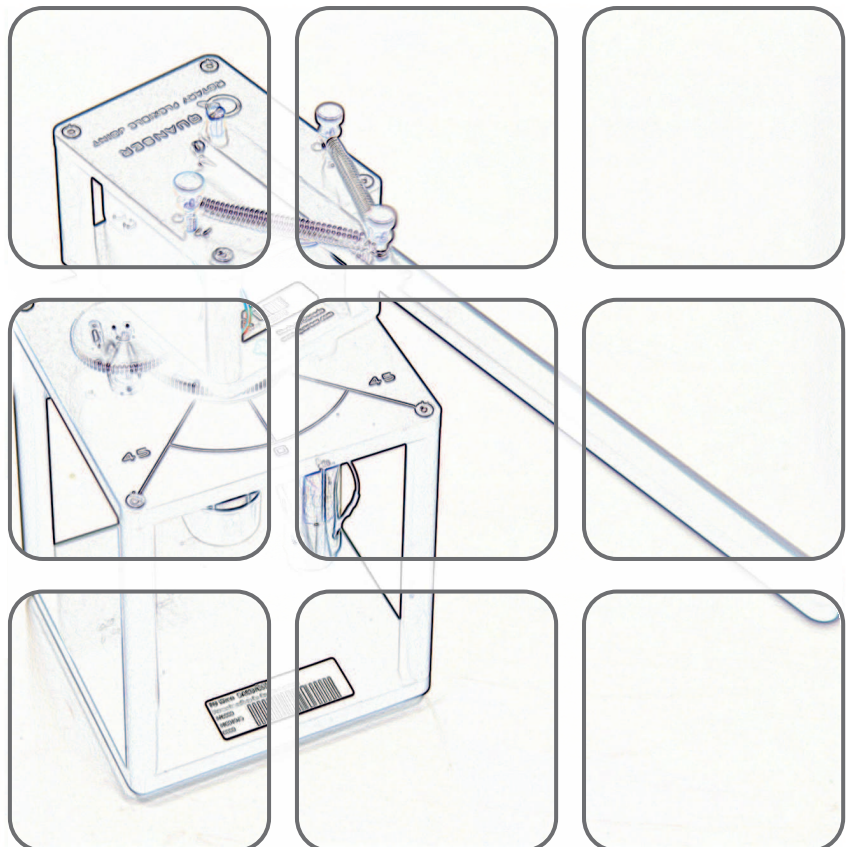


# AUTOMATISIERUNGS- & REGELUNGSTECHNIK

Fachvertiefung  
WS 2020/2021

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Kugi  
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. Christian Hartl-Nesic



## **Automatisierungs- und Regelungstechnik**

Fachvertiefung  
WS 2020/2021

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Kugi  
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. Christian Hartl-Nesic

TU Wien  
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik  
Gruppe für komplexe dynamische Systeme

Gußhausstraße 27–29  
1040 Wien  
Telefon: +43 1 58801 – 37615  
Internet: <https://www.acin.tuwien.ac.at>

© Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, TU Wien

# 1 Grundbegriffe der Robotik

Dieses einleitende Kapitel beschäftigt sich mit einer Reihe von Grundbegriffen in der Robotik, welche in den weiteren Abschnitten dieses Kapitels im Detail beschrieben werden.

Ein Roboter – auch *Manipulator* genannt – ist ein mechanisches System bestehend aus einer Reihe von Körpern, den *Gliedern* (engl. *Links*), welche durch unterschiedliche Typen von *Gelenken* (engl. *Joints*) miteinander verbunden sind. Die Glieder des Roboters werden mithilfe von *Aktuatoren* wie z. B. Elektromotoren oder Hydraulikzylinder bewegt. Eines der Glieder wird als *Roboterbasis* bezeichnet und dieses kann entweder inertialfest, wie z. B. bei einem klassischen Industrieroboter oder einem Turmdrehkran, aber auch mobil sein, beispielsweise bei einem autonomen Fahrzeug oder einem humanoiden Roboter. Im Rahmen dieser Vorlesung werden Robotersysteme mit inertialfester Basis behandelt und die Glieder des Roboters werden als *Starrkörper* betrachtet.

