}(t)$ des ursprünglichen Systems (2). 1.5 P.|

2. *Die Aufgaben a), b), c) und d) können unabhängig voneinander gelöst werden.* **10 P.**|

a) Die Übertragungsfunktion $G(s)$ hat konjugiert komplexe Pole $s = a \pm Ik$. Zeigen Sie, dass die Pole der zugehörigen z-Übertragungsfunktion mit Abtastzeit $T_a = \pi$ für alle $a < 0$ und $k = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ auf der negativen reellen Achse liegen. **1 P.**|

b) In Abbildung 1 sind die Sprungantworten von vier verschiedenen zeitdiskreten Systemen dargestellt. Welche Antwort (h_1, h_2, h_3 oder h_4) entspricht der zeitdiskreten Übertragungsfunktion $H(z) = \frac{1.44}{(z+0.2)^2}$? Begründen Sie Ihre Antwort. **2 P.**|

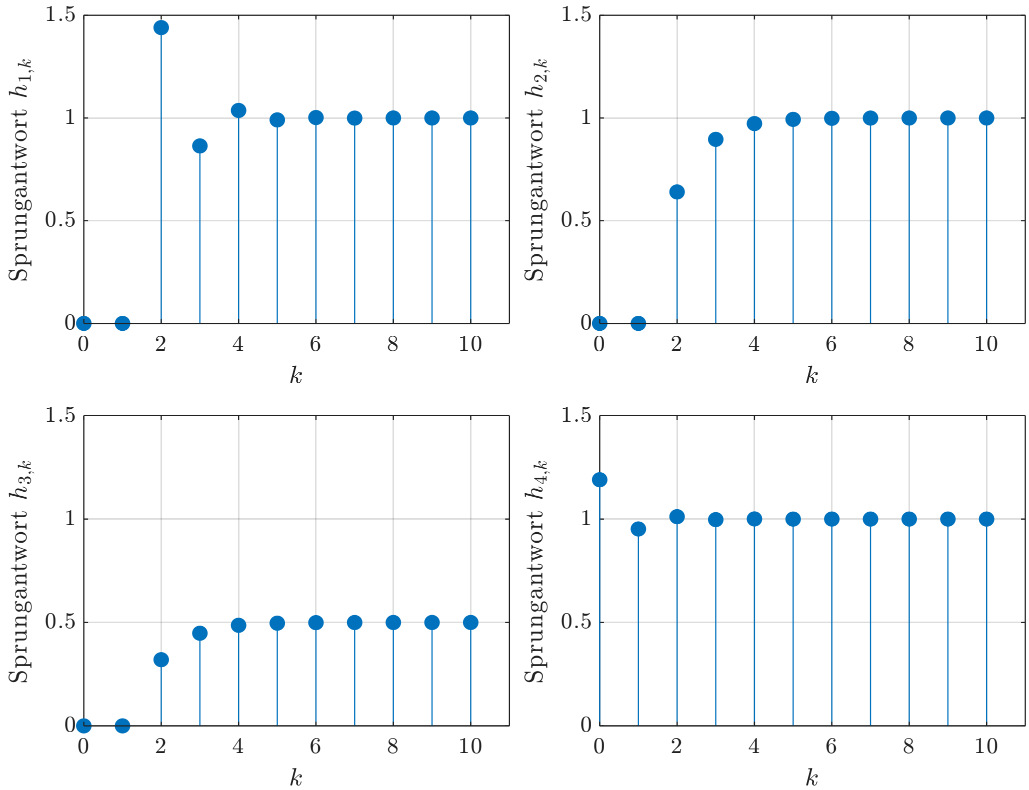

Abbildung 1: Sprungantworten zu Aufgabe 2b).

c) Gegeben ist die Eingangsfolge **3 P.**|

$$u_k = (2, -1, -1, 0, 0, \dots)$$

und die resultierende Ausgangsfolge

$$y_k = (0, \gamma, 4, 1, -1, 0, 0 \dots).$$

Bestimmen Sie die Impulsantwort (g_k) und die Übertragungsfunktion $G(z)$ des Systems sowie den Parameter γ so, dass $g_k = 0$ für $k \geq 3$.

