ISSN 1562 - 2703

INTERNATIONAL JOURNAL AUTOMATION AUSTRIA

Heft 1 im Jahrgang 19 (2011)

Inhalt *Seite*

SCOPE

"International Journal Automation Austria" (IJAA) publishes top quality, peer reviewed papers in all areas of automatic control concerning continuous and discrete processes and production systems.

Only original papers will be considered. No paper published previously in another journal, transaction or book will be accepted. Material published in workshops or symposia proceedings will be considered. In such a case the author is responsible for obtaining the necessary copyright releases. In all cases, the author must obtain the necessary copyright releases before preparing a submission. Papers are solicited in both theory and applications

Before preparing submissions, please visit our instructions to authors (see back cover) or web page.

International Journal Automation Austria also is the official executive authority for publications of IFAC-Beirat Österreich.

Imprint: Propagation of Automatic Control in Theory and Practice.

Frequency: Aperiodically, usually twice a year.
Publisher: IFAC-Beirat Österreich, Peter Kopacek, Alexander Weinmann
Editors in Chief: Alexander Weinmann, Peter Kopacek

Address: 1) Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik (E376), TU Wien,
A-1040 Wien, Gußhausstrasse 27-29, Austria
Phone: +43 1 58801 37677, FAX: +43 1 58801 37699
email: danzinger@acin.tuwien.ac.at
Homepage: http://www.acin.tuwien.ac.at/publikationen/ijaa/

2) Intelligente Handhabungs- und Robotertechnik (E325/A6), TU-Wien,
A-1040 Wien, Favoritenstrasse 9-11, Austria
email: e318@ihrt.tuwien.ac.at

Layout: Rainer Danzinger
Printing: Grafisches Zentrum an der TU Wien

Steuerbarkeitsmaße für lineare zeitinvariante Systeme - Ein Überblick

S. Moschik, N. Dourdoumas
Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik, TU Graz
sonja.moschik@tugraz.at

In den vergangenen 50 Jahren wurde eine Vielzahl unterschiedlicher Maßzahlen zur Quantifizierung der Begriffe Steuer- und Beobachtbarkeit eingeführt. Die Analyse der einzelnen Maße ist durchaus lohnenswert und liefert einen tieferen Einblick in diese Systemeigenschaften. Für ein besseres Verständnis der Begriffe und derer Maße erscheint es sinnvoll, die einzelnen Maße geeignet zu klassifizieren. Dadurch erhält man einen größeren Überblick, und die Maße können so von einem globalen Blickwinkel aus betrachtet werden.

1 Motivation

Die Begriffe Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit sind von fundamentaler Bedeutung bei der Analyse und Synthese zeitkontinuierlicher linearer zeitinvarianter Systeme (LZI-Systeme)

$$(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C}):\quad \begin{array}{rcl} \frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{dt}} &=& \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \qquad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y} &=& \mathbf{C}\mathbf{x} \end{array} \tag{1}$$

mit $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{nxn}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{nxm}$ und $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{pxn}$. Für die Probleme Polvorgabe, Minimalrealisierung und Entwurf optimaler Systeme ist die Steuer- bzw. Beobachtbarkeit Voraussetzung für die Existenz der Lösung. Ist ein System steuerbar, dann existiert eine Eingangsfunktion $\mathbf{u}$ derart, dass ausgehend von einem *beliebigen* Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ ein beliebiger Endzustand in *endlicher* Zeit erreicht werden kann. Ist ein System beobachtbar, so kann der *unbekannte* Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ auf Grund des Verlaufs der Aus- und Eingangsgrößen $\mathbf{y}$ und $\mathbf{u}$ in einem *endlichen* Zeitintervall ermittelt werden.
Mit Hilfe des Begriffes Dualität zweier LZI-Systeme existiert zwischen der Steuer- und der Beobachtbarkeit folgender Zusammenhang: Das System $(\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C})$ ist genau dann steuerbar (beobachtbar), wenn das duale System $(-\mathbf{A}^T,\mathbf{C}^T,\mathbf{B}^T)$ beobachtbar (steuerbar) ist. Aus diesem Grund wird in diesem Artikel meist nur die Steuerbarkeit behandelt.
Die Steuerbarkeit ist eine binäre Eigenschaft, d.h. ein System ist entweder steuerbar oder nicht steuerbar. Diese Information kann durch eine Reihe von einfach anzuwendenden algebraischen Kriterien erhalten werden. Diese Kriterien liefern damit im Allgemeinen nur eine Ja-Nein Aussage. Durch die Einführung eines Steuerbarkeitsmaßes kann ein tieferer Einblick in diese Systemeigenschaft gewonnen werden. Hierbei sind folgende Aussagen von Bedeutung:

Theorem 1 (LEE und MARKUS [16]) *Sei* $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ *ein steuerbares System. Dann existiert eine Konstante* δ *derart, dass jedes System* $(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}})$ *mit der Eigenschaft*

$$||\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}|| < \delta \quad \textit{und} \quad ||\mathbf{B} - \hat{\mathbf{B}}|| < \delta$$

ebenfalls steuerbar ist. Umgekehrt, falls ein System $(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}})$ *nicht steuerbar ist, so existiert zu jeder positiven Konstante* ϵ *ein steuerbares System* $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ *mit der Eigenschaft*

$$||\mathbf{A} - \tilde{\mathbf{A}}|| < \epsilon \quad \textit{und} \quad ||\mathbf{B} - \tilde{\mathbf{B}}|| < \epsilon\,.$$

Der erste Teil des Theorems sagt aus, dass um jedes steuerbare System eine Umgebung existiert, in welcher sich ausschließlich steuerbare Systeme befinden. Im zweiten Teil kann der Parameter ϵ beliebig klein gewählt werden. Dadurch besagen diese Ungleichungen, dass sich beliebig nahe bei einem nicht steuerbaren System ein steuerbares befindet. Dies bedeutet, dass die Menge der steuerbaren LZI-Systeme offen und dicht ist bzw. dass in der Menge der LZI-Systeme nur an singulären Punkten nicht steuerbare Systeme existieren. Mit anderen Worten, die Steuerbarkeit ist eine generische Eigenschaft. Man kann somit sagen, dass ein System im „Normfall“ steuerbar ist.
Um die steuerbaren LZI-Systeme einer genaueren Untersuchung zu unterziehen, ist eine Quantifizierung dieser Systeme sinnvoll.

Ein anderer Grund für die Einführung einer Maßzahl ist die Tatsache, dass die einfach strukturierten Kriterien nach KALMAN bzw. HAUTUS bei der numerischen Auswertung in manchen Fällen falsche Aussagen liefern.
Nach KALMAN gilt, dass ein System $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ genau dann steuerbar ist, wenn die rechteckige $(n, n+m)$ Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_u = [\mathbf{B}, \mathbf{A}\mathbf{B}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \ldots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] \tag{2}$$

den Rang n hat. Nach HAUTUS ist das System $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ genau dann steuerbar, wenn die rechteckige $(n, n+m)$-Matrix

$$\mathbf{H}_u = [\lambda\mathbf{E} - \mathbf{A}, \mathbf{B}] \tag{3}$$

für alle Eigenwerte $\lambda = \lambda_k$ $(k = 1, \ldots, n)$ der Matrix $\mathbf{A}$ den Rang n hat. Sowohl für das KALMAN- als auch für das HAUTUS-Kriterium ist die Rangbestimmung einer Matrix notwendig. Deren numerische Bestimmung erfolgt am zuverlässigsten durch eine Singulärwertzerlegung der Matrix, da die Singulärwerte nicht sehr empfindlich auf Änderungen der Einträge der Matrix reagieren [23]. Trotzdem kann die Rangbestimmung im Rahmen der numerischen Ermittlung fehlerhaft ausfallen. Dies geschieht vor allem dann, wenn sich die Größenordnungen der Elemente der Matrix $\mathbf{S}_u$ bzw. $\mathbf{H}_u$ stark unterscheiden. Gerade bei Systemen höherer Ordnung kann durch das notwendige Potenzieren der Matrix $\mathbf{A}$ mit großen Exponenten dieser Fall bei der Rangbestimmung von $\mathbf{S}_u$ eintreten. Beim Kriterium nach HAUTUS entsteht ein weiteres Problem. Die Eigenschaft schlecht konditionierter Eigenwerte erklärt, warum die numerische Überprüfung der Steuerbarkeit mit Hilfe des HAUTUS-Kriteriums zu falschen Ergebnissen führen kann. Numerisch stabile Algorithmen zur Bestimmung der Eigenwerte λ_k einer Matrix $\mathbf{A}$ liefern eigentlich die Eigenwerte $\tilde{\lambda}_k$ einer in der Nähe liegenden Matrix $\tilde{\mathbf{A}}$. Diese können sich im Falle schlecht konditionierter Eigenwerte stark von den tatsächlichen unterscheiden. Angenommen, der benutzte Algorithmus liefert auf Grund numerischer Fehler die „falschen“ Eigenwerte $\tilde{\lambda}_k$, wird zur Überprüfung der Steuerbarkeit der Rang von $[\tilde{\lambda}_k\mathbf{E}-\mathbf{A},\mathbf{B}]$ berechnet. Dieser kann sich vom Rang der Matrix $[\lambda_k\mathbf{E}-\mathbf{A},\mathbf{B}]$ unterscheiden! Auf die bei der Auswertung von Steuerbarkeitskriterien auftretenden numerischen Schwierigkeiten (Rang- sowie Eigenwertbestimmung) wird z.B. in [23] ausführlich eingegangen.

Bei der Formulierung eines Maßes, welches die Steuerbarkeit geeignet quantifiziert, geht es um die Aussage, wie „gut“ bzw. „schlecht“ ein System oder eine Zustandsvariable steuerbar ist. Bei der Definition eines Maßes stellt sich die zentrale Frage, wie die Begriffe „gut“ bzw. „schlecht“ steuerbar zu verstehen und wie diese qualitativen Begriffe in die Sprache der Mathematik zu übersetzen sind. Hierfür gibt es mehrere Möglichkeiten. Jede dieser Definitionen hat durchaus ihre Berechtigung und wurde in den meisten Fällen aus einer bestimmten Anwendung heraus motiviert. Die mathematische Untersuchung der Vor- und Nachteile der einzelnen Definitionen und deren Vergleich bringen nützliche und lehrreiche Einblicke in das „Wesen der Steuerbarkeit“. Eine zu sehr in die Details eingehende Analyse kann dazu führen, den Blick für das Wesentliche zu verlieren. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit die verschiedenen Maßdefinitionen in Klassen zusammengefasst, um eine globale Analyse zu ermöglichen. D.h. durch geeignete Zusammenfassung der Definitionen können gemeinsame Vor- und Nachteile untersucht werden. Die unterschiedlichen Interpretationen für die Begriffe „gut“ bzw. „schlecht“ steuerbar liefern eine natürliche Klassifizierung zur Einordnung der Definitionen. Dadurch kann der Vergleich der Maßzahlen direkt an der Wurzel gepackt werden, indem man sich auf die eigentliche Definition konzentriert. In Abschnitt 2 werden die Eigenschaften der verschiedenen Definitionsklassen untersucht sowie ihre Aussagen über die Steuerbarkeit näher betrachtet. Ein anderer, etwas pragmatischerer Blickwinkel für eine globale Analyse ist jener aus der Sicht der Anwendung. In Abschnitt 3 wird gezeigt, dass sich in diesem Fall die Auswahl der Maßklasse fast automatisch ergibt.

2 Steuerbarkeitsmaße im Überblick

Die Definitionen der verschiedenen Maßzahlen lassen sich in drei Klassen einteilen: *Modalmaß*, *Energiemaß* und *Distanzmaß*. Diese prinzipiell unterschiedlichen Ansätze werden im Folgenden kurz erläutert und einer mathematischen Untersuchung unterzogen. Es wird auf die generelle Aussage der Definition über die Steuerbarkeit eingegangen und es werden Stärken und Schwächen der Definitionsklassen aufgezeigt. Weiters wird auf die Berechung der Maße kurz eingegangen, da ein Maß nur dann sinnvoll benutzt werden kann, wenn dieses für einen konkreten Fall auch tatsächlich einen korrekten Wert liefert.

2.1 Modalmaß

Die Modalform erhält man aus Gleichung (1) durch die Zustandstransformation

$$\mathbf{x}=[\mathbf{x}_{R1},\mathbf{x}_{R2},\ldots,\mathbf{x}_{Rn}]\mathbf{z}=\mathbf{X}_R\mathbf{z}\ .$$

Die Spalten der Matrix $\mathbf{X}_R$ entsprechen Rechts-Eigenvektoren $\mathbf{x}_{Rk}$ der Matrix $\mathbf{A}$. Unter der Voraussetzung, dass die (n,n)-Matrix $\mathbf{A}$ verschiedene Eigenwerte λ_k $(k = 1,\dots,n)$ besitzt, sind zugehörige Eigenvektoren linear unabhängig und die Transformationsmatrix $\mathbf{X}_R$ regulär. Mit der Bezeichnung

$$\mathbf{X}_R^{-1} = \mathbf{X}_L,$$

wobei die Zeilen von $\mathbf{X}_L$ Links-Eigenvektoren $\mathbf{x}_{Lk}$ der Matrix $\mathbf{A}$ entsprechen, erhält man das modaltransformierte System

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{z}}{dt} &= \mathbf{X}_L\mathbf{A}\mathbf{X}_R\mathbf{z} + \mathbf{X}_L\mathbf{B}\mathbf{u} =: \hat{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{X}_R\mathbf{z} =: \hat{\mathbf{C}}\mathbf{z}\,. \end{aligned} \tag{4}$$

Die Systemmatrix $\hat{\mathbf{A}}$ liegt nun in Diagonalform vor[1]:

$$\mathbf{X}_L\mathbf{A}\mathbf{X}_R = \hat{\mathbf{A}} = \mathrm{diag}(\lambda_k) = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Die Ein- und Ausgangsmatrizen des transformierten Systems erhält man durch folgende Beziehungen:

$$\mathbf{X}_L\mathbf{B} = \hat{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}}_1^T \\ \hat{\mathbf{b}}_2^T \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{b}}_n^T \end{bmatrix} \qquad \text{und} \qquad \mathbf{C}\mathbf{X}_R = \hat{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{c}}_1 & \hat{\mathbf{c}}_2 & \dots & \hat{\mathbf{c}}_n \end{bmatrix}.$$

Diese Transformation führt zu einem entkoppelten System mit n Differentialgleichungen der Form

$$\frac{dz_k}{dt} = \lambda_k z_k + \hat{\mathbf{b}}_k^T\mathbf{u} \tag{5}$$

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^{n} \hat{\mathbf{c}}_k z_k\,. \tag{6}$$

Der Einfluss der Zeilen $\hat{\mathbf{b}}_k^T$ der Eingangsmatrix $\hat{\mathbf{B}}$ auf die Steuerbarkeit (Beeinflussbarkeit) der entsprechenden Teilsysteme ist nun direkt sichtbar. Die Modalmaße zur Quantifizierung der Steuerbarkeit beruhen auf der Idee, dass kleine Einträge in den entsprechenden Zeilen $\hat{\mathbf{b}}_k^T$ der Matrix $\hat{\mathbf{B}}$ auf eine „schlecht" steuerbare Zustandsvariable hinweisen.
Betrachtet man die Ausgangsgleichung des entkoppelten Systems, so erkennt man den Einfluss der Ausgangsmatrix $\hat{\mathbf{C}}$ auf die Ausgangsgröße y. Analog kann nun für die

[1] Die Systemmatrizen $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ und $\hat{\mathbf{C}}$ können nun komplexwertig sein. Hierbei sind zwangsläufig gewisse Einträge konjugiert komplex!

Beobachtbarkeit die Aussage getroffen werden, dass kleine Einträge in den entsprechenden Spalten $\hat{\mathbf{c}}_k$ auf eine „schlecht" beobachtbare Zustandsvariable hinweisen. Da in diesem Fall Aussagen im sogenannten Modalraum getroffen werden, wird in der Literatur oft von der Steuer- bzw. Beobachtbarkeit eines Eigenwertes oder einer Eigenbewegung gesprochen.

In der Vergangenheit wurden unter Benutzung der Zeilen von $\hat{\mathbf{B}}$ unterschiedliche Maßzahlen zur Bewertung der Steuerbarkeit definiert[1] (siehe [13, 15, 18]):

$$\begin{array}{ll} \text{i)} & \sqrt{\hat{\mathbf{b}}_k^H \hat{\mathbf{b}}_k} \\ \text{ii)} & \dfrac{\hat{\mathbf{b}}_k^H \hat{\mathbf{b}}_k}{\mathbf{x}_{Lk}^H \mathbf{x}_{Lk}} \\ \text{iii)} & \dfrac{\hat{\mathbf{b}}_k^H \hat{\mathbf{b}}_k}{\mathbf{x}_{Lk}^H \mathbf{x}_{Lk}} e^{-2\mathrm{Re}\{\lambda_k\}} \ . \end{array}$$

Hierbei wird eine Normierung der Zeilen der Eingangsmatrix $\hat{\mathbf{B}}$ vorgenommen und in iii) zusätzlich ein Gewichtungsterm eingeführt, der eine unterschiedliche Bewertung der vorliegenden Eigenwerte bewirkt.

Weitere in diese Klasse einzuordnende Maße sind jene, die das Produkt aus den Elementen der transformierten Ein- und Ausgangsmatrix $\hat{\mathbf{B}}$ und $\hat{\mathbf{C}}$ benutzen. Betrachtet man die Übertragungsmatrix $\mathbf{G}_k(s)$ eines entkoppelten Teilsystems

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{s-\lambda_k} \begin{bmatrix} \hat{c}_{1k}\hat{b}_{k1} & \dots & \hat{c}_{1k}\hat{b}_{km} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{c}_{pk}\hat{b}_{k1} & \dots & \hat{c}_{pk}\hat{b}_{km} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_k(s)} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix} \tag{7}$$

mit dem Eigenwert λ_k, so wird ersichtlich, dass für die Steuer- *und* Beobachtbarkeit das Produkt $h_{ij} := \hat{c}_{ik}\hat{b}_{kj}$ von Bedeutung ist.