## 1.1 Freiheitsgrade eines Roboters

Ein frei beweglicher Starrkörper wird im dreidimensionalen Raum durch 6 *Freiheitsgrade* beschrieben, nämlich 3 Freiheitsgrade für die *translatorische* Verschiebung und 3 Freiheitsgrade zur Beschreibung der Orientierung (*rotatorische* Freiheitsgrade) des Starrkörpers zum Inertialsystem. Eine Punktmasse im dreidimensionalen Raum hingegen weist nur die 3 translatorischen Freiheitsgrade auf. Im zweidimensionalen Raum besitzt ein Starrkörper insgesamt 3 Freiheitsgrade, das sind zwei für die Position des Starrkörpers in der Ebene und ein Freiheitsgrad für die Orientierung. Die räumliche Lage eines Starrkörpers (Kombination von Position und Orientierung) oder die Position einer Punktmasse im zwei- oder dreidimensionalen Raum, wird auch als *Pose* bezeichnet.

Die Bewegung eines Starrkörpers unterliegt aber im Allgemeinen *Zwangsbedingungen*, die die Bewegungsfreiheit des Starrkörpers einschränken. Zum Beispiel ist eine Münze im dreidimensionalen Raum ein Starrkörper mit 6 Freiheitsgraden. Wird diese Münze aber auf einen Tisch gelegt, so entstehen durch den Tisch drei Zwangsbedingungen: Es wird ein translatorischer Freiheitsgrad und zwei rotatorische Freiheitsgrade durch den Tisch vorgegeben. Es verbleiben daher zwei translatorische Freiheitsgrade, das ist die zweidimensionale Position der Münze am Tisch, und ein rotatorischer Freiheitsgrad, das ist die Rotation um den Oberflächennormalenvektor der Tischplatte.

Hinter diesem Beispiel steht die allgemeine Regel für die Bestimmung der Anzahl der Freiheitsgrade  $n$  eines Starrkörper- bzw. Robotersystems

$$n = (\text{Summe der Freiheitsgrade der Starrkörper}) - (\text{Anzahl der unabhängigen Zwangsbedingungen}) . \quad (1.1)$$

Die Anzahl der Freiheitsgrade  $n$  ist die minimale Anzahl an reellwertigen Koordinaten

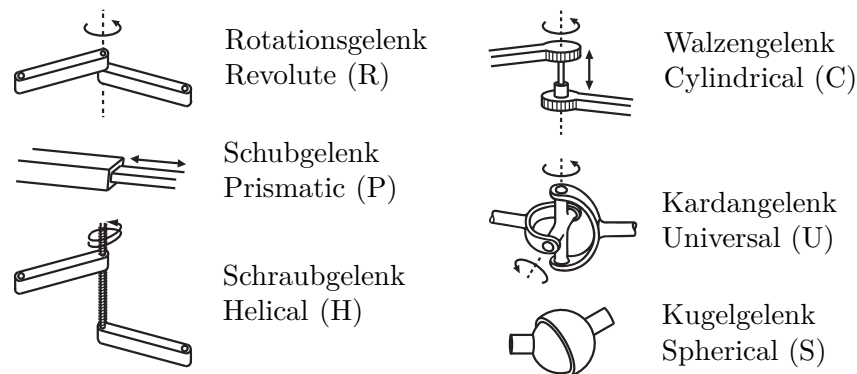


Abbildung 1.1: Unterschiedliche Gelenktypen [2.1].

die erforderlich sind, um die Lage aller Starrkörper – und damit jedes Massepunktes aller Starrkörper – in einem mechanischen System festzulegen.

### 1.1.1 Gelenke

In Abbildung 1.1 sind einige Gelenktypen dargestellt, welche häufig in Robotern verbaut werden. Das *Rotationsgelenk* (engl. *Revolute*, R) ermöglicht die Rotation um eine Achse, während das *Schubgelenk* (engl. *Prismatic*, P) eine lineare Translationsbewegung ausführt. Mit dem *Schraubgelenk* (engl. *Helical*, H) wird eine simultane Rotation und lineare Translation entlang einer Schraubenachse ausgeführt. Diese drei Gelenktypen bieten genau einen Freiheitsgrad. Weiters gibt es auch Gelenktypen mit mehreren Freiheitsgraden. Dazu zählt das *Walzengelenk* (engl. *Cylindrical*, C), welches zwei Freiheitsgrade besitzt und im Gegensatz zum Schraubgelenk eine unabhängige Rotations- und Translationsbewegung entlang einer Gelenksachse erlaubt. Das *Kardangelenk* (engl. *Universal*, U) besteht aus zwei sich orthogonal schneidenden Rotationsgelenken und wird durch zwei Freiheitsgrade beschrieben. Drei Freiheitsgrade hat das *Kugelgelenk* (engl. *Spherical*, S), welches eine Bewegung ähnlich dem menschlichen Schultergelenk ermöglicht.

