

**Technische Universität Wien**  
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur  
VU Automatisierung  
am 30.05.2025

Arbeitszeit: 150 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Bonus	$\Sigma$
erreichbare Punkte	10	10	9	11	5	40 + (5)
erreichte Punkte						

**Bitte ...**

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an und
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich.

**Viel Erfolg!**

1. Sie können die Aufgaben a), b) und c) unabhängig voneinander lösen. 10 P. |

a) Gegeben ist ein zeitkontinuierliches System, das durch die Differenzialgleichung 3 P. |

$$\dot{x} = \exp(-x)u \quad (1)$$

mit dem Eingang  $u$  und dem Anfangszustand  $x(0) = x_0$  beschrieben wird.

i. Linearisieren Sie das System um die Ruhelage  $u_R = 0$ ,  $x_R \in \mathbb{R}$  und stellen Sie es in der Form 1.5 P. |

$$\Delta \dot{x} = a \Delta x + b \Delta u$$

dar.

ii. Berechnen Sie auf Basis des linearisierten Systems das Abtastsystem mit Hilfe der ZOH-Diskretisierung und einer Abtastzeit  $T_a$ . Stellen Sie das zeitdiskrete, linearisierte System in der Form 1.5 P. |

$$\Delta x_{k+1} = \Phi \Delta x_k + \Gamma \Delta u_k$$

dar. Geben Sie explizit  $\Phi$  und  $\Gamma$  an.

b) Alternativ lässt sich die Darstellung des zeitdiskreten Systems wie folgt berechnen. 4 P. |

i. Berechnen Sie die Lösung der Differenzialgleichung (1) für einen konstanten Eingang  $u(t) = u_k$  im Zeitintervall  $kT_a \leq t < (k+1)T_a$  und einen Anfangswert  $x(kT_a) = x_k$ . Berechnen Sie aus dieser Lösung den Wert von  $x((k+1)T_a) = x_{k+1}$  als Funktion von  $x_k$  und  $u_k$  in der Form 3 P. |

$$x_{k+1} = F(x_k, u_k)$$

mit der nichtlinearen Abbildung  $F(\cdot, \cdot)$ .

ii. Linearisieren Sie diesen nichtlinearen Ausdruck um die Ruhelage  $u_R = 0$ ,  $x_R \in \mathbb{R}$  und stellen Sie das linearisierte, zeitdiskrete System in der Form 1 P. |

$$\Delta x_{k+1} = \Phi \Delta x_k + \Gamma \Delta u_k$$

dar.

c) Für ein allgemeines zeitkontinuierliches LTI-System 3 P. |

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}u, & \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}_0 \\ y &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} + du \end{aligned}$$

lautet die Lösung

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \Phi(t) \mathbf{x}_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau) \mathbf{b}u(\tau) dt \\ y(t) &= \mathbf{c}^T \mathbf{x}(t) + du(t). \end{aligned}$$

Berechnen Sie die Lösung nach einer regulären Zustandstransformation  $\mathbf{x} = \mathbf{Vz}$  für  $\mathbf{z}(t)$  und  $y(t)$ .

2. Sie können die Aufgaben a) und b) unabhängig voneinander lösen.

10 P. |

a) Gegeben ist die Übertragungsfunktion folgender Strecke

6 P. |

$$G(s) = \frac{1 + s \frac{2+\sqrt{3}}{10}}{s(1 + 2 \cdot 0.1 \frac{s}{20} + \frac{s^2}{20^2})}.$$

Entwerfen Sie dafür einen kontinuierlichen Regler der Form

$$R(s) = V \frac{1 + 2 \cdot 0.1 \frac{s}{20} + \frac{s^2}{20^2}}{s(1 + sT)}.$$

- i. Ist das System  $G(s)$  sprunghfähig? Begründen Sie Ihre Antwort. 0.5 P. |
  - ii. Wie heißt die spezielle Struktur des Reglers, welcher angesetzt wurde? 0.5 P. |
  - iii. Bestimmen Sie die Reglerparameter  $V$  und  $T$  des Reglers mit Hilfe des Frequenzkennlinienverfahrens, um die gegebenen Anforderungen 4.5 P. |
    - Maximales Überschwingen: 10 %
    - Anstiegszeit: 0.15 seinzuhalten.
  - iv. Kann der geschlossene Regelkreis einer rampenförmigen Referenzgröße ohne bleibender Regelabweichung folgen? Begründen Sie Ihre Antwort. 0.5 P. |
- b) Betrachten Sie nun ein LTI-System mit der Übertragungsfunktion 4 P. |

$$G(s) = V \frac{1 - sT}{1 + sT}.$$

- i. Berechnen und skizzieren Sie die Sprungantwort des Systems. 1.5 P. |
- ii. Ist das System phasenminimal? Begründen Sie Ihre Antwort. 0.5 P. |
- iii. Berechnen Sie den Amplitudengang und Phasengang des Systems in Abhängigkeit der Kreisfrequenz  $\omega$  und skizzieren Sie beide im beiliegenden Bodediagramm in Abbildung 3 für  $V = 10$  und  $T = 1/100$  s. 2 P. |