d) Gegeben ist das System **4 P.**|

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u_k, \tag{3a}$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \tag{3b}$$

i. Ist es möglich mit einem Zustandsregler der Form 1 P.|

$$u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$$

die Eigenwerte des geschlossenen Kreises beliebig zu platzieren? Begründen Sie Ihre Antwort.

ii. Entwerfen Sie einen Dead-Beat Regler für das System (3). 3 P.|

3. *Die Aufgaben a) und b) können unabhängig voneinander gelöst werden.* **10 P.|**

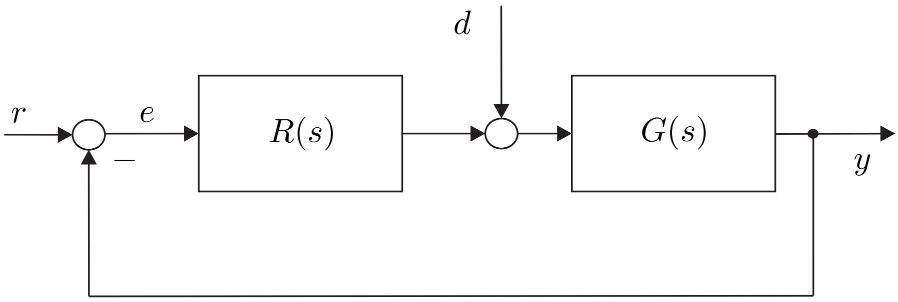

Abbildung 2: Regelkreis

a) Für die Strecke **5 P.|**

$$G(s) = \frac{s+2}{s(s-2)}$$

soll ein Regler in einem Regelkreis nach Abbildung 2 entworfen werden. Die Struktur das Reglers ist mit

$$R(s) = \frac{a_1 s + a_0}{s + b_0} \ ,$$

gegeben.

i. Bestimmen Sie die Koeffizienten a_1, a_0 und b_0, sodass sämtliche Pole des geschlossenen Regelkreises bei $s_i = -2$ liegen. 3 P.|

ii. Berechnen Sie die bleibende Regelabweichung e_∞ zufolge eines Einheitssprungs der Führungsgröße $r(t) = \sigma(t)$ mit konstanter Störung $d(t) = \sigma(t)$. 2 P.|

b) Gegeben ist die Impulsantwort **5 P.|**

$$g(t) = \mathrm{e}^{-t}\sin(t)$$

eines linearen, zeitinvarianten Systems.

i. Skizzieren Sie die Impulsantwort $g(t)$ und beurteilen Sie die BIBO-Stabilität des zugehörigen Systems anhand der Impulsantwort $g(t)$. 2 P.|

ii. Geben Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$ des Systems an. 1 P.|

iii. Geben Sie eine Minimalrealisierung des Systems in Zustandsraumdarstellung an. 2 P.|

4. a) Für die Strecke **10 P.|**

$$G(s) = \frac{1}{s\left(\left(\frac{s}{20}\right)^2 + 2\cdot 0.1\frac{s}{20} + 1\right)}$$

wurde der Regler

$$R(s) = \frac{9}{s}\frac{\left(1+\frac{s}{3}\right)\left(\left(\frac{s}{20}\right)^2 + 2\cdot 0.1\frac{s}{20} + 1\right)}{(1+\frac{s}{300})^2}$$

in einem Regelkreis nach Abbildung 2 entworfen.

i. Um welche Art Regler handelt es sich bei $R(s)$? Beschreiben Sie die Funktion aller Faktoren in $R(s)$. 2 P.|

ii. Skizzieren Sie das Bode-Diagramm des offenen Regelkreises $L(s) = R(s)G(s)$. Nutzen Sie das folgende Diagramm und beschriften Sie die Achsen. 3 P.|

iii. Überprüfen Sie, ob das Nyquist-Kriterium in Frequenzkennliniendarstellung anwendbar ist, um BIBO-Stabilität des geschlossenen Regelkreises zu zeigen. 1 P.|

iv. Zeichnen Sie die Durchtrittsfrequenz ω_c und die Phasenreserve Φ in Ihr Bodediagramm ein und schätzen Sie die Werte ω_c und Φ ab. 2 P.|

v. Überprüfen Sie anhand Ihrer geschätzten Werte aus iv., ob der geschlossene Regelkreis intern stabil ist. 1 P.|

vi. Skizzieren Sie den Betragsfrequenzgang der Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises $T_{ry}(s)$. 1 P.|