Jedes Gelenk verbindet genau zwei Glieder eines Roboters miteinander und erlaubt eine Bewegung entsprechend der Anzahl an Freiheitsgraden des Gelenkes. Auf der anderen Seite ruft das Gelenk durch die mechanische Verbindung auch Zwangsbedingungen zwischen den beiden Körpern hervor und schränkt dadurch die Bewegungsfreiheit ein. Zum Beispiel erlaubt das Rotationsgelenk eine Drehung um eine Achse, also ein Freiheitsgrad, aber führt auch zu insgesamt fünf Zwangsbedingungen für die Bewegung zwischen den beiden Körpern. Die genannten Gelenktypen mit der zugehörigen Anzahl an Freiheitsgraden und Zwangsbedingungen im zwei- und dreidimensionalen Raum sind in Tabelle 1.1 aufgelistet.

### 1.1.2 Kinematische Ketten

Werden mehrere Glieder durch Gelenke zu einem Mechanismus verbunden, so bilden diese eine *kinematische Kette*. Eine kinematische Kette wird als *offen* oder *seriell* bezeichnet, wenn sie frei von Schleifen ist. Das heißt, sie lässt sich als Baumstruktur darstellen, wie das Beispiel in Abbildung 1.2a zeigt. Eine *geschlossene* kinematische Kette enthält eine oder

Gelenktyp	Freiheitsgrade	Zwangsbedingungen zwischen zwei Starrkörpern im zweidimensionalen Raum	Zwangsbedingungen zwischen zwei Starrkörpern im dreidimensionalen Raum
Rotationsgelenk	1	2	5
Schubgelenk	1	2	5
Schraubgelenk	1	–	5
Walzengelenk	2	–	4
Kardangelen	2	–	4
Kugelgelenk	3	–	3

Tabelle 1.1: Freiheitsgrade und Zwangsbedingungen für unterschiedliche Gelenktypen.

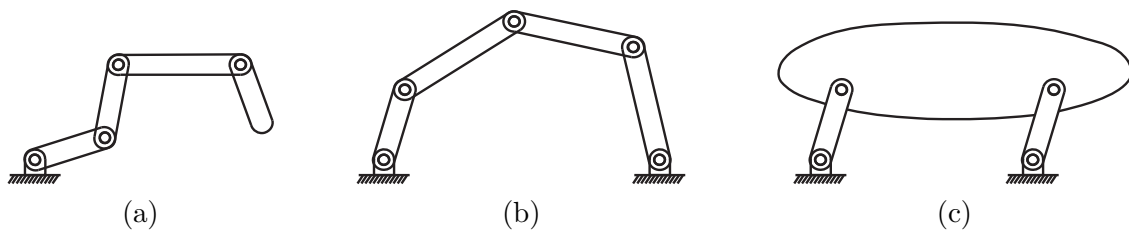


Abbildung 1.2: Kinematische Ketten [2.1]: (a) Offene bzw. serielle Kette, (b) geschlossene Kette, (c) Parallelkinematik.

mehrere Schleifen, siehe Abbildung 1.2b. Hier ist zu beachten, dass auch der inertialfeste Boden (schraffiert dargestellt) als Teil des Mechanismus zählt.

Ein Spezialfall der geschlossenen Kinematik stellt die *Parallelkinematik* (Abbildung 1.2c) dar, bei der zwei Teile einer kinematischen Kette durch eine Parallelogrammstruktur miteinander verbunden sind. Roboter mit Parallelkinematik weisen eine hohe strukturelle Steifigkeit auf und ermöglichen daher höhere Bewegungsgeschwindigkeiten im Vergleich zu Robotern mit serieller Kinematik. Als Nachteil erweist sich allerdings eine deutliche Einschränkung in der Bewegungsfreiheit des Roboters.

### 1.1.3 Formel von Grübler

Mithilfe der Formel von Grübler kann die Anzahl der Freiheitsgrade  $n$  einer kinematischen Kette bestehend aus Gliedern und Gelenken bestimmt werden und ist im folgenden Satz zusammengefasst.