Wird die Matrix $\mathbf{G}_k$ zur Nullmatrix, dann ist dieses Teilsystem entweder nicht steuerbar und/oder nicht beobachtbar. Wenn eine Spalte $\hat{\mathbf{c}}_k\hat{b}_{kj}$ dieser Matrix dem Nullvektor entspricht, hat die zugehörige Eingangsgröße u_j keinen Einfluss auf die Ausgangsgrößen. Enthält die Matrix $\mathbf{G}_k$ eine Nullzeile $\hat{\mathbf{b}}_k^T\hat{c}_{jk}$, dann enthält die zugehörige Ausgangsgröße y_j keinerlei Information. Das heißt, es existiert eine Minimalrealisierung mit einer Ordnung kleiner als n. Neben der Maßdefinition $h_{ij} = \hat{c}_{ik}\hat{b}_{kj}$ ergeben sich durch leichte Modifikation weitere Definitionen für eine verkoppelte Beurteilung der Steuer- und Beobachtbarkeit (siehe [11, 17, 18]):

$$\begin{array}{ll} \text{i)} & |h_{ij}| \\ \text{ii)} & \dfrac{h_{ij}}{\lambda_k} \\ \text{iii)} & \max_{i=1}^{p}\left(\max_{j=1}^{m}\left|\dfrac{h_{ij}}{\lambda_k}\right|\right) \\ \text{iv)} & \displaystyle\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{m}\left|\frac{h_{ij}}{\lambda_k}\right| \ . \end{array}$$

[1]Der Vektor $\mathbf{b}^H$ bezeichnet den konjugiert-transponierten Vektor zu $\mathbf{b}$.

Unter der Annahme eines asymptotisch stabilen Systems und konstanter Eingangsgrößen prägen die normierten Größen den Grenzwert für $t \to \infty$ der Ausgangsgröße.
Diese Definitionsklasse zeichnet sich durch einfache Berechenbarkeit aus, besitzt aber auch Schwächen: Sie beschränkt sich auf diagonalisierbare Systemmatrizen $\mathbf{A}$. Dadurch ergeben sich Unstetigkeitsstellen in den Maßen. Bei einigen Maßdefinitionen ergeben sich weitere Unstetigkeiten auf Grund der Normierung durch den Eigenwert. Untersuchungen haben gezeigt, dass die Maße in der Nähe dieser Unstetigkeitstellen i.A. sehr hohe Werte annehmen, was fälschlicherweise als „gute Steuerbarkeit“ interpretiert werden kann [22].
Da diese Definitionen nur die Eingangsmatrix $\hat{\mathbf{B}}$ berücksichtigen, zeigen die Maße einen Steuerbarkeitsverlust auf Grund innerer Verkopplungen, hervorgerufen durch mehrfache Eigenwerte, nicht an.
Durch die Betrachtung im Modalraum ist i.A. eine Zuordnung zu den ursprünglichen (physikalischen) Zustandsvariablen nicht möglich.
Da Eigenvektoren einer Matrix nicht eindeutig sind, ist auch die Modalform eines Systems nicht eindeutig. Es ist wünschenswert, dass die Maßzahlen unabhängig von der Transformation in die Modalform das gleiche Ergebnis liefern. Bei einigen Maßen wird das durch die Normierung mit den entsprechenden Spalten der Matrix $\mathbf{X}_L$ erreicht. Die oben angeführten Maße zur Bewertung der Steuer- *und* Beobachtbarkeit sind unabhängig von der Mehrdeutigkeit der Eigenvektoren, da die in Gleichung (7) angeführte Matrix $\mathbf{G}_k(s)$ eine Systeminvariante ist.

2.2 Energiemaß

Eine weitere Möglichkeit ergibt sich, indem man einen Zustand $\mathbf{x}_1$ besser steuerbar als einen Zustand $\mathbf{x}_2$ nennt, wenn für dessen Überführung nach $\mathbf{0}$ weniger Steuerenergie notwendig ist. Hierbei wird die Steuerenergie im festen Zeitintervall $[0,\ t_1]$ durch

$$W(t_1, \mathbf{u}) = \int_0^{t_1} \mathbf{u}^T(\tau)\mathbf{u}(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{8}$$

definiert. Mit der Wahl

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{B}^T e^{-\mathbf{A}^T t}\mathbf{Q}_S^{-1}(t_1)\mathbf{x}_0 \tag{9}$$

unter Verwendung der sogenannten GRAMschen Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{Q}_S(t_1) := \int_0^{t_1} e^{-\mathbf{A}\tau}\mathbf{B}\mathbf{B}^T e^{-\mathbf{A}^T\tau}\mathrm{d}\tau \tag{10}$$

kann der beliebige Anfangszustand $\mathbf{x}_0$ eines steuerbaren Systems mit der minimalen Energie

$$W_S(t_1, \mathbf{x}_0) := \min_{\mathbf{u}}\{W(t_1, \mathbf{u})\} = \mathbf{x}_0^T\mathbf{Q}_S^{-1}(t_1)\mathbf{x}_0$$

in den Zustand $\mathbf{0}$ überführt werden. Diese Relation zeigt den Einfluss der GRAMschen Matrix auf die notwendige Energie und somit auch auf die Steuerbarkeit. Die Menge aller Zustände, die bei vorgegebenem Wert W_S in den Ursprung überführt werden können, entspricht einem Hyperellipsoid im Zustandsraum. Für die Einführung einer

Maßzahl eignet sich die Benutzung der Determinante sowie der Spur von $\mathbf{Q}_S^{-1}$ (siehe [12, 19]). Die Determinante gibt Auskunft über das Volumen eines Hyperellipsoids

$$\text{Volumen}\left\{\mathbf{x}_0^T\mathbf{Q}_S^{-1}(t_1)\mathbf{x}_0 = 1\right\} \sim \sqrt{\det\mathbf{Q}_S^{-1}(t_1)}\ .$$

In diesem liegen Anfangszustände, die mit einer bestimmten minimalen Energie nach Null gebracht werden können. Die Spur gibt den Mittelwert der minimal notwendigen Steuerenergie an, um Anfangswerte, die der Beziehung $||\mathbf{x}_0|| = 1$ genügen, nach Null zu überführen. Die auf diesen Zusammenhängen beruhenden Definitionen beurteilen nicht einzelne Eigenbewegungen, sondern bewerten das System als Ganzes.
Eine weitere Möglichkeit bietet die Benutzung einzelner Elemente der Inversen GRAMschen Matrix (siehe [1, 2]). Sie erlauben die Bewertung einzelner Zustandsvariablen x_1, $x_2, \ldots, x_n$. Für den Fall $W_S = 1$ ergibt sich als Maß für die Steuerbarkeit der Zustandsvariablen x_k der Abstand zwischen Koordinatenursprung und dem Schnittpunkt des Ellipsoids mit der positiven x_k-Achse. Er ist durch

$$m_k = 1/\sqrt{(\mathbf{Q}_S^{-1})_{kk}}$$

gegeben. Hierbei symbolisiert $(\mathbf{Q}_S^{-1})_{kk}$ das k-te Diagonalelement der Matrix $\mathbf{Q}_S^{-1}$. Diese direkte Bewertung einer Zustandsvariablen erleichtert in vielen Fällen eine physikalische Interpretation.

Durch genaues Betrachten dieser Definitionsklasse erkennt man, dass die Stabilität des Systems einen Einfluss auf das Steuerbarkeitsmaß hat. Liegt z.B. ein asymptotisch stabiles System vor, so wird bei konstantem Endzeitpunkt t_1 das Maß größer, je weiter die Eigenwerte des Systems von der imaginären Achse entfernt sind. Der Grund hierfür ist, dass je „stabiler“ ein Eigenwert, desto schneller wird deren Anfangzustand $\mathbf{x}_0$ in den Ursprung überführt. Somit ist die über den Eingang $\mathbf{u}$ zugeführte Energie klein. Dieser Effekt verstärkt sich, je größer t_1 gewählt wird. Die Verkopplung zwischen Steuerbarkeit und Stabilität kommt daher, dass man in dieser Definitionsklasse die minimale Energie betrachtet, die benötigt wird, um einen Anfangszustand *in den Ursprung* zu überführen. Bei der Definition der Steuerbarkeit wird jedoch die Überführbarkeit eines Anfangszustandes in jeden beliebigen Endzustand gefordert. Je nach Lage von Anfangs- und Endzustand kann auch ein instabiler Eigenwert dazu beitragen, dass die benötigte minimale Energie klein ist. Dies wird von diesen Maßen nicht berücksichtigt. Diese Maße bewerten, genau genommen, nicht die Steuerbarkeit, sondern die „Steuerbarkeit in den Ursprung“.
Die Berechnung der Maße ist im Vergleich zu den Modalmaßen etwas aufwendiger, da die Inverse der GRAMschen Matrix berechnet werden muss. In [2] wird für die Berechnung die Modalform benutzt, da für diese Systeme die GRAMsche Matrix analytisch angegeben werden kann. Damit ergibt sich aber der Nachteil, dass die Berechnung nur für diagonalisierbare Systemmatrizen möglich ist. Im Unterschied zu den Modalmaßen beschränkt sich nicht die Definition an sich auf diese Systemklasse, sondern diese Einschränkung wird durch die Berechnung hervorgerufen. Aus diesem Grund wurde in [25] eine für alle LZI-Systeme benutzbare Berechnungsmethode entwickelt. Hierbei wird für die Berechnung der GRAMschen Matrix der Reihenansatz für die Transitionsmatrix verwendet.

In der Definitionsgleichung der GRAMschen Matrix (10) ist der Parameter t_1 frei wählbar, womit sich die Frage nach einer sinnvollen Wahl stellt. Wird t_1 sehr klein gewählt, werden „schnelle“ Eigenwerte (betragsmäßig große Eigenwerte) bzw. sehr groß gewählt, werden „langsame“ Eigenwerte (betragsmäßig kleine Eigenwerte) stärker gewichtet. Ist t_1 groß, so haben auch die langsamen Eigenwerte „Zeit, ihren Beitrag zur Überführung des Anfangszustandes“ zu leisten.
Für ein asymptotisch stabiles System wird das Steuerbarkeitsmaß mit größer werdendem t_1 zunehmen, da das System mehr Zeit hat, ohne äußere Einwirkung in den Ursprung zu gelangen. Dadurch ist die benötigte minimale Energie klein. Daraus lässt sich folgendes erkennen: Wählt man t_1 zu klein, geht die Abhängigkeit der Eigendynamik des Systems verloren. Wählt man die Zeit t_1 hingegen zu groß, so führt dies zu einer Überbewertung der Dynamik, und der Einfluss der Eingangsverstärkung verschwindet. In der Literatur [2] wurde als mögliche Wahl für t_1 die dominante Zeitkonstante des betrachteten Systems gewählt. Soll das Maß beim Reglerentwurf verwendet werden, so erscheint es zweckmäßig, t_1 gleich der gewünschten Einschwingzeit zu wählen. Eine weitere Möglichkeit zur Wahl der Zeit t_1 wird in [25] vorgestellt, die diesen Freiheitsgrad für eine numerisch möglichst günstige Berechnung der GRAMschen Matrix ausnützt. Mit dieser Wahl können i.A. numerische Fehler bei der Berechnung der Maßzahlen vermieden werden.

2.3 Distanzmaß

Eine mathematisch orientierte Möglichkeit für eine Maßdefinition ist die Folgende:

$$\mu(\mathbf{A},\mathbf{B}) = \min_{\delta\mathbf{A}\in\mathbb{C}^{nxn},\delta\mathbf{B}\in\mathbb{C}^{nxm}} \{\|[\delta\mathbf{A},\delta\mathbf{B}]\| : (\mathbf{A}+\delta\mathbf{A},\mathbf{B}+\delta\mathbf{B}) \quad \text{nicht steuerbar}\} \,. \tag{11}$$

Hierbei benutzen wir die Spektralnorm einer (rechteckigen) Matrix

$$\|\mathbf{M}\| := \sqrt{\lambda_{\max}(\mathbf{M}^H\mathbf{M})} = \sigma_{\max}(\mathbf{M}),$$

die dem größten Singulärwert der Matrix $\mathbf{M}$ entspricht. Das in der Einleitung angeführte Theorem nach LEE und MARKUS liefert eine schöne Interpretation der Größe $\mu(\mathbf{A},\mathbf{B})$. Sie entspricht dem kleinsten Abstand zu einem nicht steuerbaren System, weshalb diese Größe als Distanzmaß bezeichnet wird. Ist dieser Abstand zu einem nicht steuerbaren System klein, wird das System als schlecht steuerbar bezeichnet.
Dieses Maß kann aber auch anders interpretiert werden: In Gleichung (11) wird nach einer Störung $[\delta\mathbf{A},\delta\mathbf{B}]$ mit der kleinstmöglichen Norm gesucht, die das System $(\mathbf{A},\mathbf{B})$ nicht steuerbar macht. Ist diese Norm klein, ist nur eine kleine Störung notwendig, um zu einem nicht steuerbaren System $(\mathbf{A}+\delta\mathbf{A},\mathbf{B}+\delta\mathbf{B})$ zu führen. In diesem Fall wird das System $(\mathbf{A},\mathbf{B})$ als schlecht steuerbar bezeichnet.

Auch hier wird die Steuerbarkeit des Systems und nicht die der einzelnen Zustandsvariablen bewertet. Aus systemtheoretischer Sicht erscheint die Definition des Distanzmaßes gegenüber den beiden anderen Definitionsklassen am besten geeignet. Die Definition gilt für alle LZI-Systeme. Die Aussage über die Güte der Steuerbarkeit wird nicht durch andere Systemeigenschaften wie z.B. Stabilität verzerrt.

Im Vergleich zu den anderen Maßdefinitionen ist die Definition des Distanzmaßes mathematisch deutlich anspruchsvoller.
Bei der Definitionsgleichung (11) handelt es sich um ein nicht glattes, nicht konvexes, nichtlineares Optimierungsproblem mit $n^2 + nm$ freien Parametern. Es wurden eine Reihe von Arbeiten veröffentlicht, die sich mit der Bestimmung des Distanzmaßes beschäftigen. Einige Autoren versuchen, direkt eine Lösung für das durch EISING etwas einfacher formulierte Optimierungsproblem (11) zu finden. EISING hat in [6, 7] gezeigt, dass (11) folgender Formulierung

$$\mu(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \inf_{s \in \mathbb{C}} \{\sigma_{\min}([s\mathbf{E} - \mathbf{A}, \mathbf{B}])\} =: \inf_{s \in \mathbb{C}} \{\sigma(s)\} \tag{12}$$

äquivalent ist. Hierbei sind s eine beliebige komplexe Zahl und $\sigma_{\min}(\mathbf{M})$ der kleinste Singulärwert der Matrix $\mathbf{M}$. Diese Gleichung beschreibt ein Optimierungsproblem mit dem freien Parameter s. Somit erhält man unabhängig von der Systemordnung ein Problem mit zwei reellen Optimierungsparametern: dem Real- und dem Imaginärteil von s. Kernstück der Suche nach der Lösung ist für einige Ermittlungsalgorithmen der sogenannte Test von GU [8, 9]. Dieser gibt für zwei beliebig vorgegebene positive Zahlen δ_1 und δ_2 eine Relation zwischen dem Distanzmaß μ und den beiden Werten δ_1 und δ_2 an:

$$\mu \leq \delta_1 \quad \text{oder} \quad \mu > \delta_2 \, .$$

GUs Test kann auf zwei verschiedene Weisen genutzt werden, um die Lösung von (12) zu ermitteln. Eine Möglichkeit ist die direkte Suche nach dem globalen Minimum. Hierfür werden eine obere und eine untere Schranke je nach Ausgang von GUs Test sukzessive angepasst.
Eine weitere Möglichkeit besteht darin, die Minima von $\sigma(s)$ durch geeignete Suchverfahren zu ermitteln (siehe z.B. [26]). Hierbei wird mit Hilfe von GUs Test bestimmt, ob es sich um ein lokales oder um das globale Minimum handelt (siehe [5, 8, 9]). Die numerische Abschätzung liefert i.A. genaue und zuverlässige Ergebnisse. Die Berechnungsdauer ist allerdings verhältnismäßig groß.
Schnellere, aber i.A. weniger genaue Methoden zur Bestimmung von Schranken für das Distanzmaß μ ohne Verwendung von GUs Test, benutzen kanonische Formen wie z.B. die kanonische Form nach KRONECKER [3], eine Art KALMAN-Zerlegung [4] oder die Stufenform bzw. HESSENBERG-Form [27] sowie die Störungstheorie [3, 10].
Trotz der mathematisch schwierigen Definition kann ein Einblick in das Verhalten der Steuerbarkeit auch auf analytische Weise erhalten werden. Durch einfache Abschätzungen ergibt sich beispielsweise für Systeme in Modalform, dass für die Steuerbarkeit sowohl die Eingangsmatrix $\mathbf{B}$ als auch der Abstand zwischen den Eigenwerten der Systemmatrix $\mathbf{A}$ entscheidend sind. Sind die Elemente von $\mathbf{B}$ oder der Abstand zwischen den Eigenwerten klein, so führt dies zu einem kleinen Wert μ. Hierdurch wird angezeigt, dass die Steuerbarkeit des Systems schlecht ist [20].

3 Aus der Sicht der Anwendung

Wie bereits in der Einleitung erwähnt, ergibt sich die Wahl der Definitionsklasse direkt aus der Anwendung. Für die Anwendung ist die grundsätzliche Eigenschaft, ob die Steuerbarkeit des Gesamtsystems oder der einzelnen Zustandsvariablen bewertet werden soll, entscheidend.

Betrachtet man z.B. das Problem der Platzierung von Aktoren und Sensoren, eignet sich das Energiemaß m_k nach BENNINGER [2] besonders gut, da einzelne Zustandsvariablen bewertet werden. Somit kann die Aussage getroffen werden, welche Zustandsvariablen gemessen werden müssen, um eine hinreichend gute Beobachtbarkeit zu erreichen.

Für Probleme der Ordnungsreduktion werden meist Modalmaße benutzt, da diese die Dominanz der Eigenbewegungen bewerten. Sie ermöglichen, die Ordnung eines komplexen Systems durch Vernachlässigung der Systemteile mit dem geringsten Einfluss auf das Gesamtsystem zu reduzieren.

Maße, welche die Steuerbarkeit des Gesamtsystems bewerten, können z.B. folgendermaßen eingesetzt werden: Da die numerische Bestimmung der Steuerbarkeit mit Hilfe der Kriterien nach KALMAN oder HAUTUS in manchen Fällen zu fehlerhaften Ergebnissen führt, kann das Distanzmaß für eine zuverlässige Bestimmung der Steuerbarkeit benutzt werden. PAIGE führt in [23] die Schranke μ_0 ein, welche sich aus Unsicherheiten der Systemmatrizen und aus einer Schranke für die zu erwartenden numerischen Fehler bei der Berechnung von μ zusammensetzt. Ist das berechnete Distanzmaß μ größer als der ermittelte Wert μ_0, dann ist das System mit Sicherheit steuerbar. Anderenfalls kann keine zuverlässige Aussage über die Steuerbarkeit des Systems gemacht werden.