3. Sie können die Aufgaben a), b), c) und d) unabhängig voneinander lösen.

9 P. |

Gegeben ist die Zusammenschaltung von Übertragungsfunktionen in Abb. 1:

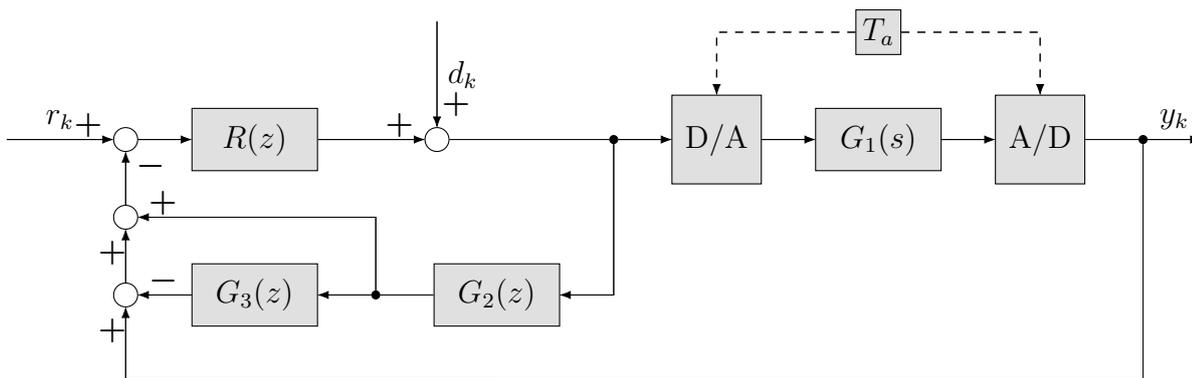


Abbildung 1: Regelkreis für Aufgabe 3.

a) Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion vom Eingang  $r_k$  zum Ausgang  $y_k$  mit den allgemeinen Übertragungsfunktionen  $G_1(z)$ ,  $G_2(z)$ ,  $G_3(z)$  und  $R(z)$ . **2 P. |**

**Hinweis:** Bezeichnen Sie die Kombination aus Halteglied (D/A), kontinuierlicher Übertragungsfunktion  $G_1(s)$  und Abtaster (A/D) als  $G_1(z)$ .

b) Geben Sie für eine allgemeine s-Übertragungsfunktion  $G_1(s)$  die zugehörige z-Übertragungsfunktion  $G_1(z)$  bei Abtastung und Verwendung eines Halteglieds nullter Ordnung (zero-order-hold) an. **1 P. |**

c) Für die restliche Aufgabe gilt **4 P. |**

$$T_{r,y}(z) = \frac{R(z)G_1(z)}{1 + R(z)G_2(z)} \quad (2)$$

mit den Übertragungsfunktionen

$$G_1(z) = \frac{4z - 2}{z^3 - 3z^2} \quad G_2(z) = \frac{4z - 2}{z - 3} \quad R(z) = \frac{5z + 1}{z - 1} \quad (3)$$

i. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $T_{r,y}(z)$ . **1 P. |**

ii. Ist das System BIBO stabil? Begründen Sie Ihre Antwort. **2 P. |**

iii. Beurteilen Sie das System  $T_{r,y}(z)$  hinsichtlich Sprungfähigkeit und Realisierbarkeit und begründen Sie Ihre Antworten. **1 P. |**

d) Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit der Standard-Regelkreis in Abb. 2 intern stabil ist? Geben Sie ein Beispiel für realisierbare Übertragungsfunktionen  $R(s)$  und  $G(s)$  jeweils erster Ordnung so an, dass die interne Stabilität nicht gegeben ist. **2 P. |**

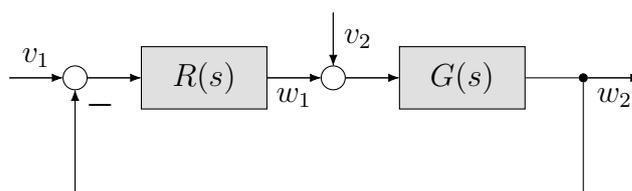


Abbildung 2: Standard-Regelkreis für Aufgabe 3 d).

4. Sie können die Aufgaben a), b) und c) unabhängig voneinander lösen.

11 P. |

Gegeben ist ein zeitkontinuierliches LTI System:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \quad (4a)$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \quad (4b)$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

a) Berechnen Sie zugehörige Jordansche Normalform und bestimmen Sie die transformierte Transitionsmatrix  $\tilde{\Phi}(t)$ . 2.5 P. |

b) Bearbeiten Sie die folgenden Punkte und begründen Sie Ihre Antworten. 1.5 P. |

i. Kann für das System (4) ein trivialer Beobachter eingesetzt werden? 0.5 P. |

ii. Was ist die Voraussetzung, dass die Eigenwerte der Fehlerdynamik des vollständigen Luenberger Beobachters beliebig platziert werden können? 1 P. |  
Zeigen Sie, ob diese Voraussetzung für das System (4) erfüllt ist.