**Satz 1.1 (Formel von Grübler).** *Es sei  $J$  die Anzahl der Gelenke und  $N$  die Anzahl der Glieder einer kinematischen Kette, wobei der inertialfeste Boden auch als Glied zählt. Weiters sei  $m$  die Anzahl der Freiheitsgrade jedes Starrkörpers ( $m = 3$  im zweidimensionalen Raum,  $m = 6$  im dreidimensionalen Raum),  $f_i$  die Anzahl an Freiheitsgraden des Gelenks  $i$  und  $c_i$  die Anzahl der durch das Gelenk  $i$  hervorgerufenen Zwangsbedingungen, wobei gilt  $f_i + c_i = m \forall i, i = 1, \dots, J$ . Für diesen Mechanismus lautet die Formel von Grübler*

$$\begin{aligned}
 n &= \underbrace{m(N-1)}_{\text{Freiheitsgrade der Starrkörper}} - \underbrace{\sum_{i=1}^J c_i}_{\text{Zwangsbedingungen der Gelenke}} \\
 &= m(N-1-J) + \sum_{i=1}^J f_i, \tag{1.2}
 \end{aligned}$$

*unter der Voraussetzung, dass die Zwangsbedingungen der Gelenke unabhängig voneinander sind.*

Diese Formel entspricht damit (1.1) angewendet auf kinematische Ketten wie sie in Abschnitt 1.1.2 beschrieben wurden. Im Folgenden wird die Formel von Grübler anhand von drei Beispielen veranschaulicht.

#### *Beispiel 1.1 (Drei kinematische Ketten).*

**Vier-Balken-Kette** Die Vier-Balken-Kette ist in Abbildung 1.3a dargestellt und besteht aus vier Rotationsgelenken und vier Balken, wobei einer der Balken dem inertialfesten Boden entspricht. Es handelt sich um einen zweidimensionalen Mechanismus, daher gilt  $m = 3$ . Weiters ist  $J = 4$ ,  $N = 4$  und  $f_i = 1$  für  $i = 1, \dots, 4$  und die Formel von Grübler (1.2) liefert  $n = 1$ , also einen Freiheitsgrad.

**Schieber–Kurbel-Mechanismus** Abbildung 1.3b zeigt einen Schieber–Kurbel-Me-

chanismus, welcher aus zwei Balken, dem Schieber und dem inertialfesten Boden besteht, es ist daher wieder  $N = 4$ . Der Mechanismus weist  $J = 4$  Gelenke mit jeweils  $f_i = 1$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) auf, nämlich drei Rotationsgelenke und ein Schubgelenk. Durch die Formel von Grübler (1.2) folgt die Anzahl der Freiheitsgrade des Mechanismus  $n = 1$ .

**Delta-Roboter** Der Delta-Roboter, schematisch skizziert in Abbildung 1.3c, hat eine starre Plattform (oben) und eine bewegte Plattform (unten), welche durch drei Arme mit Parallelkinematik verbunden sind. Jeder Arm besteht aus drei Rotationsgelenken, vier Kugelgelenken und fünf Gliedern. Zusammen mit den beiden Plattformen weist dieser Mechanismus also  $N = 17$  Glieder und  $J = 21$  Gelenke auf. Nach der Formel von Grübler (1.2) hat dieser Mechanismus  $n = 15$  Freiheitsgrade. Dabei rufen aber nur drei Freiheitsgrade eine Bewegung in der mobilen Plattform hervor, nämlich die Translationen in die drei Raumrichtungen. Durch die Anordnung der Parallelkinematik als Parallelogramme in den drei Armen wird eine Rotation der mobilen Plattform verhindert und diese bleibt stets parallel zur starren Plattform. Die verbleibenden zwölf Freiheitsgrade sind Drehungen aller Stäbe in den Parallelogrammen um die jeweils eigene Längsachse. Werden statt den Kugelgelenken (S) mit  $f_i = 3$  lediglich Kardangelenke (U) mit  $f_i = 2$  verwendet, so entfallen diese zwölf Freiheitsgrade und es ergeben sich  $n = 3$  Freiheitsgrade für den gesamten Delta-Roboter.