Mit Hilfe der Maße kann ebenfalls eine Aussage über die Empfindlichkeit des Systems auf Grund von Parameterungenauigkeiten getroffen werden. D.h. wenn das (nicht exakt) modellierte System beispielsweise schlecht steuerbar ist, ist zu erwarten, dass das reale System auf Grund von Parametertoleranzen oder -schwankungen nicht steuerbar ist.

Auch für die Wahl bzw. die Bewertung eines Arbeitspunktes eines nichtlinearen Systems können die Maße hilfreich sein. Wird ein nichtlineares System

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

um einen Arbeitspunkt $(\mathbf{x}_R, \mathbf{u}_R)$ linearisiert, um einen linearen Zustandsregler zu entwerfen, so entsteht ein lineares System, dessen Steuerbarkeitsgüte mit Hilfe der Maße bewertet werden kann. Wird ein guter Arbeitspunkt dadurch definiert, dass das linearisierte System gut steuerbar ist, kann somit mittels der Maße die Qualität des Arbeitspunktes bewertet werden.

Die Kriterien für die Steuer- bzw. Erreichbarkeit von zeitdiskreten Systemen stimmen weitestgehend mit denen für zeitkontinuierliche Systeme überein, weshalb die eingeführten Maße auch auf diese Systeme angewendet werden können. Dadurch ergibt sich die gleiche Auswertung der Maße für diskrete Systeme. Eine mögliche Anwendung für das Distanzmaß in diesem Bereich ist die Wahl der Abtastzeit für zeitdiskretisierte Systeme. Abgesehen von physikalischen Einschränkungen gibt es für die Abtastzeit (Diskretisierungszeit) T_d eine von KALMAN formulierte Bedingung:

Theorem 2 *Ein zeitdiskretes System*

$$\boldsymbol{\xi}_{i+1} = e^{\mathbf{A}T_d}\boldsymbol{\xi}_i + \left(\int_0^{T_d} e^{\mathbf{A}\tau}\mathbf{B}\mathrm{d}\tau\right)\mathbf{u}_i \qquad \eta_i = \mathbf{C}\boldsymbol{\xi}_i,$$

das aus einem steuerbaren und zeitkontinuierlichen System (1) entstanden ist, ist steuerbar, wenn gilt: Für alle Eigenwerte

$$\lambda_\mu = \sigma + j\omega_\mu \quad \textit{und} \quad \lambda_\nu = \sigma + j\omega_\nu$$

der Matrix $\mathbf{A}$ *mit gleichem Realteil erfüllt die Abtastzeit* T_d *die Ungleichung:*

$$(\omega_\mu - \omega_\nu)T_d \neq \pm k2\pi \qquad \textit{mit } k = 1, 2, \dots \ . \tag{13}$$

Für einen skalaren Eingang u ($m = 1$) ist obige Bedingung notwendig und hinreichend. Handelt es sich um eine vektorielle Eingangsgröße $\mathbf{u}$ ($m > 1$), ist obiger Satz nur hinreichend [24].
Aus diesem Theorem ist ersichtlich, dass die Abtastzeit einen Einfluß auf die Steuerbarkeit hat. Untersuchungen zeigen, dass die Güte der Steuerbarkeit von der Abtastzeit T_d, von der zur Beurteilung der Steuerbarkeit verwendeten Maßzahl, aber auch von der Diskretisierungsmethode abhängig ist. Mit Hilfe der Maße kann die Abtastzeit nun so gewählt werden, dass das diskretisierte System bestmöglich steuerbar ist [21].

4 Beispiel

Auf Grund der Vielfältigkeit der Maße kann man nicht anhand eines einzelnen Beispiels alle hier angeführten Anwendungen und Eigenschaften der Maße demonstrieren. Um eine Vorstellung einer möglichen Anwendung zu erhalten, wird hier repräsentativ auf das Problem der Fehlerdetektion mit Hilfe eines Energiemaßes eingegangen.
Durch die Fehlerdetektion können in einem Prozess auftretende Fehler erkannt werden. Hierfür wird ein geeignetes Modell erstellt, welches aus den Ein- und Ausgangsgrößen die benötigten Zustandsgrößen schätzt. Diese geschätzten Größen werden mit den tatsächlich gemessenen Größen verglichen. Die im Fehlerfall auftretenden Abweichungen werden für die Fehlerdetektion genutzt.
In diesem Beispiel wird nun gezeigt, wo Sensoren platziert bzw. welche Zustandsvariablen gemessen werden müssen, um die auftretenden Fehler detektieren zu können. Diese Fragestellung wird z.B. in [14] mittels komplizierter Algorithmen beantwortet. Die Verwendung eines Energiemaßes für die einzelnen Zustandsvariablen bietet eine Möglichkeit, schnell und einfach zu einer Lösung zu kommen. Die Fehlerdetektion mittels des Energiemaßes beruht auf der Idee, dass ein Fehler nur dann erkannt werden kann, wenn er auf mindestens eine gemessene Zustandsvariable wirkt. Die Aufgabe besteht nun darin, diejenigen zu messenden Zustandsvariablen auszuwählen, auf welche jeder Fehler wirksam ist. Hierfür werden die Fehler als Eingangsgrößen betrachtet, wodurch man folgende Systemdarstellung erhält:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{x}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_f\mathbf{f} \quad \text{mit} \quad \mathbf{f} := [f_1, \dots, f_l]^T.$$

Hierbei steht l für die Anzahl der möglichen Fehler. Anhand des in [14] behandelten Beispiels wird nun die Vorgehensweise erläutert. Gegeben seien die Systemmatrizen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{B}_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Durch Betrachten des Steuerbarkeitsmaßes m_k für jede Spalte von $\mathbf{B}_f$ (d.h. für die Systeme $(\mathbf{A},\ \mathbf{b}_1)$, $(\mathbf{A},\ \mathbf{b}_2)$ und $(\mathbf{A},\ \mathbf{b}_3)$) wird ersichtlich, welche Zustandsvariablen vom jeweiligem Fehler beeinflusst werden. Für obiges Beispiel sind die ermittelten Maße in nachfolgender Tabelle dargestellt.

Tabelle 1: Fehlerdiagnose mit Steuerbarkeitsmaß m

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Summe
$(\mathbf{A}, \mathbf{b}_1)$	0,0536	0,1138	0,4891	0	0	0,6565
$(\mathbf{A}, \mathbf{b}_2)$	0,0498	0,1045	0	0,5183	0	0,6726
$(\mathbf{A}, \mathbf{b}_3)$	0,0031	0,0027	0,0175	0,0029	0,2803	0,3065
Summe	0,1065	0,2210	0,5066	0,5212	0,2803	

Aus dieser Tabelle lässt sich leicht ermitteln, dass jeder der drei Fehler die Zustandsvariable x_1 und x_2 beeinflusst. D.h. misst man eine der beiden Variablen, so kann jeder Fehler detektiert werden. Auch das Messen der Zustandsvariablen x_3 und x_4 führt zur Detektierbarkeit aller Fehler. Damit ergeben sich als mögliche Messungen $\{x_1\}$, $\{x_2\}$ und $\{x_3, x_4\}$.
Somit kommt man für das Problem der Fehlerdetektion mit dieser Methode schnell und einfach zu einer Lösung. Weiters bieten die Maße einen tieferen Einblick in das Systemverhalten, d.h. es kann festgestellt werden, welcher Fehler welches Teilsystem wie stark beeinflusst. Dadurch können die Maße noch zusätzlich bei der Auswahl aus den möglichen Messungen helfen: Die in der Tabelle berechnete Summe der Steuerbarkeitsmaße für jede Zustandsvariable zeigt, dass sich die Fehler am stärksten auf die Zustandsvariablen x_3 und x_4 auswirken. Dieses Ergebnis spricht für die Wahl der möglichen Messung $\{x_3, x_4\}$.

5 Zusammenfassung

In vorliegender Arbeit wurden unterschiedliche Maßdefinitionen in Klassen eingeteilt, um einen besseren Überblick zu erhalten und die Analyse zu erleichtern. Die Klassen unterscheiden sich prinzipiell durch die Aussage über die Steuerbarkeit. Natürlich hat jede Klasse Vor- und Nachteile bezüglich der numerischen Ermittlung, des Einflusses anderer Systemeigenschaften oder der eingeschränkten Anwendbarkeit auf bestimmte Systemklassen. Erwartet man jedoch durch den Vergleich dieser Klassen eine Antwort auf die Frage, welches die best geeignete Definition sei, so gibt es dafür keine eindeutige Antwort. Betrachtet man die Definitionsklassen aus systemtheoretischer Sicht, ist das Distanzmaß das geeignetste. Aus Sicht der Praxis ist die Wahl der Definitionsklasse abhängig von der Anwendung. Die hier durchgeführte Analyse ermöglicht dem Anwender ein Verständnis für das verwendete Maß.

Literatur

[1] BENNINGER, N. ; RIVOIR, J.: Ein neues konsistentes Maß zur Beurteilung der Steuerbarkeit in linearen, zeitinvarianten Systemen. In: *Automatisierungstechnik* 34 (1986)

[2] BENNINGER, N. F.: *Analyse und Synthese linearer Systeme mit Hilfe neuer Strukturmaße*. VDI Verlag, 1987

[3] BOLEY, D. L.: Estimating Distance to Uncontrollability - Upper and Lower Bounds. In: *Signal Processing, Scattering and Operator Theory, and Numerical Methods, MTNS-89* (1990), S. 373–380

[4] BOLEY, D. L. ; LU, W.S.: Measuring How Far a Controllable System is from an Uncontrollable One. In: *IEEE Transactions on Automatic Control* AC-31 (1986), S. 249–251

[5] BURKE, J. V. ; LEWIS, A. S. ; OVERTON, M. L.: Pseudospectral Components and the Distance to Uncontrollability. In: *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 26 (2005), Nr. 2, S. 350 – 361

[6] EISING, R.: Between controllable and uncontrollable. In: *System and Control Letters* 4 (1984), S. 263–264

[7] EISING, R.: The distance between a system and the set of uncontrollable systems. In: BEER-SHEVA, ed. P. A. F. P. A. Fuhrmann (Hrsg.): *Proceedings of the Mathematical Theory of Networks and Systems*. London : Springer-Verlag, 1984, S. 303–314

[8] GU, M.: New Methods for Estimating the Distance to Uncontrollability. In: *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 21 (2000), Nr. 3, S. 989–1003

[9] GU, M. ; MENGI, E. ; OVERTON, M.L. ; XIA, J. ; ZHU, J.: Fast Methods for Estimating the Distance to Uncontrollability. In: *SIAM J. Matrix Anal. Appl.* 28 (2006), Nr. 2, S. 477–502

[10] HE, C.: Estimating the distance to uncontrollability: a fast method and a slow one. In: *Syst. Control Lett.* 26 (1995), Nr. 4, S. 275–281

[11] HIPPE, P.: Ein modales Regelbarkeitsmaß für lineare, zeitinvariante dynamische Systeme. In: *Regelungstechnik* 30 (1982), Nr. 3, S. 96 – 101

[12] KALMAN, R. E. ; HO, Y.C. ; NARENDRA, K. S.: Controllability of Linear Dynamical Systems. In: *Contributions to Differential Equations* 1 (1963), Nr. 2, S. 189 – 213

[13] KONNO, Atsushi ; UCHIYAMA, Masaru ; KITO, Yutaka ; MURAKAMI, Mahito: Configuration-Dependent Controllability of Flexible Manipulators. In: *ISER*, 1993, S. 531–544

[14] KRYSANDER, M. ; FRISK, E.: Sensor placement for fault diagnosis. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systems and Humans* 38 (2008), S. 1398 – 1410

[15] LÜCKEL, J. ; MÜLLER, P. C.: Analyse von Steuerbarkeits-, Beobachtbarkeits- und Störbarkeitsstrukturen linearer, zeitinvarianter Systeme. In: *Regelungstechnik* 23 (1975), S. 163 – 171

[16] LEE, E.B. ; MARKUS, L.: *Foundations of Optimal Control Theory*. John Wiley & Sons, 1967 (The SIAM Series in Applied Mathematics)

[17] LITZ, L.: Berechnung stabilisierender Ausgangsvektorrückführungen über Polempfindlichkeiten. In: *Regelungstechnik* 29 (1981), Nr. 12, S. 434 – 440

[18] LITZ, L.: Modale Maße für Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit, Regelbarkeit und Dominanz - Zusammenhänge, Schwachstellen, neue Wege. In: *Regelungstechnik* 31 (1983), Nr. 5, S. 148 – 158

[19] MÜLLER, P. C. ; WEBER, H. I.: Analysis and Optimization of Certain Qualities of Controllability and Observability for Linear Dynamical Systems. In: *Automatica* 8 (1972), S. 237–246

[20] MOSCHIK, S.: *Berechnung des Distanzmaßes für lineare zeitinvariante Systeme*. 2008. – Interner Bericht - TU Graz, Institut für Regelungstechnik

[21] MOSCHIK, S.: *Anwendung der Steuerbarkeitsmaße auf zeitdiskrete Systeme*. 2009. – Interner Bericht - TU Graz, Institut für Regelungstechnik

[22] MOSCHIK, S. ; DOURDOUMAS, N.: Steuerbarkeitsmaße für lineare zeitinvariante Systeme - Eine kritische Studie. In: *15. Steirisches Seminar über Regelungstechnik und Prozessautomatisierung*, 2007, S. 3 – 21

[23] PAIGE, C.C.: Properties of numerical algorithms related to computing controllability. In: *IEEE Trans. Autom. Control* 26 (1981), Nr. 1, S. 130 – 138

[24] SONTAG, E.D.: *Mathematical Control Theory*. Springer-Verlag, 1990

[25] STADLER, M.: *Berechnung des Steuerbarkeitsmaßes nach Benninger*. 2009. – Projektarbeit - TU Graz, Institut für Regelungstechnik

[26] STOER, J.: *Numerische Mathematik 1*. 8. Auflage. Springer Verlag, 1999

[27] VAN DOOREN, P.M. ; GALLIVAN, K.A.: *State Space Analysis*. Vorlesungsunterlagen, 2006

Ein einfacher modellbasierter Ansatz zur Regelung der stationären Verdampfung organischer Halbleiter im Hochvakuum

Martin Steinberger*, Martin Horn‡, Alexander Fian◇, Georg Jakopic◇

* Institut für Regelungs- und Automatisierungstechnik
Technische Universität Graz
Kopernikusgasse 24, A-8010 Graz
e-mail: martin.steinberger@tugraz.at

‡ Institut für Intelligente Systemtechnologien
Lehrstuhl für Mess- und Regelungssysteme
Alpen-Adria Universität Klagenfurt
Universitätsstraße 65-67, A-9020 Klagenfurt

◇ Institut für Oberflächentechnologien und Photonik
Joanneum Research Forschungsgesellschaft mbH
Franz-Pichler-Straße 30, A-8160 Weiz

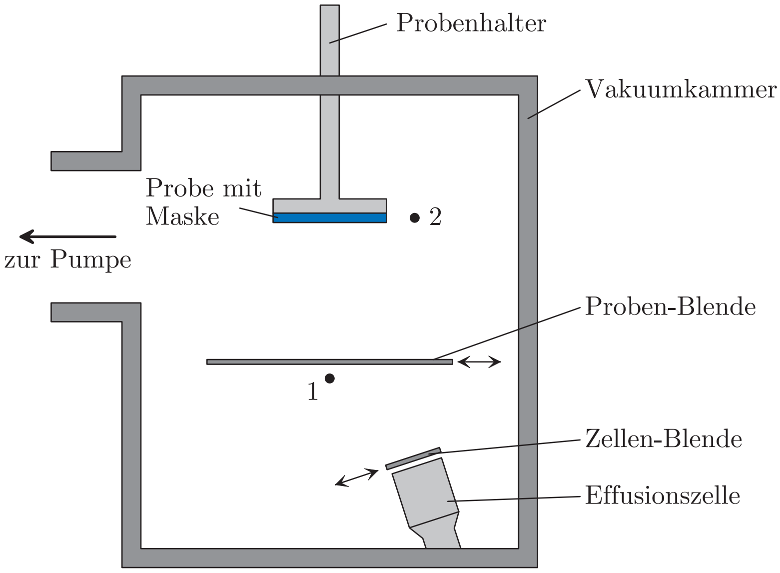
Kurzfassung

Die Fertigung organischer elektronischer Bauelemente basiert hauptsächlich auf der thermischen Verdampfung von organischen Halbleitermaterialien im Hochvakuum. Maßgeblich für die Qualität der hergestellten Schichten mit einer Dicke von nur wenigen Nanometern ist die so genannte Aufdampfrate, das ist die zeitliche Änderung der Schichtdicke während des Aufdampfprozesses. Im vorliegenden Beitrag wird zunächst ein einfaches mathematisches Modell des stationären Verdampfungsprozesses abgeleitet. Danach wird ein nichtlineares Konzept zur Regelung der Aufdampfrate vorgestellt, welches an einer realen Anlage implementiert wurde. Abschließend wird die Leistungsfähigkeit des entworfenen Regelkreises an Hand experimenteller Ergebnisse erläutert und diskutiert.

1 Einleitung

Bei der Herstellung von organischen Bauelementen wie z.B. Leuchtdioden (OLEDs), Dünnfilmtransistoren (OTFTs) und Solarzellen werden die aktiven Schichten meist durch thermisches Verdampfen im Hochvakuum aufgebracht. Die am häufigsten verwendete Anordnung des Verdampfers ist die Effusionszelle, bei der sich das pulverförmige Verdampfungsmaterial in einem Tiegel befindet, welcher mit einer Widerstandsheizung erwärmt wird, siehe Abbildung 1(b). Typische Temperaturen liegen im Bereich zwischen $100°C$ und $500°C$.

Ist die Tiegeltemperatur ausreichend hoch, so verdampft das Material und verlässt bei geöffneter Zellen-Blende die Effusionszelle, siehe Abbildung 1(a). Am Messpunkt 1 wird die aktuelle Verdampfungsrate erfasst. Dies geschieht mit Hilfe einer Schwingquarz-Mikrowaage, bei der die Massenänderung durch das Bedampfen in



(a) Funktionsprinzip

(b) Effusionszelle

Abbildung 1: Verdampfungsanlage

einer Änderung der Eigenschwingfrequenz des Quarzes resultiert. Wird die Proben-Blende geöffnet, so gelangt das Verdampfungsmaterial zur Probe und bildet dort die gewünschte Schicht aus. Eine Strukturierung kann über eine Schattenmaske, aber auch durch Photolithographie erfolgen. Auf Grund der geringen Anzahl der Restgasteilchen im Hochvakuum erfolgt die Ausbreitung der verdampfenden Teilchen nahezu geradlinig.

