5. Übung: Digitaler Regelkreis

Aufgabe 5.1. Gegeben ist das lineare zeitkontinuierliche System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u.$$

Berechnen Sie das zugehörige Abtastsystem der Form

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi} \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma} u_k$$

für eine allgemeine Abtastzeit T_a.

In den Aufgaben 5.2 bis 5.4 soll der Regelkreis aus Abbildung 5.1 betrachtet werden, wobei der Regler R durch

$$\begin{aligned} e_{I,k+1} &= e_{I,k} + T_a e_k \\ u_k &= k_p e_k + k_I e_{I,k} + \frac{k_d}{T_a}(e_k - e_{k-1}) \end{aligned}$$

und die Strecke mit

$$G(s) = \frac{6(s+2)}{(s-4)(s+1)}$$

gegeben sind.

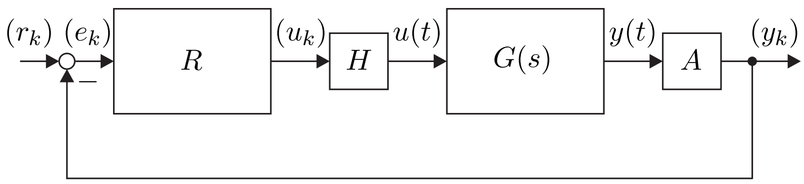

Abbildung 5.1.: Regelkreis für die Aufgaben 5.2 bis 5.4.

Aufgabe 5.2. Zunächst wird der zeitdiskrete Regler betrachtet. Ermitteln Sie mithilfe der z-Transformation die Sprungantwort (u_k) zufolge des Einheitssprungs $(e_k) = (1^k)$, wobei für $k < 0$ gelten soll, dass $(u_k) = 0$. Geben Sie außerdem die z-Übertragungsfunktion dieses PID-Reglers an.

Aufgabe 5.3. Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion der Regelstrecke $G(s) = \frac{6(s+2)}{(s-4)(s+1)}$ für eine allgemeine Abtastzeit T_a.

Aufgabe 5.4. Betrachten Sie abschließend den geschlossenen Regelkreis mit einem reinen P-Regler, d. h. $k_I = k_d = 0$, wobei die Abtastzeit $T_a = \ln(3/2)$ betragen soll. Weisen Sie mithilfe des Jury-Kriteriums nach, dass der geschlossene Regelkreis für $k_p = 1$ BIBO-stabil ist. Geben Sie für die Eingangsfolge der Sollgröße $(r_k) = \sin(k + 35°) + 3(1^k)$ die eingeschwungene Lösung an.

Aufgabe 5.5. Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion von

$$G(s) = 10\frac{(s-1)}{s(s^2+s+1)}$$

für $T_a = 1\,\mathrm{s}$ und daraus die q-Übertragungsfunktion. Welche Aussagen können Sie anhand der Eigenschaften der s-Übertragungsfunktion über die Eigenschaften der q-Übertragungsfunktion treffen?