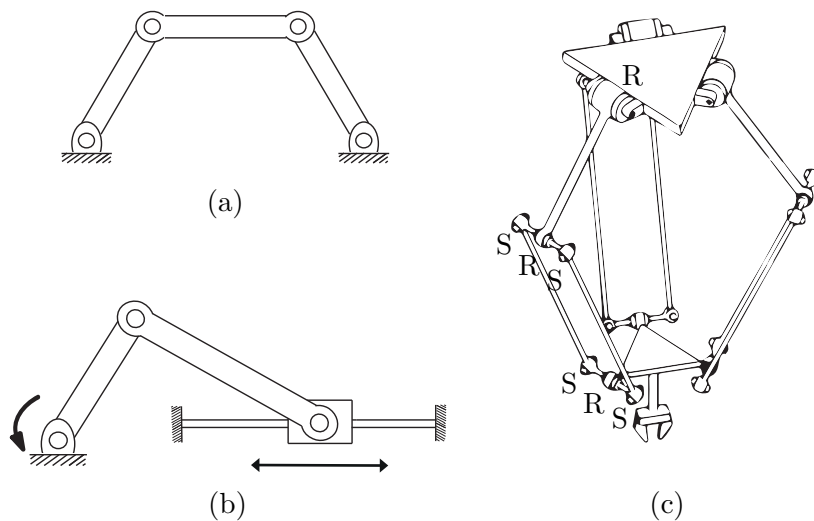


Abbildung 1.3: Beispiele für kinematische Ketten [2.1]: (a) Vier-Balken-Kette (der inertialfeste Boden ist einer der Balken), (b) Schieber-Kurbel-Mechanismus, (c) Delta-Roboter.

## 1.2 Kinematische Räume

Ein Roboter mit serieller Kinematik weist am letzten Glied meist einen standardisierten Flansch auf, an den ein sogenannter *Endeffektor* – beispielsweise ein Werkzeug oder ein Greifer – montiert wird. Mit dem Endeffektor interagiert der Roboter mit seiner Umgebung. Bei vielen Endeffektoren kann ein sogenannter *Werkzeugzentrumspunkt* (engl. Tool Center Point, TCP) angegeben werden, welcher einen ausgezeichneten Punkt samt zugehöriger Orientierung am Werkzeug angibt, z. B. der Greifpunkt an einem Greifer oder der Schweißpunkt eines Schweißwerkzeuges. Der Werkzeugzentrumspunkt enthält zwar das Wort „Punkt“ im Namen, wird aber im Allgemeinen als Pose (siehe Abschnitt 1.1) relativ zum Roboterflansch charakterisiert.

Die Bewegung des Roboters bzw. des Endeffektors wird in unterschiedlichen kinematischen Räumen beschrieben, nämlich dem *Konfigurationsraum* und dem *Arbeitsraum*. Die mathematische Verbindung zwischen diesen beiden Räumen wird durch die *Vorwärtskinematik* und die *inverse Kinematik* hergestellt.

### 1.2.1 Konfigurationsraum

Zunächst werden die beiden Begriffe *Konfiguration* (engl. *Configuration*) und *Konfigurationsraum* (engl. *Configuration Space*, C-Space) formal definiert.

**Definition 1.1.** Die *Konfiguration* eines Roboters spezifiziert die räumliche Lage sämtlicher Körper des Roboters. Eine Konfiguration wird durch die  $n$  reellwertigen Koordinaten der Freiheitsgrade beschrieben.

Die Menge aller Konfigurationen, die ein Roboter einnehmen kann, wird als *Konfigurationsraum* bezeichnet und ist  $n$ -dimensional. Jede Konfiguration wird durch einen Punkt im Konfigurationsraum repräsentiert.

Die Dimension des Konfigurationsraumes entspricht also genau der Anzahl an Freiheitsgraden  $n$  des Robotersystems.

### 1.2.2 Arbeitsraum

Der Arbeitsraum (engl. *Task Space*) dient der Beschreibung des Endeffektors bzw. des TCP, während sich der Konfigurationsraum auf die Beschreibung des gesamten Roboters mit all seinen Starrkörpern bezieht. Der Arbeitsraum hat im Folgenden die Dimension  $m$  und wird im Allgemeinen so gewählt, dass die Aufgabe des Roboters geeignet beschrieben werden kann. Beispielsweise für das Zeichnen mit einem Stift auf ein Blatt Papier ist  $m = 2$  ausreichend um die Position des Stiftes am Papier zu charakterisieren. Soll der Roboter mit einer Schneidklinge entlang einer Kontur auf dem Papier schneiden, so wird auch die Orientierung der Klinge und somit  $m = 3$  benötigt. Um einen Starrkörper mit einem Greifer im dreidimensionalen Raum zu manipulieren, sind alle Freiheitsgrade dieses Raums notwendig, also  $m = 6$ .