Die Aufdampfrate stellt hierbei neben der Probentemperatur *die* wesentliche Einflussgröße für die Qualität der entstehenden Schichten dar [8, 10]. Bei der Herstellung von Schichten *vorgegebener* Dicke (10 bis 100 Nanometer) ist somit eine *vorgegebene* Aufdampfrate (0.03 bis 4 Angström pro Sekunde) möglichst gut einzuhalten.

In den meisten Fällen erfolgt diese Aufdampfratenregelung manuell, d.h. zur Erreichung der gewünschten Aufdampfrate wird die Tiegeltemperatur vom Anlagenbenutzer händisch verstellt. Dieser Vorgang ist äußerst zeitintensiv (Dauer bis zu zwei Stunden!) und darüber hinaus fehlerträchtig. Für die Verdampfung metallischer Materialien wurde der Einsatz von PID-Reglern vorgeschlagen [3, 7]. Bei der Anwendung auf organische Materialien erweist sich allerdings die Ermittlung geeigneter Reglerparameter als äußerst schwierig. Die Reglerauslegung erfolgt auf experimenteller Basis und ist zudem stark materialabhängig, eine systematische Vorgangsweise ist hierbei nicht erkennbar.

Der in dieser Arbeit vorgeschlagene modellbasierte Ansatz zielt darauf ab, die oben erwähnten Probleme bei der Aufdampfratenregelung *systematisch* zu beseitigen. Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: Abschnitt 2 befasst sich mit der mathematischen Modellierung des stationären Aufdampfprozesses. In Abschnitt 3 wird ein einfaches nichtlineares Regelgesetz vorgestellt, das auf der Kompensation der Streckennichtlinearität beruht. Experimentelle Ergebnisse werden in Abschnitt 4 vorgestellt, Abschnitt 5 fasst die gewonnenen Erkenntnisse zusammen.

2 Modellbildung

Abbildung 2 zeigt das Blockschaltbild der Regelstrecke mit der temperaturgeregelten Effusionszelle, dem Übertragungsweg zwischen Zelle und Probe sowie dem Schichtenwachstum an der Probe. Die Stellgröße ist die Verdampfungstemperatur T_V, die Regelgröße ist die Aufdampfrate R. Das Ziel der Modellbildung besteht dar-

Abbildung 2: Blockschaltbild der Regelstrecke

in, einen möglichst einfachen, physikalisch motivierten Zusammenhang zwischen der Stellgröße T_V und der Regelgröße R zu finden. Da die gewünschte Aufdampfrate üblicherweise während des gesamten Herstellungsprozesses konstant ist, kann von stationären Verhältnissen ausgegangen werden.

Im folgenden Abschnitt 2.1 werden die physikalischen Grundlagen der stationären Verdampfung erläutert. In Abschnitt 2.2 wird ein einfaches Streckenmodell vorgestellt, dessen Parameter in Abschnitt 2.3 identifiziert werden.

2.1 Physikalische Grundlagen

Gemäß dem Harte-Kugel-Modell [6] der kinetischen Gastheorie besitzt jedes Gasteilchen in einem abgeschlossenen Volumen V die gleiche Ausdehnung, die sich auch bei einem Stoß mit der Behälterwand oder einem anderen Teilchen nicht verändert. Nach Maxwell und Boltzmann [6] stellt sich im Volumen eine definierte Geschwindigkeitsverteilung der Teilchen ein, wobei für die mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{c} = \sqrt{\frac{8\,k\,T}{\pi\,m_T}} \tag{1}$$

gilt. Hierbei stellt k die Boltzmann-Konstante, T die thermodynamische Temperatur (in Kelvin) und m_T die Teilchenmasse dar. In Abhängigkeit dieser mittleren Geschwindigkeit und der Teilchendichte n kann die Flächenstoßrate (Wandstromdichte)

$$j_A = \frac{N}{A\,t} = \frac{n\,\bar{c}}{4} \tag{2}$$

angegeben werden, die der Anzahl der Wandstöße N pro Wandfläche A und Zeit t entspricht [6].

Befindet sich nicht nur die gasförmige, sondern auch die kondensierte Phase des Aufdampfgutes im abgeschlossenen Raum, so wird nach hinreichend langer Zeit ein stationäres Gleichgewicht zwischen verdampfenden Teilchen und wieder kondensierenden Teilchen erreicht. Die Teilchenstromdichte j_K der kondensierenden Teilchen kann analog zu (2) ermittelt werden. Der im Gleichgewichtszustand herrschende Druck ist der so genannte Sättigungsdampfdruck p_S, die entsprechende Teilchendichte wird mit n_S bezeichnet. Unter Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeit σ_K, mit der ein Teilchen wieder kondensiert, ergibt sich somit

$$j_K = \sigma_K\,\frac{n_S\,\bar{c}}{4}\;. \tag{3}$$

Weiters stimmt im stationären Zustand die Teilchenstromdichte j_V der verdampfenden Teilchen mit j_K überein, d.h.

$$j_V = j_K \ . \tag{4}$$

Mit Hilfe der Zustandsgleichung idealer Gase

$$p_S = n_S \, k \, T \tag{5}$$

und Gleichung (1) folgt für die Verdampfungsstromdichte

$$j_V = \sigma_k \, \frac{p_S}{\sqrt{2\pi \, k \, m_T \, T_V}} \ , \tag{6}$$

wobei T_V die Verdampfungstemperatur darstellt. Herrscht in einer Vakuumkammer der Druck p, so kann die erzielte Netto-Verdampfungsrate j_N mit Hilfe der Beziehung von Hertz und Knudsen [4] ermittelt werden:

$$j_N = \sigma_k \, \frac{p_S - p}{\sqrt{2\pi \, k \, m_T \, T_V}} \tag{7}$$

Der Sättigungsdampfdruck p_S ist eine Funktion der Temperatur und Materialeigenschaften des Verdampfungsguts. Für seine zeitliche Änderung gilt gemäß der Clausius-Clapeyron-Gleichung

$$\frac{dp_S}{dt} = \frac{\Delta h}{\Delta v} \frac{1}{T_V} \ . \tag{8}$$

Unter den Annahmen

- Das spezifische Volumen Δv (Volumen pro Masse) sei im flüssigen bzw. festen Zustand gegenüber dem spezifischen Volumen in der Gasphase vernachlässigbar klein.
- Im gasförmigen Zustand sei das spezifische Volumen durch die spezifische Gaskonstante R_S und die ideale Zustandsgleichung

  $$p_S \, \Delta v = R_S \, T_V \tag{9}$$

  gegeben.
- Die spezifische Verdampfungswärme Δh sei unabhängig von der Temperatur.

kann p_S mit Hilfe der Formel

$$p_S = p_1 \, e^{\frac{\Delta h}{R_S} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_V} \right)} \tag{10}$$

berechnet werden. Hierbei wird vorausgesetzt, dass ein Punkt, charakterisiert durch die Temperatur T_1 und den Druck p_1, bekannt ist (z.B. Siedetemperatur T_{Siede} bei Normaldruck p_n).
Mit Hilfe der Relationen (7) und (10) kann die zeitliche Änderung der verdampfenden Masse

$$\frac{d\, m_V}{dt} = \sigma_k \, \frac{p_1 \, e^{\frac{\Delta h}{R_S} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_V} \right)} - p}{\sqrt{2\pi \, k \, m_T \, T_V}} \, m_T \, A \tag{11}$$

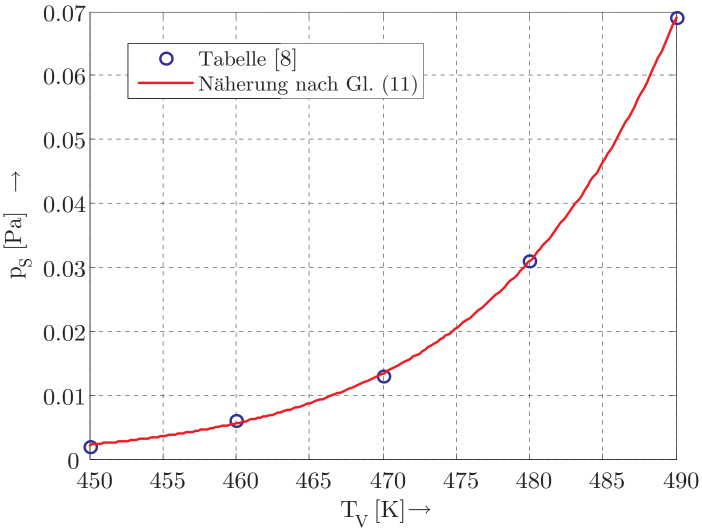


Abbildung 3: Dampfdruck von Pentazen

beschrieben werden, wobei A die Verdampfungsfläche repräsentiert. Wie Abbildung 3 verdeutlicht, kann mit Hilfe von Beziehung (10) die reale Dampfdruckkurve des verwendeten Materials (hier Pentazen $C_{22}H_{12}$ [9]) ausreichend genau nachgebildet werden. Zusätzlich liegt der Druck p in der Vakuumkammer im Bereich von 10^{-7} mbar (10^{-5} Pa) und ist hiermit gegenüber dem Sättigungsdampfdruck des Verdampfungsmaterials p_S vernachlässigbar.

Für eine punktförmige Verdampfungsquelle, die ihr Material in einen Halbraum verdampft, folgt mit Hilfe des aus der Optik bekannten Lambert'schen Kosinusgesetzes [1] der so genannte Massenbelag, also die Verteilung der Masse an der Probe. Die Überlagerung solcher Punktquellen an der tatsächlichen Verdampfungsoberfläche in der Effusionszelle bewirkt eine „Abplattung“ der Massenverteilung an der Probenoberfläche [4].

Die Asymmetrie der aufgedampften Schicht aufgrund der schrägen Anordnung der Effusionszelle (Abbildung 1(a)) wird durch eine Rotationsbewegung des Probenhalters während der Schichtherstellung eliminiert. Ellipsometrie-Messungen der Schichtdickenverteilung zeigen, dass eine maximale Schichtdickenabweichung von 2.5% über die gesamte Probe erreicht wird und somit im Bereich der Messunsicherheit liegt.

2.2 Modell der Regelstrecke

Unter der Annahme der Schichthomogenität folgt die Proportionalität zwischen der verdampfenden Masse m_V und dem Massenbelag $\bar{m}_P$, also

$$\bar{m}_P = \alpha\, m_V \ . \tag{12}$$

Während der Schichtherstellung kann der Massenbelag entlang der Probenoberfläche *nicht* gemessen werden, es steht nur der Massenbelag am Sensor 2 neben dem Probenhalter zur Verfügung, siehe Abbildung 1(a). Diese Diskrepanz wird durch einen experimentell ermittelten Anpassungsfaktor kompensiert. Weiters können Schichtdicke D und Aufdampfrate R gemäß

$$D = \frac{\bar{m}_P}{\rho}\ , \qquad \text{bzw.} \qquad R = \frac{d\,D}{dt} \tag{13}$$

berechnet werden. Hierbei wird eine konstante Dichte ρ und gleichförmiges Aufwachsen der Schichten angenommen.

Fasst man die Beziehungen (11) - (13) zusammen, so erhält man das mathematische Modell der Regelstrecke

$$R = \frac{c_1}{\rho} \frac{e^{-\frac{c_2}{T_V}}}{\sqrt{T_V}} \tag{14}$$

mit den konstanten Koeffizienten

$$c_1 = \alpha\ \sigma_k \frac{p_1\, e^{\frac{c_2}{T_1}}}{\sqrt{2\pi\, k\, m_T\, T_V}}\ m_T\, A \qquad \text{und} \qquad c_2 = \frac{\Delta h}{R_S}\ . \tag{15}$$

2.3 Parameteridentifikation

Zur Identifikation der Parameter c_1 und c_2 werden Versuche mit verschiedenen konstanten Verdampfungstemperaturen $T_{V,1}$ und $T_{V,2}$ durchgeführt und die Änderung der Schichtdicke

$$\frac{d\,D}{dt} = \frac{c_1}{\rho} \frac{e^{-\frac{c_2}{T_V}}}{\sqrt{T_V}} \tag{16}$$

betrachtet. Durch Integration über die Zeitintervalle $[0, t_1]$ bzw. $[0, t_2]$ folgt

$$\Delta D_i = D_i(t_i) - D_i(0) = \frac{c_1}{\rho} \frac{e^{-\frac{c_2}{T_{V,i}}}}{\sqrt{T_{V,i}}}\ t_i \qquad \text{mit} \qquad i = 1, 2\ . \tag{17}$$

Gilt darüber hinaus $t_1 = t_2$, so folgen aus dem Quotienten $\Delta D_1/\Delta D_2$ die Konstanten

$$c_1 = \frac{\Delta D_1}{t_1} \rho \sqrt{T_{V,1}} e^{-\frac{c_2}{T_{V,1}}} \qquad \text{und} \qquad c_2 = \frac{\ln\left(\frac{\Delta D_1 \sqrt{T_{V,1}}}{\Delta D_2 \sqrt{T_{V,2}}}\right)}{\frac{1}{T_{V,2}} - \frac{1}{T_{V,1}}}\ . \tag{18}$$

Die so ermittelten Parameter führen im stationären Zustand zu einer guten Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. In Abbildung 4 ist der zeitliche Verlauf der Aufdampfrate von Pentazen für einen stückweise konstanten Temperaturverlauf dargestellt.

3 Reglerentwurf

Im ersten Schritt des Reglerentwurfs wird die statische Nichtlinearität (14) durch ihre inverse Funktion kompensiert. Da dies analytisch nicht möglich ist, werden die Werte der inversen Funktion vorab numerisch berechnet und in einer Tabelle abgelegt.

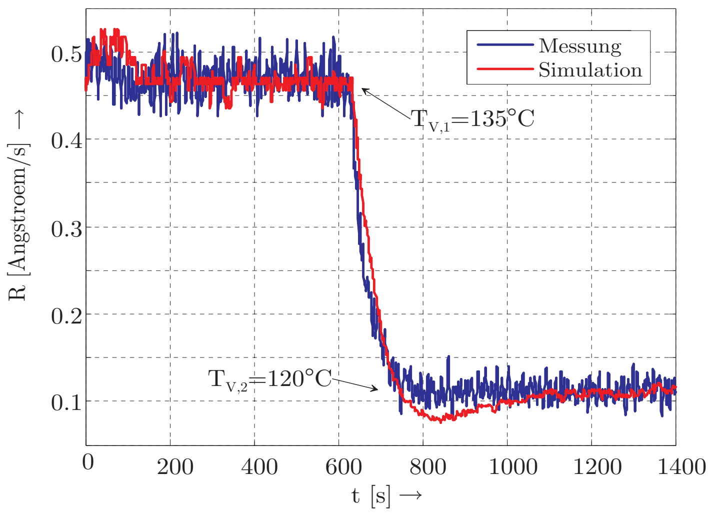


Abbildung 4: Vergleich Simulation/Messung

Die Hintereinanderschaltung von Kompensation und Strecke besitzt annähernd „ideales“ Übertragungsverhalten und ermöglicht somit den geradlinigen Entwurf eines linearen zeitinvarianten Reglers. Abbildung 5 zeigt den Abtastregelkreis, der an einer Versuchsanlage realisiert wurde.

Das dynamische Verhalten des Regelkreises soll einem System mit dominantem Polpaar [5] entsprechen, dessen Sprungantwort durch die Anstiegszeit $t_r \approx 500\,s$ und das prozentuale Überschwingen $\ddot{u} \approx 0\%$ charakterisiert ist. Für eine Abtastzeit $T_a = 5\,s$ ergibt sich aus obigen Spezifikationen eine gewünschte Führungsübertragungsfunktion

$$T(z) = \frac{3.39 \cdot 10^{-4}\,(z + 0.98)}{(z - 0.9785 + j0.0145)\,(z - 0.9785 - j0.0145)} \,. \tag{19}$$

Daraus kann unmittelbar die gesuchte Reglerübertragungsfunktion

$$C(z) = \frac{T(z)}{1 - T(z)} = \frac{3.39 \cdot 10^{-4}\,(z + 0.98)}{(z - 1)\,(z - 0.96)} \tag{20}$$

berechnet werden.

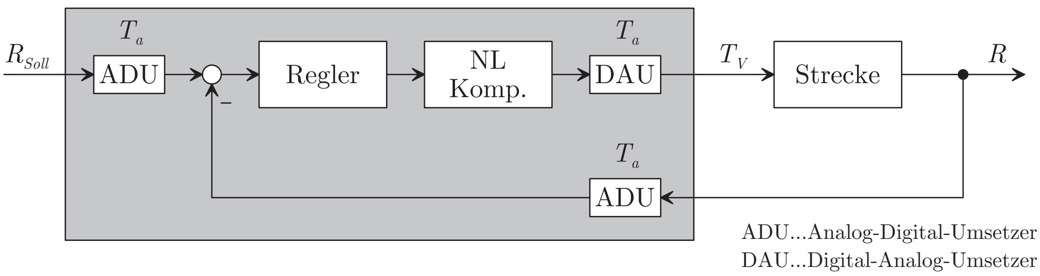


Abbildung 5: Abtastregelkreis

4 Ergebnisse

Die Schichtherstellung erfolgt prinzipiell in zwei Phasen. Zuerst wird die Effusionszelle auf eine Temperatur vorgeheizt, bei der sich eventuell vorhandene Verunreinigungen im Verdampfungsgut verflüchtigen, das Verdampfungsgut selbst jedoch nicht verdampft. Anschließend erfolgt die Regelung der Aufdampfrate entsprechend Abbildung 5.

Abbildung 6 zeigt den Vergleich zwischen einem gemessenen und einem simulierten Verlauf der Aufdampfrate bei Verwendung der beschriebenen Regelstrategie für die Verdampfung des Materials Pentazen.

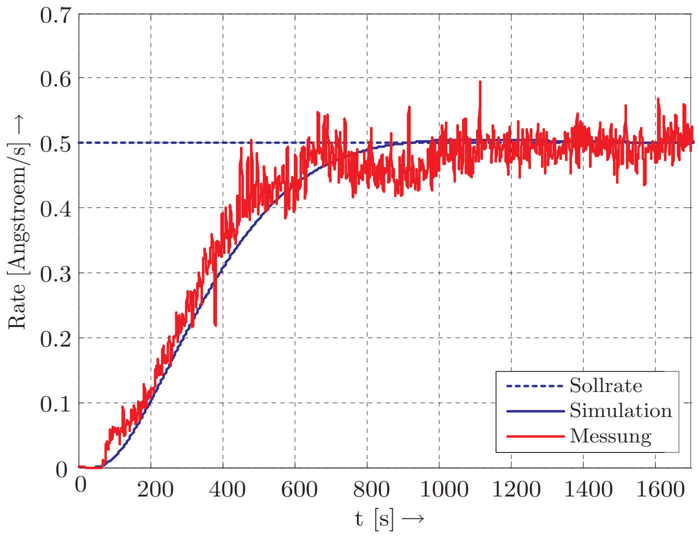


Abbildung 6: Regelung für Pentazen

Man beachte, dass die Abbildung lediglich die 2.Phase der Schichtherstellung, ausgehend von der Vorheiztemperatur von 80 $°C$ darstellt. Obwohl das mathematische Modell aus stationären Betrachtungen gewonnen wurde, stimmen Messung und Simulation sehr gut überein.