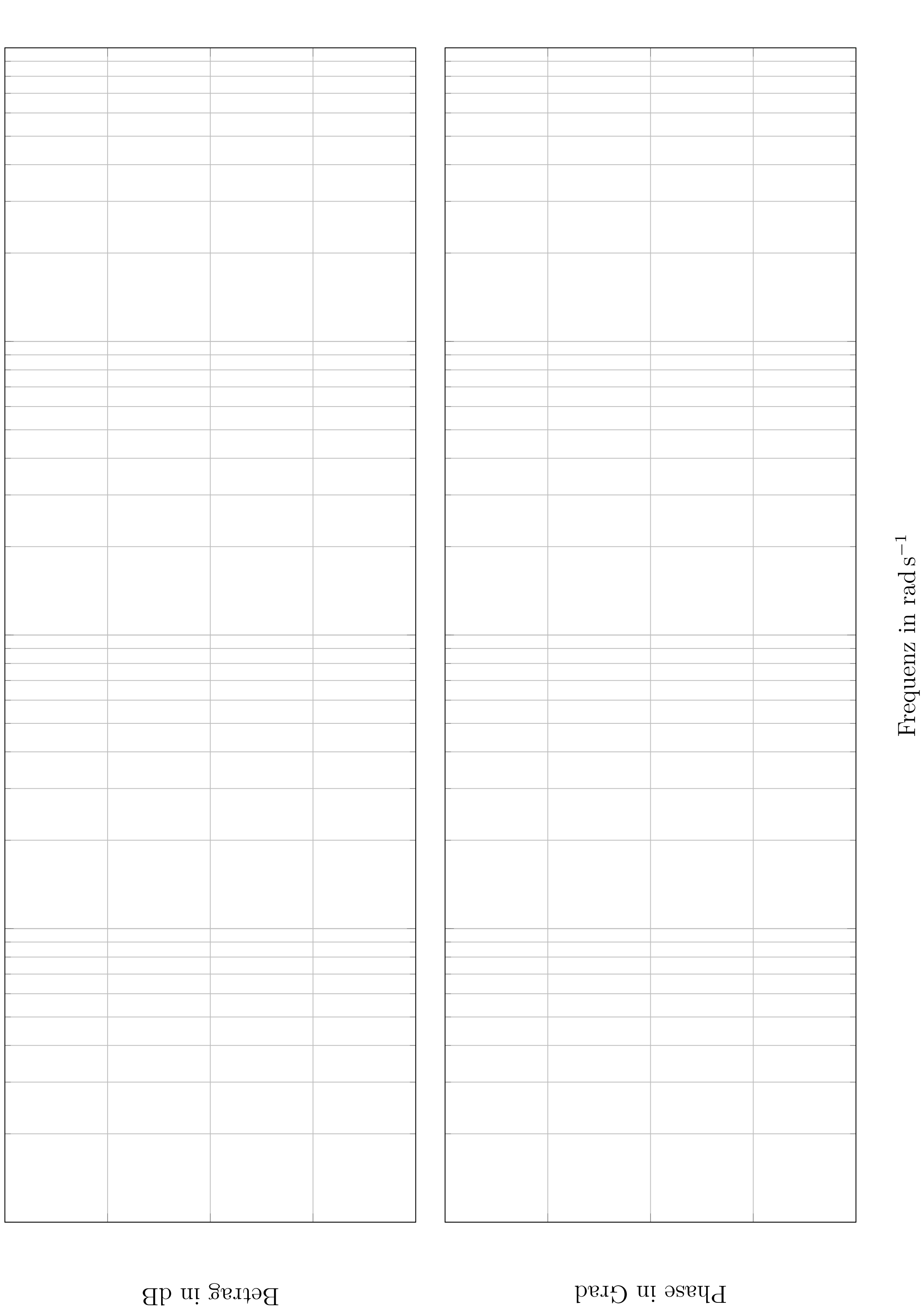

Abbildung 3: Bodediagramm (Achsbeschriftung ergänzen!)