Der *Arbeitsbereich* (engl. *Work Space*) eines Roboters umfasst nun den gesamten Bereich, den der Roboter mit seinem Endeffektor bzw. TCP erreichen kann. Beispiele für Roboter mit serieller Kinematik mit deren Arbeitsbereichen sind in Abbildung 1.4 dargestellt.



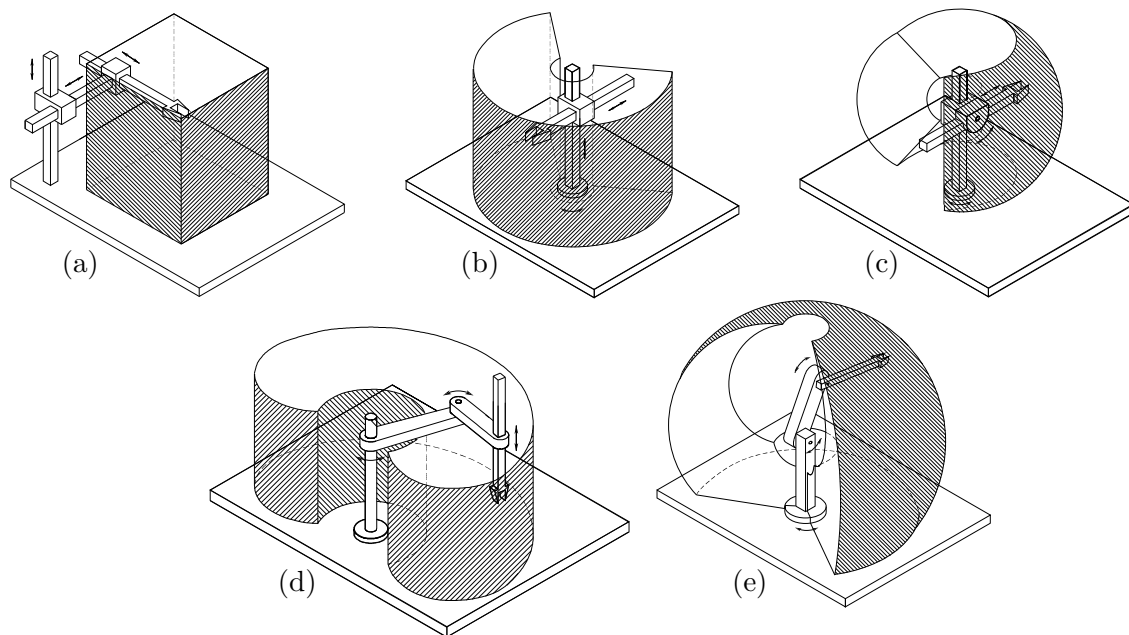


Abbildung 1.4: Beispiele für Roboter mit serieller Kinematik mit deren Arbeitsbereichen [2.2]: (a) Kartesischer Roboter (PPP-Roboter), (b) Roboter mit zylindrischem Arbeitsbereich (RPP-Roboter), (c) Roboter mit kugelförmigem Arbeitsbereich (RRP-Roboter), (d) SCARA-Roboter (Selective Compliance Assembly Robot Arm, RRP-Roboter), (e) Kinematik eines klassischen Industrieroboters mit drei Achsen (RRR-Roboter).

An dieser Stelle sei noch betont, dass sich der Arbeitsraum eines Roboters konzeptionell vom Konfigurationsraum unterscheidet: Ein Punkt im Arbeitsraum ist keine vollständige Spezifikation für die Konfiguration des Roboters. Auch für klassische Industrieroboter mit  $m = n = 6$  kann jede Pose im Arbeitsraum durch mehrere unterschiedliche Konfigurationen erreicht werden. Andererseits ist  $n \geq m$  erforderlich, damit jede gewünschte Pose des Endeffektors im Arbeitsraum erreicht werden kann.