Die in Abbildung 6 gezeigten sehr guten Ergebnisse können allerdings nicht mit beliebigen Materialien erzielt werden. Dies ist darauf zurückzuführen, dass verschiedene organische Materialien oftmals ein stark unterschiedliches Verdampfungsverhalten aufweisen [2].
Ein Material mit einem „unangenehmen“ Verdampfungsverhalten ist beispielsweise Alq3[1]. Abbildung 7 verdeutlicht, dass die Aufdampfrate nicht mehr dem vorgegebenen Wunschverlauf folgt. Dies wirkt sich negativ auf die Qualität der erzeugten Schicht aus. Das stark vereinfachte mathematische Modell (14) erweist sich in diesem Fall als nicht adäquat und muss daher entsprechend verfeinert werden. Es bedarf der Untersuchung von Wärmeübertragungsmechanismen innerhalb der Zelle, des instationären Verdampfungsverhaltens des Pulvers und der Dynamik der eingesetzten Sensoren.

5 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde basierend auf der Annahme stationärer Verdampfung ein einfaches mathematisches Modell für eine Aufdampfanlage entwickelt. Nach

[1] Aluminium-tris(8-hydroxychinolin)

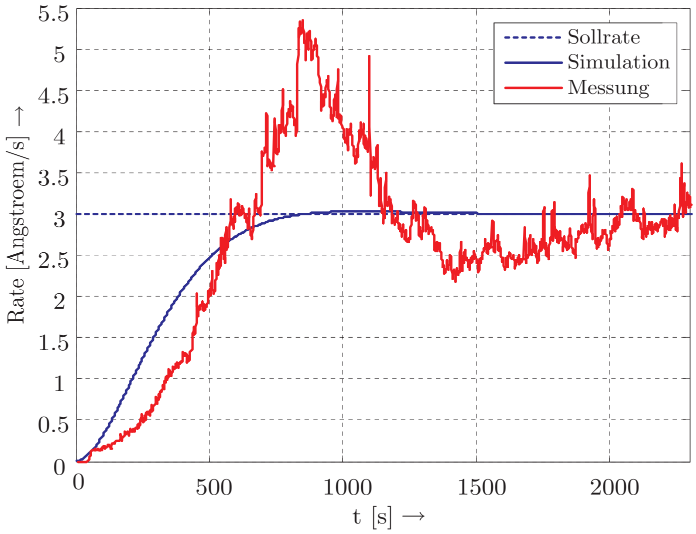


Abbildung 7: Regelung für Alq3

der Identifikation von unbekannten Streckenparametern wurde ein Regelgesetz, bestehend aus einer nichtlinearen Kompensation und einem linearen Anteil entworfen und an einer realen Verdampfungsanlage implementiert und erprobt. Für bestimmte Materialien (z.B. Pentazen, α-NPD[2]) konnten mit dem vorgestellten Ansatz sehr gute Resultate erzielt werden. Für andere Materialien (z.B. Alq3) sind die Ergebnisse nicht zufriedenstellend, zukünftige Arbeiten werden sich mit der Erweiterung des mathematischen Streckenmodells befassen.

6 Danksagung

Diese Arbeit wurde von der Österreichischen Forschungsförderungsgesellschaft (FFG), Projektnummer 822654, unterstützt.

Literatur

[1] Eichler H.-J., Krystek M., Rauch H., Weber H., Niedrig H. (Hrsg.): Bergmann - Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3: Optik. de Gruyter (1993)

[2] Di Carlo A., Piacenza F., Bolognesi A., Stadlober B., Maresch H.: Influence of Grain Sizes on the Mobility of Organic Thin-Film Transistors, Applied Physics Letters (2005) 86, 263501 1-3

[3] Evans D., Hall B., Morris, J.E.: Microcomputer Control of Thin Film Deposition Rate. Journal of Physics E: Scientific Instruments (1983) 16, S. 544-548

[4] Haefer R.A.: Oberflächen- und Dünnschicht-Technologie, Teil I: Beschichtungen von Oberflächen. Springer (1987)

[5] Horn M., Dourdoumas N.: Regelungstechnik - Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise, Paerson Studium (2004)

[2]N,N'-Di-[(1-naphthalenyl)-N,N'-diphenyl]-1,1'-biphenyl-4,4'-diamine

[6] Jousten K. (Hrsg.): Wutz Handbuch Vakuumtechnik, Theorie und Praxis. Vieweg (2006)

[7] Klokov A.Y., Galkina, T.I.: System for Stabilization of Film-Deposition Rate in Thermal Evaporation. Instruments and Experimental Techniques (1991) 34(5), S. 1194-1197

[8] Knipp D., Street R.A., Völkel A., Ho J.: Pentacene Thin Film Transistors on Inorganic Dielectrics: Morphology, Structural Properties and Electronic Transport. Journal of Applied Physics (2003) 93(1), S. 347-355

[9] Lide D.R. (Hrsg.): CRC Handbook of Chemistry and Physic. CRC Press (2008)

[10] Pratontep S., Brinkmann M., Nüesch F., Zuppiroli L.: Correlated Growth in Ultrathin Pentacene Films on Silicon Oxide: Effect of Deposition Rate. Physical Review B (2004) 69, S. 165201 1-7

Robustification of Control Systems for Norm-Based Uncertainty Envelopes

Alexander Weinmann, OVE, Senior Member IEEE
Vienna University of Technology, Institute of Automation and Control
Gusshausstrasse 27-29/376
A-1040 Vienna / Austria
Phone: +43 1 58801 37611, Fax: +43 1 58801 37699
email: weinmann@acin.tuwien.ac.at

Manuscript received December 1, 2010

Abstract *From an application-oriented point of view, design facilities are given for robustifying control systems with norm-based uncertainty data.*

Keywords: Stability robustness, admissible uncertainty, controller design

1 Introduction

In *Franklin, G.F., 2006, et al., p. 498,* the statement is quoted: “We now invoke the golden rule: When in trouble, use feedback.” Let us extend: Do not forget the real-world aspects and uncertainties in the optimal design procedure from an engineering point of view.

Robust control literature is addressed to several important results: Can stability of the whole family of polynomials be inferred from the stability of some vertex polynomials? Seminal results are those of *Kharitonov, V.L.,1979, and Barmish, B.R., 1994*. Diamond regions and others also have been investigated, e.g., in *Wang, L., and Huang, L., 1993*. These references apply to a large number of linear independent uncertain parameters and high order of the dynamic system.

Robustification in the sense of aperiodicity conditions of polynomial polytopes, confirmed by root locus technique, was given in *Wang, Q.-G., and Wang, Y.-Y., 1992*. Robustification via assignment of poles in a specified disc was addressed in *Saeki, M., 1992*.

In *Weinmann, A., 2008,* the exact spherical admissible maxima of the uncertainty were derived. An extension to discrete-time systems is presented in *Weinmann, A., 2009*. Exact robustness studies were performed.

In *Weinmann, A., 2010, 2010a*, linearized nonlinear systems were investigated. There, the uncertainty surfaces at several positions; the coefficients of the linearized system depend nonlinearly on the uncertainties.

This article is addressed to design procedures for analyzing and optimizing control systems with uncertain plants of structure with larger complexity. The procedures aim at conservatism-free methods and algorithms.

In most cases, the procedures are based and explained on control systems with simple structure and low order in order to get a rapid and clear overview.

Norm-bounded envelopes and simple mapping procedures are given as an introduction.

For a simple second-order open-loop system

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1.2 & -1 \end{pmatrix}, \ \ \Delta\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \ , \ \ -a_0^{1/r} < \delta < a_0^{1/r}, \ \ \gamma = (a_0 - |\delta|^r)^{1/r}, \ \ a_0 = 0.4, \tag{1}$$

and $r = 0.5;\ 1;\ 2;\ 4;\ 8$, the parameter contour (uncertainty envelope around the nominal parameter) and the corresponding eigenvalue contour $\lambda[\mathbf{A}+\Delta\mathbf{A}]\ \ \forall\gamma,\delta$ are given in Figs.1 and 2, respectively. For the entire set of uncertainties inside the parameter contour, the system is stable.

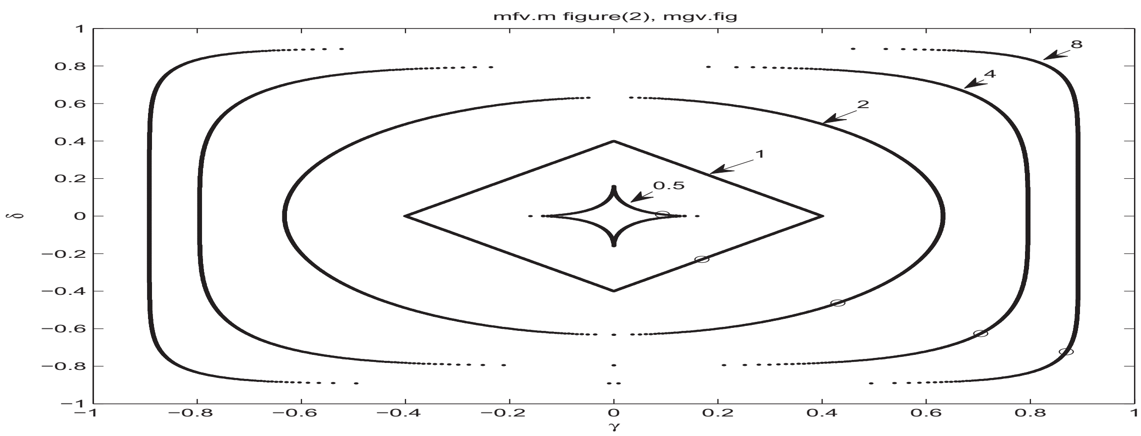


Figure 1: Parameter contour

The small circle symbols in Figs. 1 and 2 are identifiers to illustrate some correspondences.

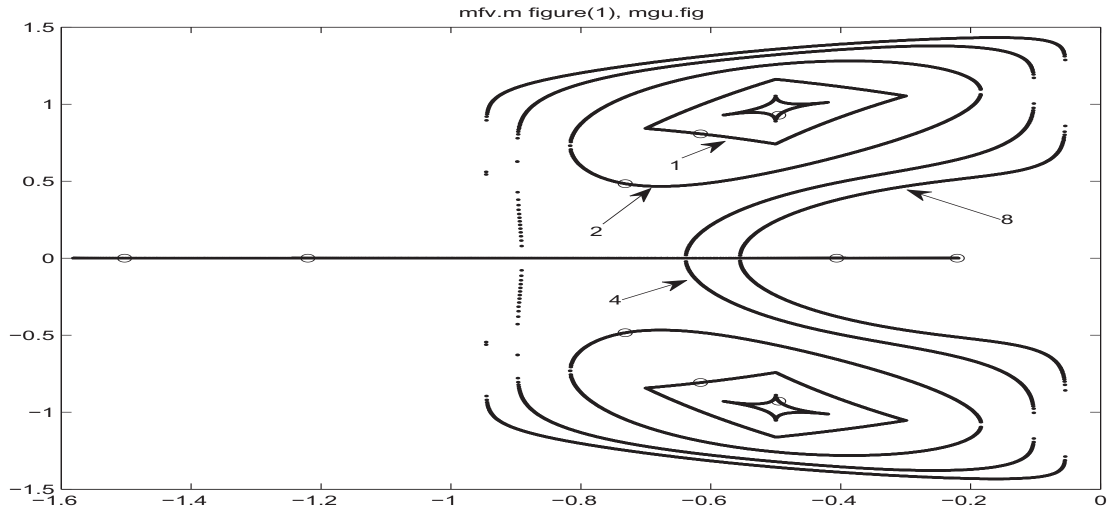


Figure 2: Eigenvalue contour for a second-order system

2 Root Locus for Stability-Robust System

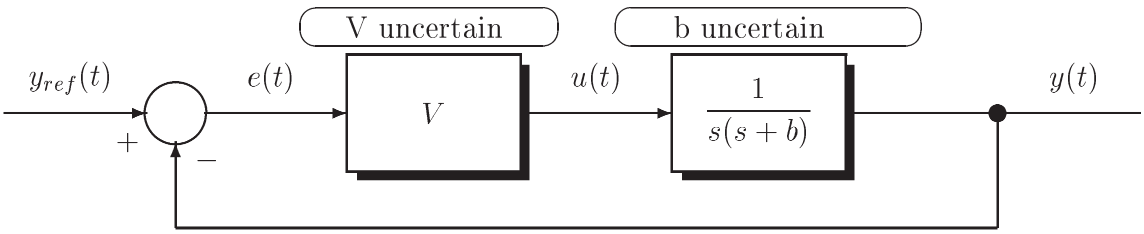


Figure 3: Second-order control system corresponding to $\mathbf{A},\ \mathbf{k},\ \mathbf{A}_{cl}$

Consider the simple second-order control system for $b > 0,\ V > 0$. In state space with the input vector $(0 \quad 1)^T$ and state controller $\mathbf{k}^T = (-V \quad 0)^T$, the open-loop and closed-loop coefficient matrix and the uncertainty are

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A}_{cl} = \mathbf{A} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (-V \quad 0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -V & -b \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \Delta\mathbf{A} \triangleq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}, \quad (2)$$

respectively. For $\mathbf{c}^T = (0 \quad 1)$ we get Fig. 3. The closed-loop characteristic polynomial is $p_{cl}(s) = s^2 + bs + V$. Recall the results of *Weinmann, A., 2008*, for spherical uncertainties with the stability condition as the condition included with a Lagrange multiplier, and with uncertainties $\gamma,\ \delta$ for the parameters $b,\ V$.

- $b > V$: The largest admissible $\Delta\mathbf{A}$ for monotonic instability results from

$$\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_{cl} - \Delta\mathbf{A})\Big|_{s=0} = \det\begin{pmatrix} s & -1 \\ V-\gamma & s+b-\delta \end{pmatrix}\Big|_{s=0} = 0 \tag{3}$$

$$\gamma_m^\star = V, \quad \delta_m^\star = 0, \quad \|\Delta\mathbf{A}_m^\star\|_F = V\ . \tag{4}$$

In this case and for exactly the „worst“ uncertainty (leading to monotonic instability), there are two solutions $s = -b;\ 0$. For stability reasons $\delta_m < b,\ \ \gamma_m < V$, with respect to bounded $\|\Delta\mathbf{A}\|_F$, one has $\|\Delta\mathbf{A}\|_F < \min\{b,\ V\}$. For $V < b$ critical stability is monotonic, for $V > b$ critical stability is oscillatoric. For $\|\Delta\mathbf{A}\|_F = \|\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma_m & \delta_m \end{pmatrix}\|_F < \|\Delta\mathbf{A}_m^\star\|_F = V$, two solutions are given from

$$s^2 + (b-\delta_m)s + (V-\gamma_m) = 0\ , \tag{5}$$

see Fig. 4.

- $b < V$: In the oscillatoric case of the stability border, the largest uncertainty subject to

$$\det\begin{pmatrix} j\omega & -1 \\ V-\gamma & j\omega+b-\delta \end{pmatrix} = 0 \tag{6}$$

leads to

$$\gamma_o^\star = 0, \quad \delta_o^\star = b, \quad \|\Delta\mathbf{A}_o^\star\|_F = b\ . \tag{7}$$

Each V entails a different result with oscillation frequency at the imaginary axis $\omega_o^\star = \sqrt{V}$. Eq.(5) is also true for $\|\Delta\mathbf{A}\|_F = \|\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \gamma_o & \delta_o \end{pmatrix}\|_F < \|\Delta\mathbf{A}_o^\star\|_F = b$, see Fig. 5.

- For $V = b$, both monotonic and oscillatoric critical stability can arise. The set of solutions at the border and below is given in Fig. 6.

For the sake of illustration, a set of uncertainties $0 < \gamma < V$ and $0 < \gamma < b$ is considered. The corresponding closed-loop poles and the map of the envelope of the uncertainties on the s-plane are depicted in Fig. 4. The uncertainties are uniformly distributed random data. For $V < b$ $(V = 0.7,\ b = 1)$, in Fig. 4 the closed-loop poles are depicted for the monotonic critical stability.

For $V > b$, the set of solutions is depicted in Fig. 5. The elliptic-like regions are given by a fourth-order characteristic $y^2 + x^2 = V \pm \sqrt{-4x(b+x)}$, where x and y are the abscissa and ordinate, respectively.

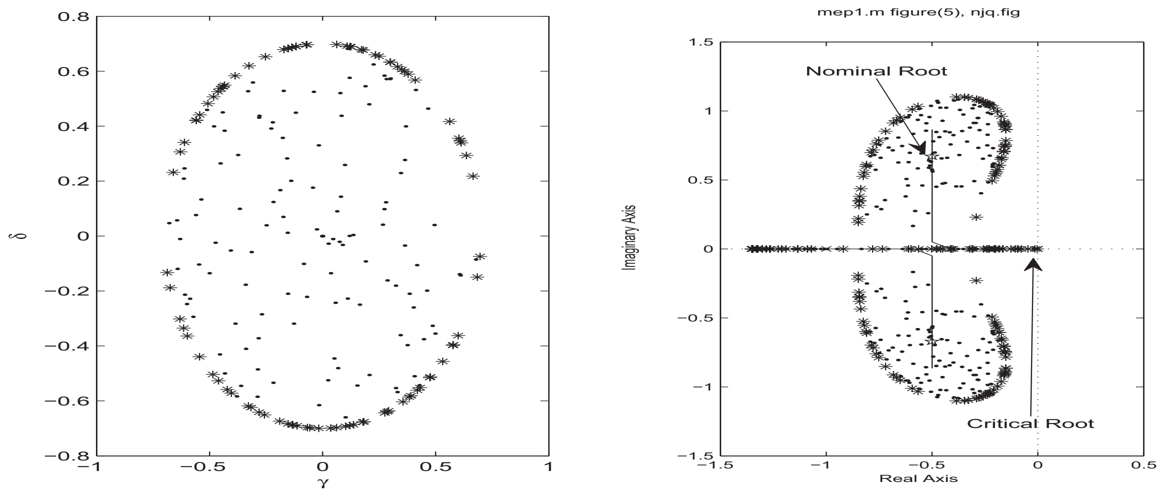


Figure 4: Random poles for monotonic critical stability for $b = 1,\ V = 0.7$

The special case where both monotonic and oscillatoric can be achieved is portrayed in Fig. 6

When a rectangular (square) uncertainty $\gamma = \delta = \sqrt{2}/2$ is superscribed by an spheric one (i.e., a circle $\gamma = \delta = 1$), the set of uncertainties and the appropriate closed-loop poles are given in Fig. 7. The abscissa extension of the circumscribing circle is from -1 to $+1$, for the actual poles and rectangular uncertainties from -0.85 to -0.15.