c) Für das zeitdiskrete System 7 P. |

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u_k \quad (5a)$$

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k \quad (5b)$$

soll ein Luenberger Beobachter und ein Zustandsregler entworfen werden. Bearbeiten Sie dazu die folgenden Punkte:

i. Geben Sie das gesamte System mit Luenberger Beobachter und Zustandsregler in Zustandsraumdarstellung an. 3 P. |

ii. Entwerfen Sie einen Luenberger Beobachter, der den Beobachtungsfehler schnellstmöglich reduziert. Wie viele Zeitschritte  $k$  dauert es dabei, um einen allgemeinen Anfangsfehler  $e_0$  auf  $e_k = 0$  zu reduzieren? 3 P. |

iii. Welche Voraussetzungen müssen erfüllt sein, damit das Gesamtsystem mit der Kombination aus dem Zustandsbeobachter mit dem Zustandsregler BIBO-stabil ist? Begründen Sie Ihre Antwort! 1 P. |

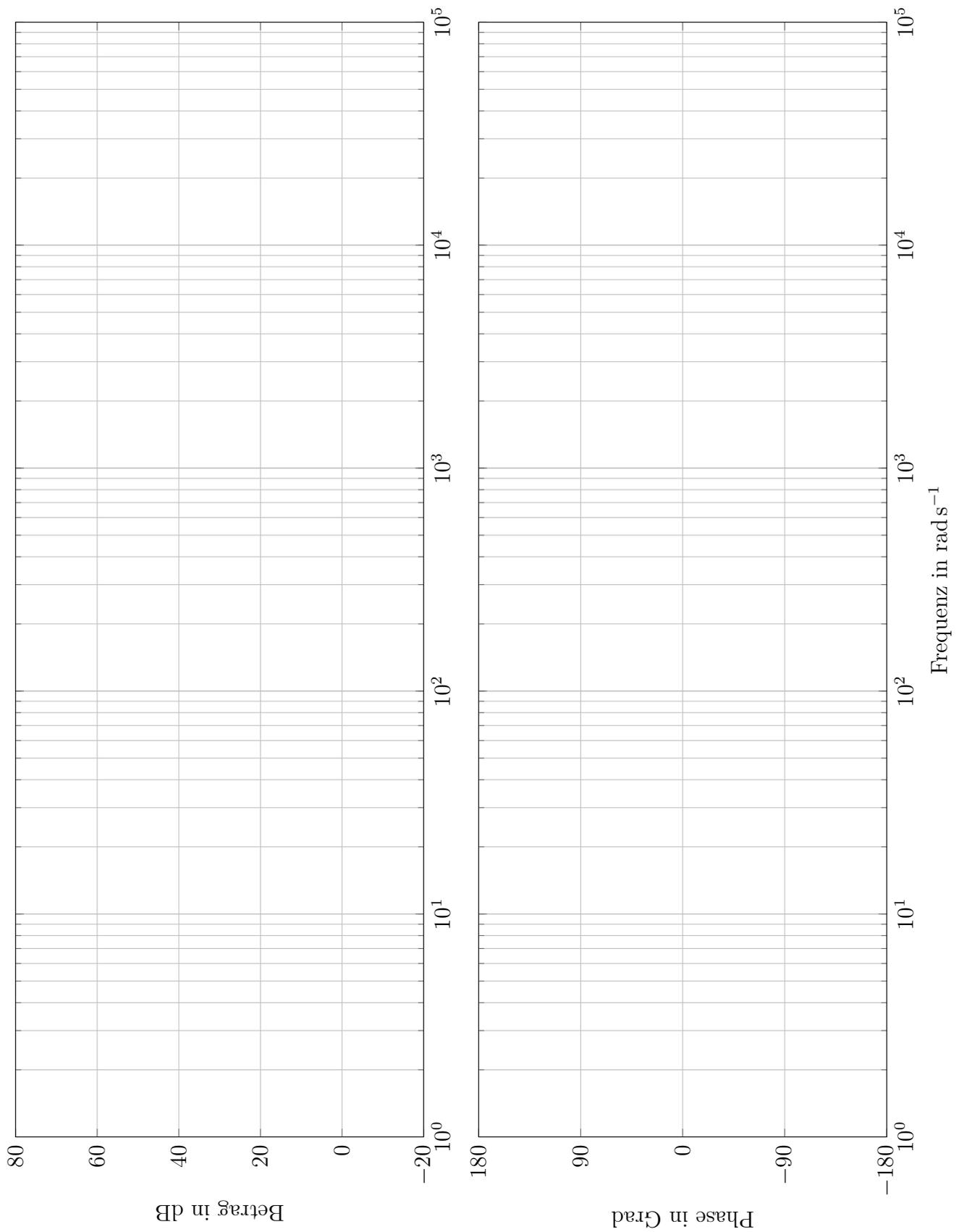


Abbildung 3: Vorlage Bode-Diagramm zu Aufgabe 2b