Falls der Roboter mehr Freiheitsgrade besitzt als im Arbeitsraum benötigt, d.h.  $n > m$ , so nennt man den Roboter *kinematisch redundant*. Das bedeutet, dass der Roboter in einem  $n - m$  dimensionalen *Nullraum* des Konfigurationsraums Bewegungen durchführen kann, ohne dass sich die Pose des Endeffektors im Arbeitsraum ändert.

### 1.2.3 Vorwärtskinematik und inverse Kinematik

Mit der *Vorwärtskinematik* wird für eine  $n$ -dimensionale Roboterkonfiguration  $\mathbf{q}_n$  aus dem Konfigurationsraum die  $m$ -dimensionale Pose  $\mathbf{x}_e$  im Arbeitsraum des Endeffektors bzw. TCP berechnet, d. h.

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{f}(\mathbf{q}) \quad (1.3)$$

mit der (im Allgemeinen nichtlinearen) Funktion  $\mathbf{f}(\cdot)$ . Sie gibt also an, wie der Endeffektor  $\mathbf{x}_e$  im Arbeitsraum steht, wenn der Roboter eine bestimmte Konfiguration  $\mathbf{q}$  einnimmt. Analog wird die *inverse Kinematik* als *formale* Umkehrung von (1.3) in der Form

$$\mathbf{q} = \mathbf{f}^{-1}(\mathbf{x}_e) \quad (1.4)$$

eingeführt. Hier wird eine Pose  $\mathbf{x}_e$  für den Endeffektor vorgegeben und die zugehörige Roboterkonfiguration  $\mathbf{q}$  ermittelt. An dieser Stelle sei erwähnt, dass sowohl (1.3) als auch (1.4) im Allgemeinen nicht als geschlossene Funktion oder in analytischer Form angeschrieben werden können. Dies wird in Kapitel 2 näher beschrieben.

Die Lösbarkeit und Eindeutigkeit von (1.3) und (1.4) hängt von der Art der kinematischen Kette ab: Offene kinematische Ketten haben eine eindeutige und immer lösbare Vorwärtskinematik, während die inverse Kinematik nur für Punkte innerhalb des Arbeitsbereichs des Roboters lösbar ist und eine, mehrere oder unendlich viele Lösungen liefert. Andererseits ist die inverse Kinematik von geschlossenen Ketten (im Arbeitsraum) eindeutig lösbar, während die Vorwärtskinematik mehrere oder unendlich viele Lösungen hat.

Die inverse Kinematik von seriellen kinematischen Ketten kann auf zwei unterschiedliche Arten gelöst werden: analytisch und numerisch. Eine analytische inverse Kinematik kann nur für relativ einfache oder für spezielle kinematische Ketten formuliert werden. So gibt es beispielsweise eine analytische Lösung für die inverse Kinematik von klassischen 6-Achs-Industrierobotern und auch von kollaborativen 7-Achs-Robotern. Im Vergleich zu numerischen Lösungen sind analytische Ansätze sehr effizient, schnell und liefern meist alle möglichen Roboterkonfigurationen zu einer gegebenen Endeffektorpose. Auf der anderen Seite gewinnen numerische Algorithmen durch die heute verfügbare Rechenleistung zunehmend an Bedeutung. Dabei wird (1.4) als Nullstellensuche aufgefasst und mit iterativen Verfahren gelöst. Dies ist für beliebig komplexe Roboterkinematiken möglich. Allerdings zieht dies eine Reihe von Nachteilen mit sich: Iterative Algorithmen benötigen

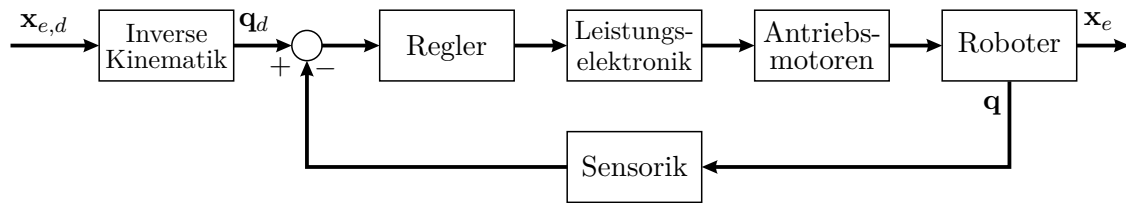


Abbildung 1.5: Regelung im Konfigurationsraum [2.2].

einen Startwert für die erste Iteration, es wird durch die Iterationen mehr Rechenzeit benötigt und die numerische Stabilität hängt von vielen Faktoren ab. Schließlich liefern solche Methoden nur eine einzelne Lösung pro Startwert.