Referring to the generation of random uncertainties, one can observe the following results. Suppose

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -V & -b \end{pmatrix}, \quad V = 1, \quad b = 0.4 \tag{8}$$

and an uncertainty matrix $\mathbf{R}$ with four elements with uniformly distributed pseudo-random noise data. Spheric uncertainties can easily be generated dividing $\mathbf{R}$ by its norm. Frobenius $\|\cdot\|_F$ and spectral norm $\|\cdot\|_s$ seem adequate. Since $\|\Delta\mathbf{A}\|_F < \sqrt{n}\ \|\Delta\mathbf{A}\|_s$, for $n = 2$, $\sqrt{2}$ was used to compensate for the same maxima. Hence,

$$\Delta\mathbf{A}_{o1} = 0.5\ b\sqrt{2}\ \mathbf{R}/\|\mathbf{R}\|_F \quad \text{and} \quad \Delta\mathbf{A}_{o2} = 0.5\ b\mathbf{R}/\|R\|_s \tag{9}$$

are considered. Based on the result Eq.(12) in *Weinmann, A., 2008*, the critial uncertainties are the same but the spectral-norm result is more frayed out than the Frobenius result. In Fig. 8 the set of 2700 eigenvalues $\lambda[\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A}_o]$ are plotted for both cases of Eq.(9). The imaginary axis is touched at $\omega^* = \sqrt{V - 0.25b^2} = 0.9798$ for both cases.

The origin of the uncertainties can be included in an index of performance combining the random details with the occasional lack of stability degree.

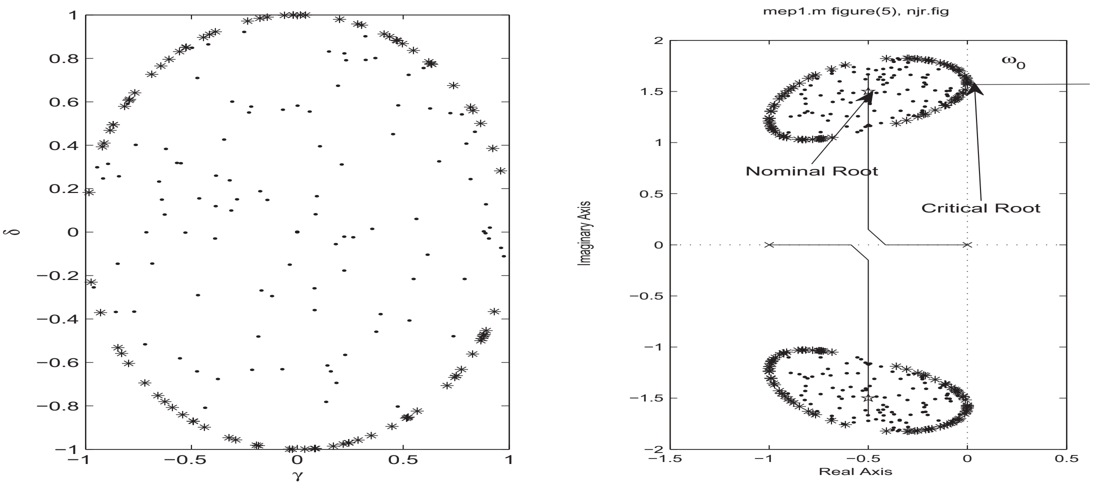


Figure 5: Random closed-loop poles for the oscillatoric case, $b = 1,\ V = 2.5$

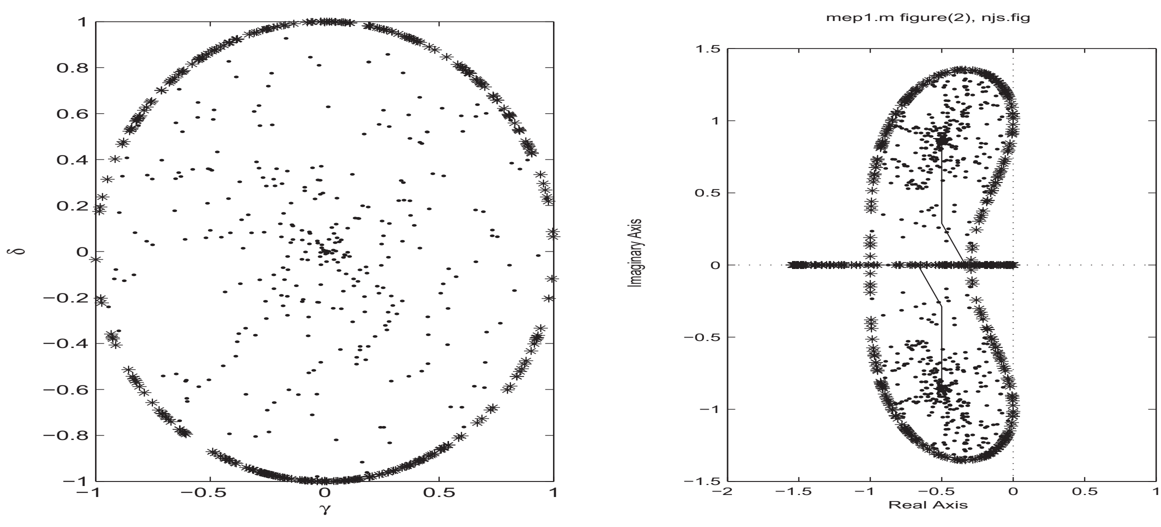


Figure 6: Set of spheric uncertainties and accompanying closed-loop poles for $b = V = 1$

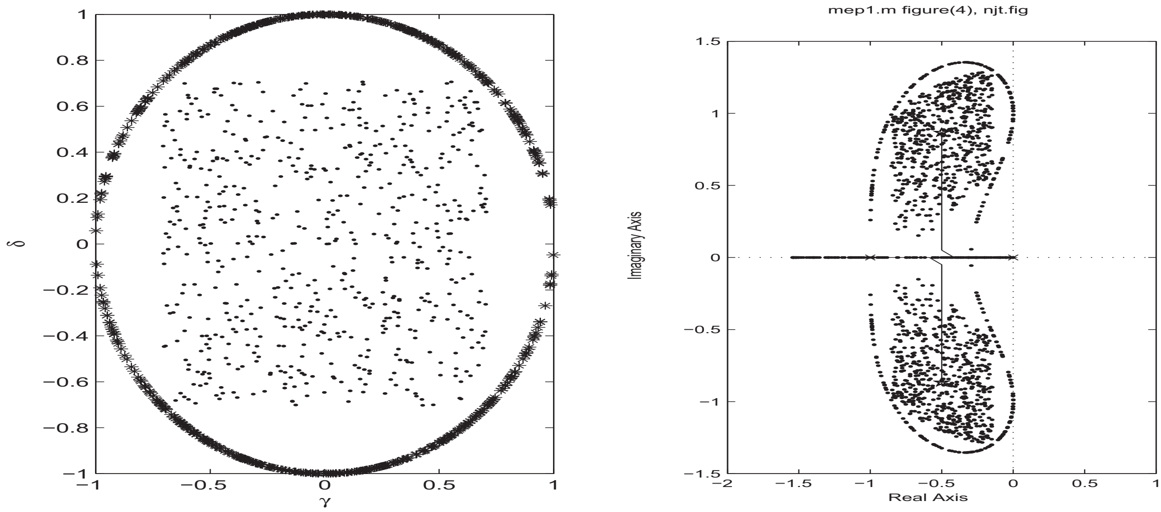


Figure 7: Set of rectangular uncertainties, superscribed by a cicle range and accompanying closed-loop poles, $b = 1,\ V = 1$

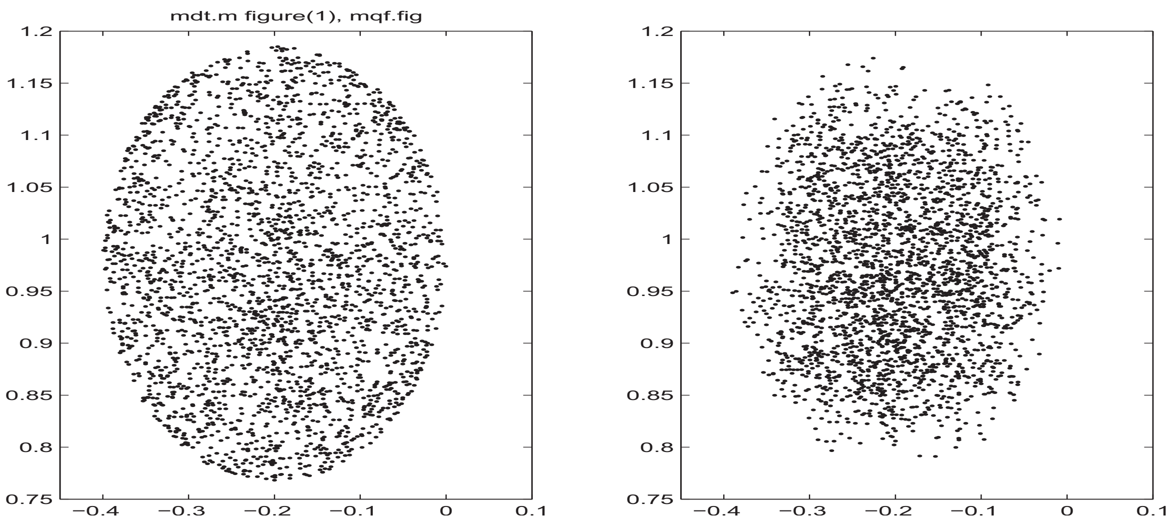


Figure 8: Eigenvalues of the perturbed system for different uncertainty distributions, reduction with Frobenius norm (left) and spectral norm (right)

3 Uncertainty for Matching Oscillatoric Critical Stability. PI-Controller and PT$_4$-Plant. Interdepending Uncertainties

Consider a PI-controller $K(s) = K_P + \frac{1}{sT_I}$ and a proportional plant of fourth order $G(s) = \frac{g_0}{[s+a(1+\gamma)][s+b(1+\gamma)][s+c(1+\delta)][s+d(1+\delta)]}$. The parameters a, b and c, d are assumed to be deteriorated by the same uncertainties γ and δ, respectively. The set up is $r = 16,\ \gamma_s = 1,\ \delta_s = 0.9,\ \alpha_t = \pi/9,\ a = 5,\ b = 4.5,\ c = 3,\ d = 4,\ K_P = 2,\ T_I = 0.1,\ g_0 = 2,$

$$\gamma_v = \frac{1}{\delta_s[1 + (\tan\alpha_v)^r]^{1/r}} \operatorname{sign}\cos\alpha_v\ ,\quad \delta_v = \gamma(\delta_s/\gamma_s)\tan\alpha_v,\quad \begin{pmatrix}\gamma\\ \delta\end{pmatrix} = f_c\mathbf{C}\begin{pmatrix}\gamma_v\\ \delta_v\end{pmatrix}\ . \tag{10}$$

Having used automatic search resulting in the specific selection of a scaling factor f_c, where the rotation matrix $\mathbf{C}$ (*Weinmann, A., 2010,*) is replaced by $f_c\mathbf{C}$, the closed-loop system is assigned precisely at the stability limit. The eigenvalue cycle is given in Fig. 9. An inserted subfigure depicts the (γ, δ)-plane with the point O, corresponding to the maximum admissible uncertainty values $\gamma_0 = -0.346,\ \delta_0 = -0.640$ and $f_c = 0.5082$.

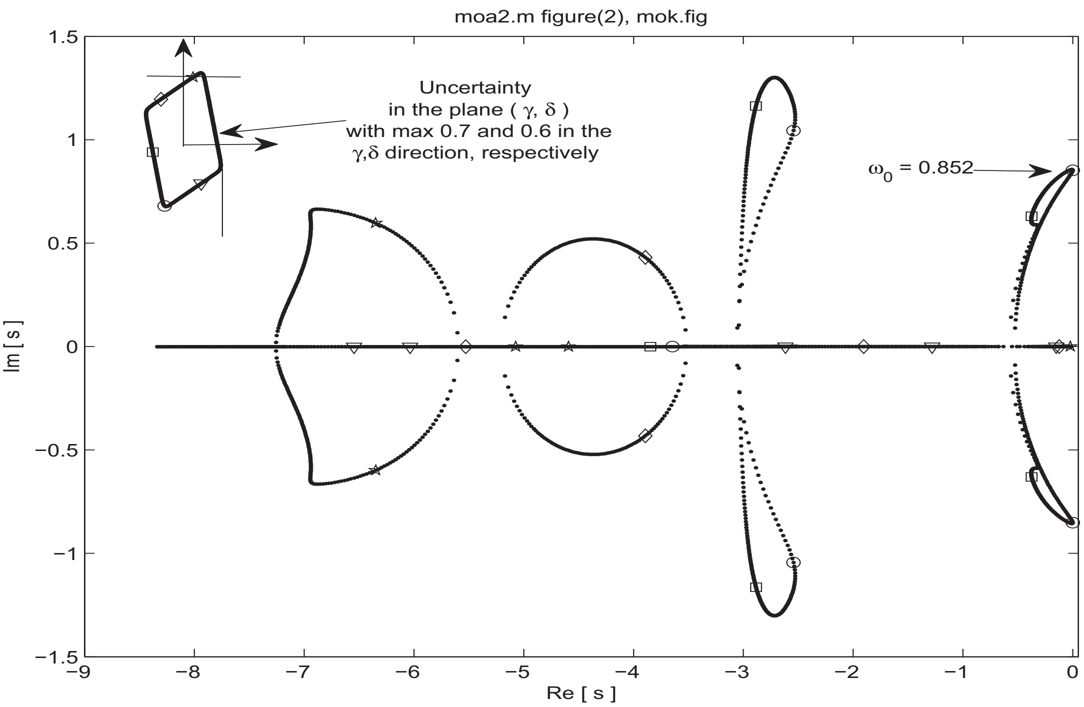


Figure 9: Eigenvalue cyle with eight break-away points and oscillatoric critical stability

For a PI-controller, a monotonic critical stability is not admissible. For a P-controller, for $s = 0$ and $1 + G(s)K_P = 0$ it works, and there are two opportunities for resolving:

- Maximize $w_1\gamma^2 + w_2\delta^2$, s.t. the condition $abcd(1+\gamma)^2(1+\delta)^2 + g_0 K_P = 0$.
- Alternatively, use a magnitude term a_0 and an additional condition $w_1\gamma^2 + w_2\delta^2 = a_0^2 w_1 w_2$. This process is recommended when approaching the stability border by turning up the magnitude a_0.

4 Admissible Uncertainty with Respect to the Cycle of Circumvention

For a given closed-loop differential equation and the corresponding characteristic equation

$$p_{cl}(s) = \sum_0^n a_i s^i = a_n s^n + ... + a_0 \ , \tag{11}$$

the monotonic stability border $s = 0$ with respect to the circumvention angle α_v can be easily obtained. The root turns around just touching the origin.

For monotonic stability, there are two real equations for two unknowns $p_{cl}(0) = 0$ and $\partial s/\partial\alpha_v = 0$. Then, from differentiating Eq.(11) with respect to α_v, one finds two equations for the unknowns f and α_v, i.e.,

$$a_0(\gamma,\delta) = 0 \quad \text{and} \quad \frac{\partial a_0(\gamma,\delta)}{\partial\alpha_v} = 0. \tag{12}$$

For the oscillatoric border there are two complex equations for the four unknowns $f,\ \alpha_v,\ \omega,\ \omega' \triangleq \frac{\partial\omega}{\partial\alpha_v}$ as follows

$$p_{cl}(j\omega) = 0 \ \text{ and } \ \frac{\partial p_{cl}(j\omega)}{\partial\alpha_v} = \sum_{i=1}^n [\frac{\partial a_i(\gamma,\delta)}{\partial\alpha_v}(j\omega)^i + \ i\cdot a_i(\gamma,\delta)(j\omega)^{i-1} j\frac{\partial\omega}{\partial\alpha_v}] + \frac{\partial a_0(\gamma,\delta)}{\partial\alpha_v} = 0 \ . \tag{13}$$

In spite of the analytical setup, a concise calculation cannot be afforded with respect to the complexity, only a numerical one. The same process runs for unidirectional uncertainties, coupled uncertainties etc.

5 Controller Tolerating Maximum Uncertainty

Select a second-order system (Fig. 10)

$$G(s) = \frac{s-a}{s-b}, \quad K(s) = \frac{k}{s-c}, \tag{14}$$

$$a = a_o(1+\gamma)\ , \quad b = b_o(1+\delta)\ , \quad a_o = 1, \quad b_o = 2, \quad c = 3, \tag{15}$$

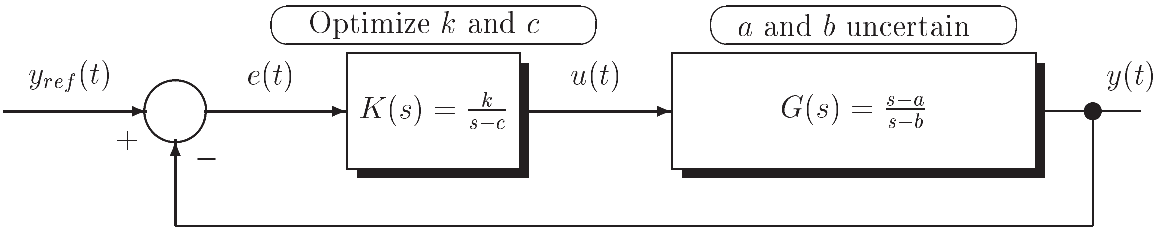


Figure 10: Unstable nonminimum-phase plant and unstable controller

and a spherical uncertainty

$$\gamma^2 + \delta^2 = f^2, \quad \gamma = f \cos \alpha_v, \quad \delta = f \sin \alpha_v, \quad 0 < \alpha_v < 2\pi \ . \tag{16}$$

Then, the characteristic equation is

$$p_{cl}(s) = s^2 + [k - b_o(1+\delta) - c]s + b_o(1+\delta)c - ka_o(1+\gamma) = 0 \ . \tag{17}$$

5.1 Oscillatoric Critical Stability

Abbreviate $s = \Re e \ s + j\Im m \ s \triangleq x + jy$. At the stability border of the oscillatoric case, we have

$$\frac{\partial \Re e \ s}{\partial \alpha_v} \triangleq \frac{\partial x}{\partial \alpha_v} \triangleq x' = 0 \ . \tag{18}$$

Insertion into the characteristic equation Eq.(17) $p_{cl}(s) = 0$ and into its derivative $p'_{cl}(s) = 0$ yields two complex equations with four unknowns $y, \ y'(= \frac{\partial y}{\partial \alpha_v}), \ \alpha_v, \ f$. Resolving these four equations in real space, one has

$$y = \sqrt{ck - c^2 - ka_o}, \qquad y' = 0.5 \ ka_o f/y, \qquad \alpha_v = \pi/2, \qquad f = -1 + (k-c)/b_o \ . \tag{19}$$

Aiming at the specific α_v, which produces an utmost right solution $p_{cl}(s) = 0$ with $x \neq 0$, we find

$$x = 0.5[b_o(f+1) + c - k] \triangleq 0.5 \ h, \quad y = \sqrt{-0.25 \ h^2 + b_o c(1+f) - ka_o}, \quad \alpha_v = \pi/2 \ . \tag{20}$$

5.2 Monotonic Critical Stability

For the monotonic stability border, $s = x$ real and $x' = 0$,

$$p'_{cl}(s) = 2xx' + [k - b_o(1+\delta) - c]x' - b_o\delta' x + b_o\delta' c - ka_o\gamma' = 0 \ . \tag{21}$$

From $x' = 0$,

$$\tan \alpha_v = \frac{b_o(x-c)}{ka_o} \tag{22}$$

is achieved. Solving Eq.(17) for $s = x \neq 0$ and Eq.(22) is too complicated to be carried out in $x,\ \alpha_v$. However, at the stability border at $x = 0$, the simple results

$$f = \frac{ka_o - b_oc}{b_oc\sin\alpha_v - ka_o\cos\alpha_v} \quad \text{where} \quad \tan\alpha_v = -\frac{b_oc}{ka_o} \tag{23}$$

are obtained. In Fig. 11, the admissible uncertainty modulus f is depicted versus controller gain k.

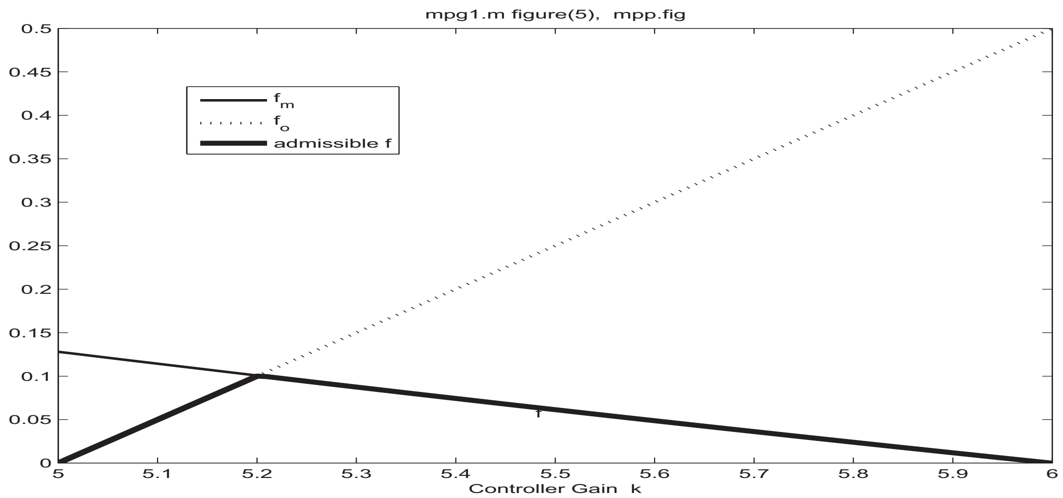


Figure 11: Admissible uncertainty f

5.3 Index of Performance with the Actuating Signal

The parameter c of the controller can be utilized for an additional optimization. Suppose the actuating signal $u(t)$ is included in an index of performance by means of its initial derivative, then

$$\frac{\partial u(t)}{\partial t}|_{t=0} = \lim_{s\to\infty}\ s\ [s\ u(s)] = \lim_{s\to\infty}\ s\ [s\ \frac{K(s)}{1+K(s)G(s)}\frac{1}{s}] = k\ . \tag{24}$$

For large c, f tends to 0.447 at the expense of very high k. Selecting a common index of performance $0.5\ f + 0.75/\log(2+k)$ including both k and f, we get the result of Fig. 12. The optimum is $c^* \doteq 6$.

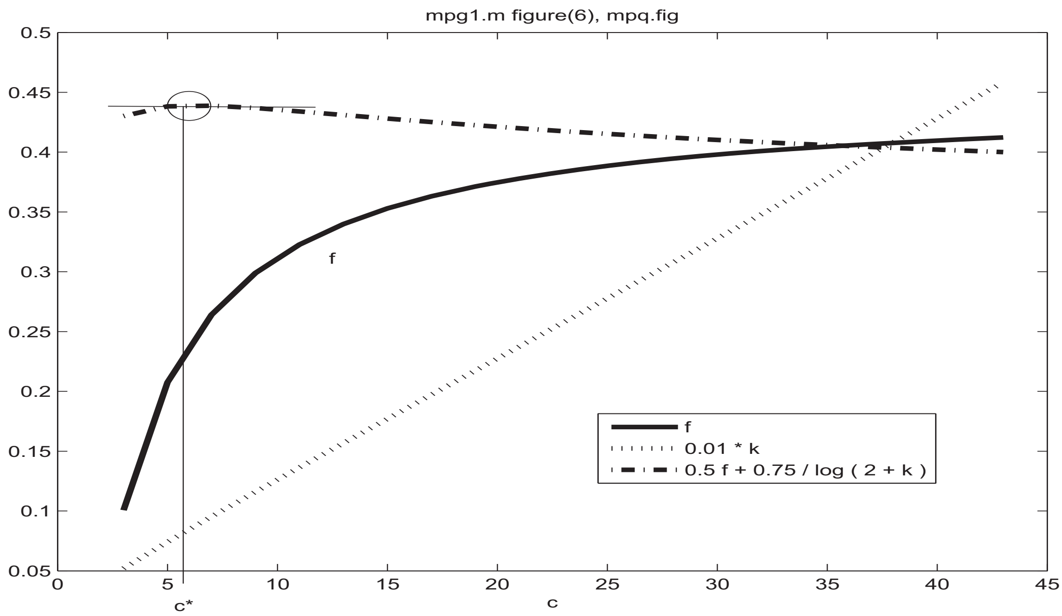


Figure 12: Optimizing both controller pole c and controller gain k

6 Admissible Uncertainty for a Given Damping Factor

For $r = 8$, determining the uncertainty $\|(\gamma \vdots \delta)\|_r \triangleq [(a\gamma)^r + (b\delta)^r]^{1/r}$ in order to obtain a given damping factor σ_0 yields the result of Fig. 13. The results for the given

$$\mathbf{A} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \mathbf{k}^T = \mathbf{A}_{cl} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -ab + k_1 & -a - b + k_2 \end{pmatrix} , \tag{25}$$

with $a = 0.5, \quad b = 1, \quad k_1 = -0.099, \; k_2 = -0.22$ based on

$$\|(\gamma \vdots \delta)\|_r^r + \mu \; \det(\lambda \mathbf{I}_2 - \mathbf{A}_{cl,p})\Big|_{\lambda=\sigma_0} \; \rightarrow \; \min \tag{26}$$

and

$$\sigma_0 = \max_i \{\lambda_i[\mathbf{A}_{cl}]\} + 0.1 \tag{27}$$

is $\mu^\star = 0.98 \cdot 10^{-5}$. Tolerating the deficiency of monotonic critical stability of 0.1, the admissible uncertainty norm is 0.13.

If the uncertainties happen to be dependent, the assumption of their independence would increase the uncertainty and produce a conservative result. Hence, it is advisable to include an occasional dependence into the design procedure as outlined above.

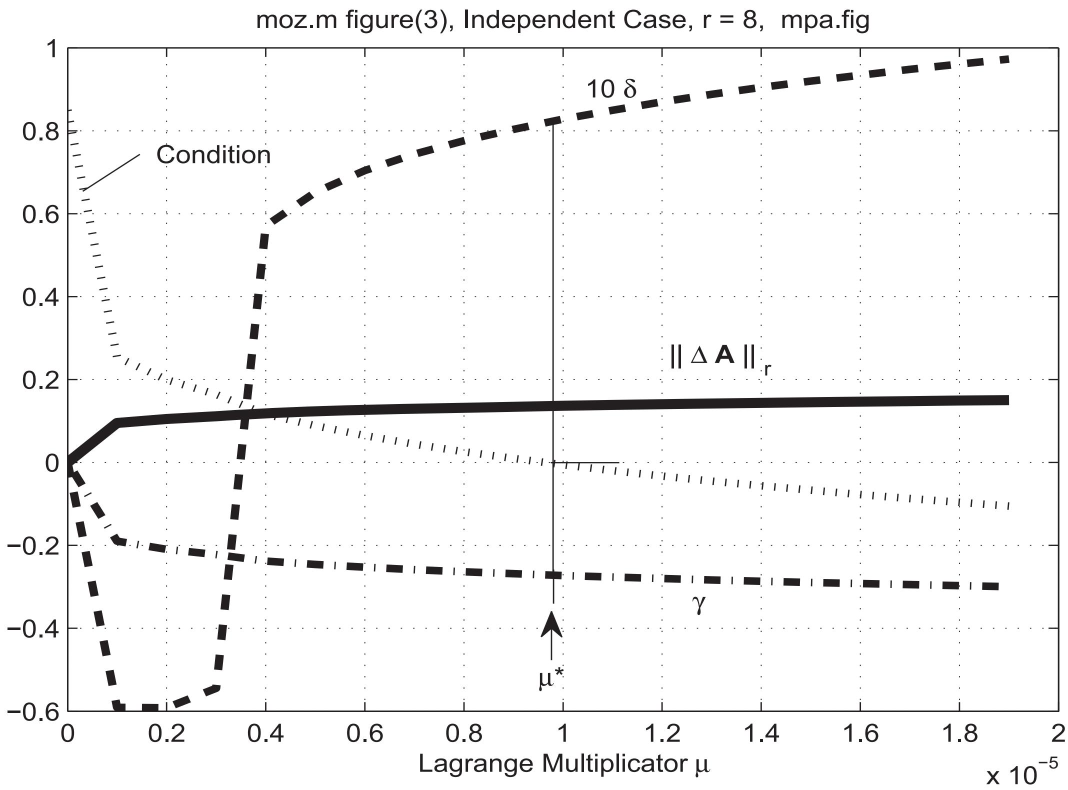


Figure 13: Determining the admissible uncertainty

7 Conclusion

Several examples were carried out for direct control system design effort in the presence of uncertainties. Methods were given for determining the admissible norm bound of the uncertainty and for evaluating adequate controller parameters.

References

Barmish, B.R., 1994, New tools for robustness of linear systems. New York: Macmillan

Franklin, G.F., Powell,J.D., Emami-Naeini, A., 2006, Feedback Control Systems, Fifth Edition, Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Prentice Hall

Kharitonov, V.L., 1979, Asymptotic stability of an equilibrium position of a family of systems of linear differential equations, Differential Equations 14, pp. 1483-1485

Saeki, M., 1992, H_∞ control with pole assignment in a specified disc, *Int. J. Control* **56**, pp. 725-731

Wang, L., and Huang, L., 1993, Diamond and simplex stability regions, *Int. J. Systems Sci.* **24**, pp. 757-767

Wang, Q.-G., and Wang, Y.-Y., 1992, On aperiodicity problem of polynomial polytopes, *IEEE-Trans.* **AC-37**, pp. 812-815

Weinmann, A., 2008, The admissible spherical uncertainty for dynamic systems in state space, *Cybernetics and Systems: An International Journal* **39**, No 5, pp. 480-501

Weinmann, A., 2009, Spherical uncertainties in discrete-time systems, *Cybernetics and Systems: An International Journal* **40**, No 1, pp. 25-32

Weinmann, A., 2010, Eigenvalue cycles for robust control systems, *e & i (Elektrotechnik und Informationstechnik)* **127**, H. 10, pp. 263-268

Weinmann, A., 2010a, Robustification of control systems under uncertainty proportion, *e & i (Elektrotechnik und Informationstechnik)* **127**, H. 10, pp. 269-273

Towards a multi-agent based software concept coordinating a Mirosot robot soccer team

Gerhard F. Höfer
g.hoefer@htl-leonding.ac.at
HTBLA Leonding, Department for Informatics
Limesstrasse 12-14, A-4060 Leonding, Austria

Received
December 2010

Abstract
Goal-oriented coordination of the actions of all individual robots playing in a Mirosot robot soccer team is a task that becomes increasingly important if that team should remain successful in future competitions. Such coordination may be established by loosely coupling the five locally acting traversing processes utilized by the controller system. This coupling is based on centralized process communication which is realized by utilizing ideas from the well established field of collaborating software. The integration of a blackboard agent into the controller system may be regarded as a promising step to globally coordinate the actions of the robots. The realization of this global coupling mechanism has to be configured in a context-sensitive way that facilitates goal-orientated coordination as a sufficiently flexible and non-hierarchical process.

1 General system architecture of the robot soccer controller system

The controller system of the recent HTL Leonding Mirosot robot soccer team is comprised by the central information manager (CIM) and three principle modules realizing a complete event cycle. This event cycle keeps the robots on the playing ground engaged in the game and is carried out by the image recognition module (IRM), the strategy determination module (SDM), and the communication module (CM) in exactly that particular order. The central information manager enables the global data communication among these principle modules by providing appropriate data structures and the corresponding interfaces. These data structures act as storage and transport containers of process data that are interchanged among principle modules as outlined in the next section. Therefore, the information manager may be regarded as the global executive managing the event cycle of the overall robot soccer controller system (Fig.1.1).

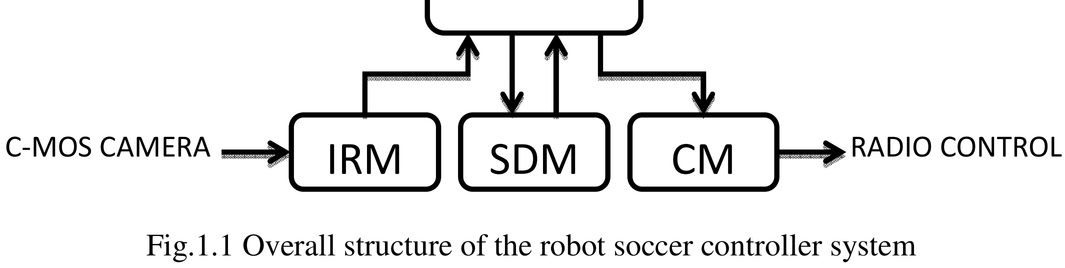


Fig.1.1 Overall structure of the robot soccer controller system

1.1 Principle modules

The characteristic tasks carried out by the three principle modules are outlined in necessary detail in this section. A more complete description of the ideas presented in this section is available in Höfer, G., 2008.

1.1.1 The image recognition module

The image recognition module transforms the raw data received from the C-MOS-camera into a representation of the positions of the robots and the ball. This transformation process is performed in five consecutive steps: Linear interpolation of chromatic values, filtering of brightness and saturation, discrimination of colours, recognition of blobs, and consequently, recognition of distinct robots as well as the ball. The result of this transformation is stored as the current instance of the environment data structure which is crucial for determining the most appropriate strategy in the next step of the event cycle.

1.1.2 The strategy determination module

The strategy determination module determines the next immediate actions of all five robots and is realized as a set of five locally acting production systems without any mutual interaction. Such production systems are made up by three intertwined subsystems (Newell A. and Simon H., 1972): The working memory holds the latest instance of the environment data structure (EDS). The rule base holds all production rules which build up a tree structured set of successive layers of missions which is referred to as mission tree (Fig.1.2).

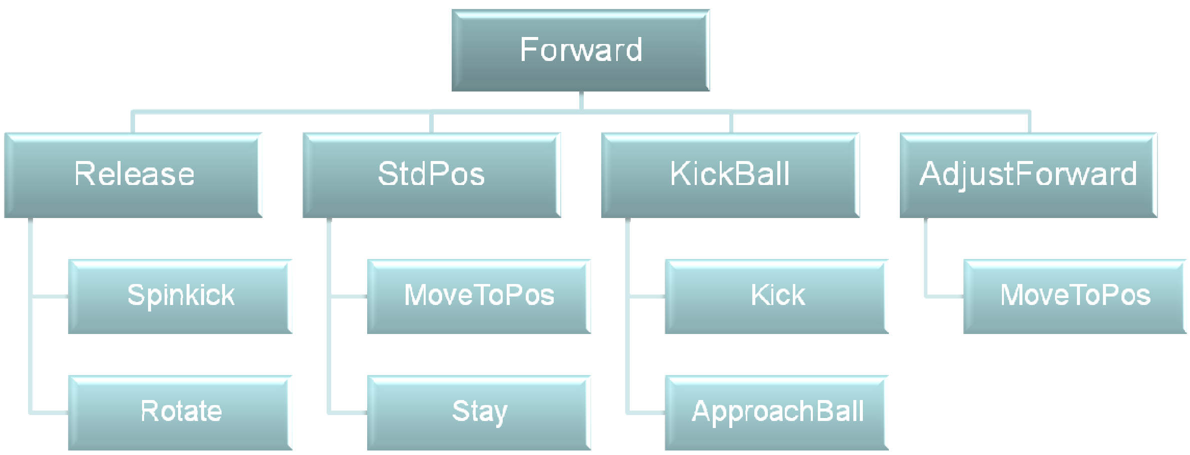


Fig.1.2 Structure of a mission tree

The rule interpreter acts as a local executive managing one of the five inference processes which are executed simultaneously. One distinct inference process is basically a pattern matching process based on the actual environment data structure and the mission tree associated to one of the five robots in order to determine the next action performed immediately by that robot.

Accordingly, each inference process traverses the mission tree assigned to one of the five robots yielding the current instance of the setting data structure (SDS) which contains the setting values for the next physical action of one robot. These five mutually unrelated traversing processes may be regarded as the core process of the strategy determination module. Further important details of the overall mission concept are outlined in section 1.2 since it may be regarded as the crucial data structure for the coordination process introduced in chapter 2.

1.1.3 The communication module

The communication module controls the current movements of all robots of one team via radio transmission. The communication module transmits a proprietary protocol data structure that contains the individual setting data needed by the robots to perform their immediate next actions.

1.2 The mission concept

The structure as well as the function of the mission tree concept is outlined in more detail in this section since it serves as the flexible base for the coordination process that couples the actions of the robots.