## 1.3 Reglerstrukturen

Die Aufgabe der Regelkreise eines Roboters besteht darin, mit dem Endeffektor möglichst genau – in Zeit und Ort – eine gewünschte vorgegebene Bewegung auszuführen oder den Endeffektor auf eine bestimmte Pose im Raum zu stabilisieren. Als Stellgrößen stehen dabei typischerweise die Motormomente in den Antriebsmotoren der Gelenke zur Verfügung. Das heißt, dass die Regelungsaufgabe im Allgemeinen im Arbeitsraum spezifiziert wird, wohingegen deren Ausführung sowohl im Konfigurationsraum (engl. *Joint Space Control*) als auch im Arbeitsraum (engl. *Task Space Control*) erfolgen kann.

### 1.3.1 Regelung im Konfigurationsraum

Soll der Roboter eine Bewegung im Arbeitsraum  $\mathbf{x}_{e,d}(t)$  (Index  $d$  für *desired*) ausführen, so wird bei der Regelung im Konfigurationsraum zunächst die inverse Kinematik für jeden Punkt dieser Bewegung gelöst, um die zugehörigen Verläufe im Konfigurationsraum  $\mathbf{q}_d(t)$  zu erhalten. Dies ist in Abbildung 1.5 als Blockdiagramm dargestellt. Die Regelung selbst wird als geschlossener Regelkreis über die gemessenen Gelenkpositionen des Roboters  $\mathbf{q}$  entworfen. Der Nachteil dieser Methode besteht darin, dass die Endeffektorpose  $\mathbf{x}_e$  nur indirekt geregelt wird, da diese nicht direkt rückgekoppelt wird. Somit wirkt sich jeder Fehler der in der inversen Kinematik auftritt unmittelbar auf die Regelgüte aus.

Die Regelung im Konfigurationsraum kann nun *dezentral* oder *zentral* erfolgen. Bei der dezentralen Regelung wird jedes Gelenk des Roboters unabhängig voneinander geregelt und die Kopplungen der einzelnen Glieder des Roboters während der Roboterbewegung werden als Störung aufgefasst. Bei der zentralen Regelung werden die mechanischen Kopplungen und die Nichtlinearitäten des Roboters systematisch berücksichtigt.

### 1.3.2 Regelung im Arbeitsraum

Bei der *Regelung im Arbeitsraum* gemäß Abbildung 1.6 ist die Kinematik implizit in den Regelkreis eingebettet und es wird direkt auf die Endeffektorpose geregelt. Dazu müssen jedoch die Vorwärtskinematik (1.3) und deren Ableitungen bei der Auswertung des Stellgesetzes berechnet werden, welche in der Regel komplexe Ausdrücke sind. Die

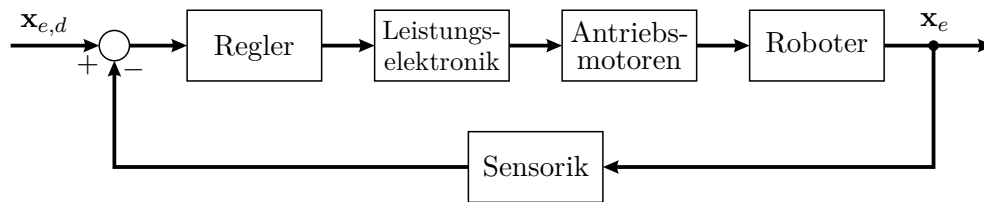


Abbildung 1.6: Regelung im Arbeitsraum [2.2].

Regelung im Arbeitsraum muss zwingend als zentraler Regler implementiert werden, da für die Berechnung der Vorwärtskinematik die Positionen aller Gelenke benötigt werden.

## 1.4 Literatur

- [2.1] K. M. Lynch und F. C. Park, *Modern Robotics: Mechanics, Planning, and Control*. Cambridge University Press, Cambridge, 2017. Adresse: <http://hades.mech.northwestern.edu/images/7/7f/MR.pdf>.
- [2.2] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani und G. Oriolo, *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer, London, 2009.