1.2.1 General structure

Missions act as basic entities of the tree structure representing the hierarchically ordered set of all possible action yielding rules as introduced in section 1.1.2. Missions are agent-like structures that are able to carry out one limited but characteristic action if certain characteristic preconditions are met (Minsky, M., 1986). Mission trees contain both leaf missions and node missions: Leaf missions carry out one certain physical action whereas node missions act as logical prerequisites in order to gradually select this contextually most appropriate leaf mission. The next physical action of each robot is determined by traversing its mission tree from the root node via contextually relevant node missions to one terminating leaf mission. Consequently, one complete mission path is generated which leading to that next physical action. This traversing process is executed by the rule interpreter of the local production system as already outlined in section 1.1.2.

1.2.2 Containers and priorities

Each node mission branches to a particular mission container that contains all logically possible subsequent leaf and node missions. These missions are ordered by their current context sensitive abilities and have assigned characteristic priority values. Generally, a contextually more generic mission has been assigned a lower priority value than currently more opportunistic missions. The introduction of contextually varying priority values will serve as base for concerted actions of certain robots as outlined in chapter 2.

1.2.3 Types of mission trees

Three different types of missions are defined that characterize the role of all distinct robots in their team. Each type is specified by one characteristic root mission and accordingly carries out one of the following assigned roles: Goal keeper, Defender, or Forward.

2 A loosely coupled multi-agent system coordinates the actions of soccer robots

The strategy determination module has already been realized as the core subsystem of the overall controller system. The new enhanced strategy determination module which should enable goal-oriented coordination is based on a mutual coupling mechanism which is introduced in this chapter.

2.1 The foundation of coordinated interaction

Currently, the strategy determination module of the HTL Leonding Mirosot robot soccer team employs five traversing processes working in parallel without any mutual interaction. In order to obtain enhanced playing capabilities these traversing processes have to be coupled in a way that enables coordinated actions of at least some of the robots interacting in one team.
A promising way may be the context-sensitive rearrangement of the priority values associated to the missions contained in the three types of mission trees. This modification process should react on the current situation on the soccer field and is therefore based on the current instance of the environment data structure. The individual actions of certain robots are coordinated by this context-sensitive modification process that enables the integration of the traversing processes into one loosely coupled multi-agent system distributed within the strategy determination module.
Consequently, the complete soccer team should then be able to perform coordinated activities. For example, the forward players may perform coordinated crosses to the centre. The overall architecture of the loosely coupled multi-agent realisation of the strategy determination module has to be enhanced by two further agents as outlined in the next section.

2.2 Centralized process communication is based on blackboard architectures

Coordinated actions of all participating robots are enabled by communication and interaction mechanisms based on the already well established field of collaborating software technologies (Corkill, D., 2003). These mechanisms are based on the integration of both multi-agent systems and blackboard architectures. A blackboard agent utilized as globally and asynchronously acting communication agent is able to trigger the context-sensitive rearrangement of the current priority values of the mission trees and subsequently enables the loose coupling of the individual traversing processes. The centralized communication is based on the current content of the code vector which is realized as a distinct data structure available at the blackboard. In order to obtain the current instance of that vector the multi-agent system employs one additional auxiliary agent. This auxiliary agent transforms the actual instance of the environmental data structure into the current instance of the code vector. This vector encodes the important characteristics of the current situation on the soccer field in a compressed way and is transmitted to the blackboard agent at the start of each event cycle. Each rearrangement of the priority values is triggered by changes of the current content of this vector.

2.3 General structure and characteristics of the blackboard architectures

This generic structure of blackboard architectures (Luger, G., 2008) is employed as the communication platform for the realisation of coordinated interaction within the loosely coupled multi-agent system introduced in sections 2.1 and 2.2. The knowledge sources are independent computational modules that contain processes which are able to solve certain problems. Therefore, each individual traversing process carried out by the strategy determination module should be regarded as one locally acting knowledge source that is able to control one robot. The blackboard agent acts as a global data repository that supports asynchronous communication and therefore indirectly coordinates the actions of the five robots. All coordinated interactions of the local knowledge sources are based on the content of the code vector made available by the blackboard agent. The main advantage of this architecture is the fact that it can be used as a generic and flexible platform which acts in a centralized but opportunistic way. The main drawback of this architecture is that it sometimes behaves rather inefficiently because of its potentially vast control regime. This drawback may become irrelevant if a precisely conceived control management is implemented. Generally, blackboard based architectures may be regarded as a meta-architecture imposed on distributed agent processes in order to achieve collaborating software systems.

3 Realisation of the enhanced strategy determination module

Generally, blackboard architectures and multi-agent systems both seem to be based on hardly reconcilable foundations. Blackboard architectures are based on both centralized control and communication whereas multi-agent systems are based on local rules and emergent properties. A certain profitable trade-off between these two opposing approaches could be established though: It should result in the reduction of redundant work load of one individual agent by the use of blackboards as well as the maintenance of loosely coupled but independently acting agent processes still acting as local experts.

3.1 The architecture of the enhanced strategy determination module

A wide range of possible ways of integrating both approaches (Corkill, D., 2003) is in use. The blackboard agent (BBA) introduced in chapter 2 acts as the global communication platform of the enhanced strategy determination module that enables the coordination of the traversing processes (TPn). The data structure that enables this coordination processes is the current instance of the code vector which is generated by the transformation agent (TA) and then globally available at the blackboard agent (Fig.3.1).

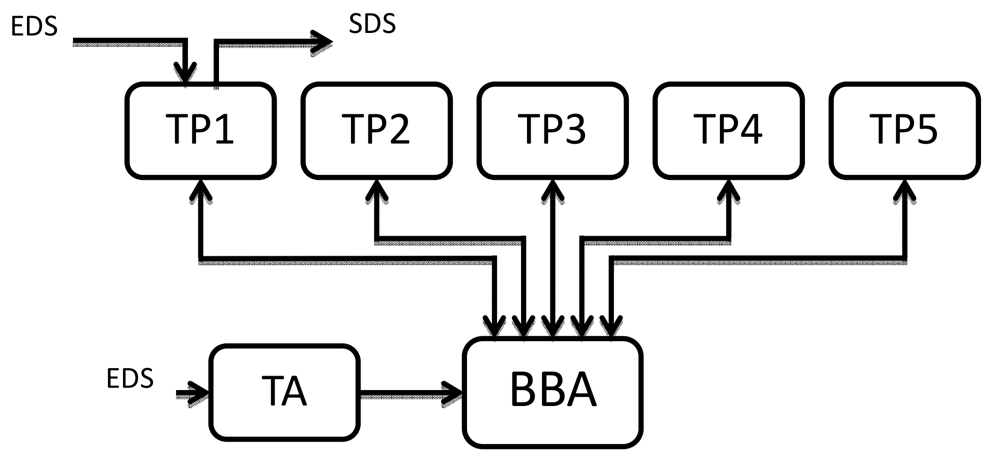


Fig.3.1 Structure of the enhanced strategy determination module

In order to obtain the correct code vector and to use it properly both the centralized communication process and the local rearrangement processes have to be handled in a rather sophisticated way to avoid unnecessary complications.

3.2 The realisation of centralized communication

The transformation agent encodes the current situation on the soccer field into an instance of the code vector in a way that should characterise that situation unambiguously.
This process is carried out by a set of simultaneously performed filtering processes that recognize certain generic spatial constellations made up by the current positions and directions of distinct subsets of the ball and the robots placed on the playing ground. Different characteristic situations on the soccer field are detected by specific filter processes and encoded into one particular code segment of the overall code vector.

3.3 The realisation of coordinated actions of local processes

The local modification processes are based on centralized communication and adjust the traversing processes in a way that enables goal oriented and concerted interaction of the robot team. Each local traversing process relies on the rearrangement of its associated mission tree. Therefore, each traversing process possesses a characteristic set of preconfigured instances of that mission tree which represents the various possible interaction mechanisms of one robot. The instance of each set that contextually fits the current situation on the soccer field the best is selected and employed in the actual traversing process. This selection mechanism is based on the current content of the code vector and is performed by the enhanced strategy determination module at the start of each new event cycle. If the current situation on the soccer field does not change drastically the code vector remains unmodified and accordingly the overall strategy is not modified either. Consequently, changes in the code vector trigger the modification of the overall strategy for the current interaction of some of the robots. The realisation of this system of preconfigured instances of mission trees is a rather complex configuration process. In order to realize one complete configuration process it may be reasonable to carry out this process by utilizing established heuristic methods (Zbigniew M. and Fogel D.B., 2004).

4 Concluding remarks

The major steps towards the goal-oriented coordination of the HTL Leonding Mirosot robot soccer team have been introduced in the previous two chapters. They may be summarized in the following way:
Step 1: Context-specific instances of the mission trees have to be established.
Step 2: The current situation on the soccer field has to be mapped on the code vector.
Step 3: A blackboard has to act as a communication soccer field that holds the current instance of the code vector in order to select the most appropriate instance of the associated mission tree of one robot.
These enhancements of the strategy determination module have to integrated in the event cycle and consequently enable the loosely coupling of the traversing processes as outlined in chapter 3.
The use of a blackboard in a multi-agent system may be regarded as a quite unusual way of coordinating the traversing agents but is based on well established methods in the field of

collaborating software (Corkill, D., 2003). Generally, Mirosot robots are not equipped with any onboard sensory entities or locally distributed intelligent processing but are steered in a completely centralized way. Therefore, the integration of such a blackboard agent is an appropriate tool in order to represent the current situation on the soccer field in the central strategy determination module. Consequently, the blackboard acts as one specialized agent within the overall multi-agent system since it facilitates the global process communication via the interchange of the current instance of its code vector data structure. The mutual couplings of the robots are carried out in an opportunistic way since a actual realisation of these couplings only exist if the situation on the soccer field allows a useful interaction of the robots. In all other cases the individually most appropriate mission tree is selected and interaction is only re-established if the situation on the soccer field changes accordingly.

Even emergent behaviour may become evident if a certain level of complexity of these coordinated interaction mechanisms is reached. Such behaviour yields a more sophisticated interaction of the robots on the soccer field since subtle differences in the current spatial arrangement of the robots and the ball may result in substantially different coordinated manoeuvres that may sometimes seem rather surprising. The actual level of complexity depends on the size of the layered structure of the individual mission trees as well as on the number of contextually relevant instances for each of them. In order to achieve this desirable goal of emergent behaviour not only the rather complex configuration process introduced in section 3.3 has to be carried out properly but also the generation of the code vector introduced in section 3.2 has to be done in a fast and effective way.

Therefore, the various filtering processes are performed as distinct pattern matching algorithms in a parallel fashion that must be carefully tuned in order to detect characteristic generic spatial patterns on the soccer field. The detection of these patterns may be regarded as the crucial prerequisite for all goal-oriented coordination processes within the robot soccer team. The individual filtering mechanisms may be realized by utilizing well established techniques from fields like neural networks or fuzzy logic (Luger, G., 2008).

The integration of all these ideas into our controller system is currently a work in progress. Accordingly, this paper may be regarded as an interim report of the current activities towards the flexible and goal-oriented coordination of the actions of a complete Mirosot robot soccer team.

5 References

Corkill, D., Collaborating Software: Blackboards and Multi-Agent Systems & the Future, Proceedings of the International Lisp Conference, 2003

Höfer, G., A Agent based Software Concept for Mirosot Robot Soccer, CIRAS, 2008.

Luger, G., Artificial Intelligence: Structures and Strategies for Complex Problem Solving, Addison Wesley Publishing Company, 2008

Minsky, M., Society of Minds, Simon and Schuster, New York, 1985

Newell, A., and Simon , H., Human Problem Solving, Prentice Hall, Englewood Cliffs. N.J., 1972

Zbigniew, M. and Fogel, D.B., How to Solve it: Modern Heuristics, Springer, 2004.

Funktionale Sicherheit von Maschinen und Anlagen: Umsetzung der Europäischen Maschinenrichtlinie in der Praxis

Patrik Gehlen

2. Auflage, 2010, ISBN 978-3-89578-366-1
Publicis Publishing

Mit der CE-Kennzeichnung erbringt der Hersteller von Maschinen und Anlagen den Nachweis, dass diese den Anforderungen notwendiger Normen und Vorschriften entspricht.
Neben den aktuellen europäischen Sicherheitsnormen und der internationalen Harmonisierung geht der Autor speziell auf die neue Maschinenrichtlinie ein, die seit Ende 2009 gültig ist. Ergänzungen zur praktischen Anwendung der Sicherheits-Grundnorm IEC 61508 werden praxisnah erläutert. So werden Begriffe und Verfahren, wie z. B. Risikoanalyse, Risikobeurteilung und Validierung mit entsprechenden neuen Berechnungsmethoden durch praktische Beispiele vermittelt.
Der Autor beschreibt aus Sicht des Maschinenherstellers, wie die Erfordernisse zur funktionalen Sicherheit in den Gesamtprozess der Anforderungen zur Maschinensicherheit integriert werden und wie die ersten praktischen Erfahrungen damit sind. Entwickler, Ingenieure und Hersteller von Maschinen erhalten Hilfestellung zur Gestaltung der Maschinensicherheit bei Entwurf, Planung, Projektierung, Realisierung und Inbetriebnahme sowie bei der Konzeption von sicheren Steuerungsabläufen. Sicherheitsbeauftragte bekommen einen Einblick in Normen und Referenzen mit wichtigen Erläuterungen.
Aktuelle, praxisnahe Anwendungen mit Sicherheitsprodukten, Berechnungsbeispiele, FAQs und Checklisten zum Einhalten der Maschinenrichtlinie helfen beim Erstellen von sicherheitsrelevanten Lösungen und bringen dem Anwender den Begriff der funktionalen Sicherheit auf konkrete Art und Weise näher.

Mit der CE-Kennzeichnung erbringt der Hersteller von Maschinen und Anlagen den Nachweis, dass diese den Anforderungen notwendiger Normen und Vorschriften wie z. B. der überarbeiteten Maschinenrichtlinie entspricht.

Neben den aktuellen europäischen Sicherheitsnormen geht der Autor in dieser zweiten Auflage auf die neue Maschinenrichtlinie ein, die seit Ende 2009 gültig ist und auch auf die internationale Harmonisierung. Er erläutert detailliert die relevanten Normen, Vorschriften sowie Ergänzungen zur praktischen Anwendung der IEC 60204-1. Begriffe und Verfahren werden anhand praktischer Beispiele beschrieben, z. B. Risikoanalyse, Risikobeurteilung und Validierung mit entsprechenden neuen Berechnungsverfahren.

Aus Sicht des Maschinenherstellers wird beschrieben, wie die Erfordernisse zur funktionalen Sicherheit in den Gesamtprozess der Anforderungen zur Maschinensicherheit integriert werden und wie die ersten praktischen Erfahrungen damit sind. Entwickler, Ingenieure und Hersteller von Maschinen erhalten Hilfestellung bei Entwurf, Planung, Projektierung, Realisierung und Inbetriebnahme zur Gestaltung der Maschinensicherheit und bei der Konzeption von sicheren Steuerungsabläufen. Sicherheitsbeauftragte bekommen einen Einblick in Normen und Referenzen mit wichtigen Erläuterungen.

Neue, praxisnahe Anwendungen mit Sicherheitsprodukten und Berechnungsbeispiele sowie Checklisten zum Einhalten der Maschinenrichtlinie helfen beim Erstellen von sicherheitsrelevanten Lösungen und bringen dem Anwender den Begriff der funktionalen Sicherheit auf konkrete Art und Weise näher.

Peter Kopacek

Introduction to Machine Learning

Ethem Alpaydin

Second Edition
MIT Press 2010

The goal of machine learning is to program computers to use example data or past experience to solve a given problem. Many successful applications of machine learning exist already, including systems that analyze past sales data to predict customer behavior, optimize robot behavior so that a task can be completed using minimum resources, and extract knowledge from bioinformatics data.

Introduction to Machine Learning is a comprehensive textbook on the subject, covering a broad array of topics not usually included in introductory machine learning texts. In order to present a unified treatment of machine l learning problems and solutions it discusses many methods from different fields, including statistics, pattern recognition, neural networks, artificial intelligence, signal processing, control, and data mining. All learning algorithms are explained so that the student can easily move from the equations in the book to a computer program.

The text covers such topics as supervised learning, Bayesian decision theory, parametric methods, multivariate methods, multilayer perceptrons, local models, hidden Markov models, assessing and comparing classification algorithms, and reinforcement learning. New to the second edition are chapters on kernel machines, graphical models, and Bayesian estimation; expanded coverage of statistical tests in a chapter on design and analysis of machine learning experiments; case studies available on the Web (with downloadable results for instructors); and many additional exercises.

Introduction to Machine Learning can be used by advanced undergraduates and graduate students who have completed courses in computer programming, probability, calculus, and linear algebra. It will also be of interest to engineers in the field who are concerned with the application of machine learning methods.

Peter Kopacek

Instruction to authors – presented as a pattern paper (18 pt)

A. Maier, F. Huber (12 pt)
Department ....., Vienna, Austria

Received April 8, 1999

Abstract
This paper shows …… (italics, 12 pt)

1 General (14 pt)

Authors should prepare their manuscript camera ready, format A 4, 12 typeface and must present their manuscript in good quality. At the left/right edge 2.5 cm, at the to/bottom edge 3 cm. Authors are invited to use papers of this journal as a sample. Please do not use an eraser or erasing fluid. Footnotes should be avoided if possible. Authors are expected to submit their paper to one of the publishers (O.Univ.Prof.Dr. Peter Kopacek, Intelligent Handling Devices and Robotics, Vienna University of Technology, Favoritenstrasse 9-11, A-1040 Vienna, Austria, Fax: +43 1 58801-31899 or O.Univ.Prof.Dr. Alexander Weinmann, Institute of Automation and Control, Vienna University of Technology, Gusshausstr. 27-29, A-1040 Vienna, Austria, Fax: +43 1 58801 37699).

Email address for submitting pdf-manuscripts: weinmann@acin.tuwien.ac.at

2 References (14 pt)

Within the paper references should appear in the following form:
(Mayer, H., 1990) or (*Mayer, H., 1990)* (12 pt);
Mayer, H., 1990, discovered that....

3 Figures and Tables (14 pt)

Figures and Tables should be integrated in the paper and have to be referred to as Fig. 4.1 or Tab. 5.2.

4 References

References are to be listed alphabetically according to first author. (11 pt)

5 Word Processing System/Editor

Microsoft Word 2000 or higher; TeX or LaTeX.

Wenn unzustellbar, retour an:

IFAC-Beirat Österreich (E318 / E376)
Favoritenstraße 9-11, A-1040 Wien /
Gußhausstraße 27-29, A-1040 Wien